上海交通大学出版社

系统辨识

任锦堂 编

系 统 辨 识

任锦堂 编

上海交通大学出版社

内容提要

系统辨识是利用系统的输入及输出试验数据建立系统数学模型的理论和技术，它是现代控制理论中的一个新兴分支学科，是目前发展最活跃的学科之一。

本书共分九章：系统辨识概述，最小二乘法的一般原理，系统脉冲响应函数的辨识，由脉冲响应曲线求传递函数，线性差分方程的最小二乘辨识，线性差分方程模型的广义最小二乘估计和多级最小二乘估计，非线性系统辨识，状态估计，卡尔曼滤波器。每章末均有小结及复习思考题，便于自学。

本书是作为流体传动及控制专业的研究生教材，也可供自动控制、系统工程、经济学等领域的教师、研究生、高年级本科生及有关的科技人员参考。

系统辨识

上海交通大学出版社出版

（淮海中路1984弄19号）

新华书店上海发行所发行

常熟市印刷二厂印装

开本787×1092毫米 1/32 印张8.5 字数221,000

1989年4月第1版 1989年5月第1次印刷

印数：1—1,900

ISBN 7-313-00497-4/O·23 科技书目：

定价：1.70元

前　言

本书是根据1986年6月在九江召开的船舶总公司液压教材编审小组对“系统辨识”课程所拟定的教学基本要求编写的，初稿于1987年8月通过了评审。“系统辨识”是流体传动及控制专业研究生的一门学位课。本书除了可作该课程的教材或教学参考书以外，还可作为有关工程技术人员及高年级本科生的自学参考书。

本书的主要内容是讨论如何根据动态系统的试验数据求取该系统的数学模型以及状态估计等问题。第一章介绍了系统辨识的概念及系统模型的三种数学描述。第二章介绍了本书据以辨识系统模型的基本理论—最小二乘法，这种方法不需太深的数学知识，因而是各个领域科学家常用的经典方法。第三章介绍了系统脉冲响应函数(序列)的辨识方法及最佳输入信号的选择，着重介绍了最大长度二位式序列信号的产生及其性质。考虑到目前在分析动态系统性能时往往采用古典的频率特性法，故本书第四章介绍了由脉冲响应曲线求取传递函数的几种方法。第五章及第六章介绍了在不考虑和考虑系统干扰情况下，实现无偏估计系统模型参数的方法。第七章简单介绍了非线性系统的辨识问题。第八章介绍了实际系统的状态空间表达式及据以估计系统状态的最小方差估计理论。第九章介绍了估计系统状态的卡尔曼滤波器的一些结果和性质，还介绍了卡尔曼滤波器在参数估计中的应用以及辨识非线性模型的推广卡尔曼滤波

器。本书可在36～40学时内学完。

本书由哈尔滨工业大学周连山副教授主审，并由上海交通大学黄明慎教授复审。他们在审稿时提出了许多宝贵意见，编者在此表示由衷的感谢。

系统辨识是一门新兴学科，目前仍处在发展阶段。由于编者的学识及经验有限，因此本书一定存在不少缺点和错误，编者殷切地期望得到有关专家和广大读者的批评和指正。

编　者

1988年11月

目　录

第一章　系统辨识概述

系统辨识是在现代化控制论、数理统计及随机过程等理论基础上发展起来的一门新兴学科。它是研究如何用试验分析的方法，即通过观测系统的输入、输出关系，来建立系统数学模型的一门学科。

过去，建立系统数学模型通常有两种方法。一种方法是以理论分析为主，加上必要的实验测试，以确定理论模型中的某些参数。这样建立的数学模型，物理概念明确，但模型阶次往往很高，必须根据经验作大量的简化，才能付诸实用，而且相应的实验复杂，精度要求高，常常难以实现。此外，用理论分析方法建立系统的数学模型时，必须对于系统的物理过程或化学过程有十分详尽的了解。另一种方法是根据动态实验，作出频域的波德图或时域的阶跃响应曲线，再用三阶以下的典型数学模型去逼近，这样建立的模型一般较为粗略。

为了建立高精度的系统数学模型以满足最优控制及自适应控制理论发展的需要，系统辨识方法应运而生。它是通过对系统进行动态测试，将获得的输入及输出信号数据经过计算机处理，然后就能迅速地建立系统数学模型的一种方法。这种模型能更准确地反映系统当时的状态，而不受许多未知条件的限制。由于系统辨识方法能在不清楚物理机理的情况下建立系统的数学模型，所以近年来它在控制工程、机械、动力、化工、地质、气象、生物和经济等领域得到广泛的应用。利用系统辨识可对

一个过程进行控制、预报、决策、诊断和认识。

系统辨识的理论及方法，当然也是对液压系统及其元件的动态特性进行研究及控制的一种有力工具。因为用理论分析的方法为液压系统建立数学模型时，总是会遇到一些不易确定的软参数，如粘性阻尼系数、阻尼比、有效容积弹性模数等，这时就可用系统辨识的理论辨识出这些参数，代入用理论分析求得的数学模型中。这样，它就为液压系统建立更为精确的数学模型开辟了一个新天地，因而也为液压系统的计算机辅助设计和液压控制系统的计算机在线控制提供了可靠条件。

§1-1 系统辨识的定义及分类

一、定义

早在1962年，扎德(Zadeh)就对系统辨识作了如下定义："根据对已知输入量的输出响应观测，从一类系统中确定一个与所观测的系统是等价的系统"。这个定义尽管比较笼统，但基本上反映了辨识问题的实质，所以至今许多文献仍加以引用。

由定义可见，在系统辨识过程中必须注意三个问题：1.必须指定一类系统，即根据已经掌握的关于待辨识系统的知识确定它属于哪一类，例如是静态的还是动态的，线性的还是非线性的，参数是定常的还是时变的，是确定的还是随机的等等。这个问题显然是系统辨识的关键问题。2.必须规定一种输入信号。3.必须规定"等价"的含义。对于两个系统，仅当对所有可能的输入值来说它们的输入输出信号特性全部相同时，它们才是等价的。

二、分类

系统辨识可按下列不同原则进行分类：

1. 按照需要的系统先验知识的多少，可分为黑箱问题及灰箱问题。前者又叫完全辨识问题，这里被辨识系统的基本特性完全不知道，例如系统是线性的还是非线性的，是动态的还是静态的，这些最基本的信息都一无所知。要解决这类问题很困难，目前尚无有效的方法。灰箱问题又叫不完全辨识问题。在这类问题中，已知系统的一些基本特性，如系统是否线性，通频带的大致值等。不能确切知道的只是系统动态方程的阶次及方程的系数值。工程上大多数辨识问题都属这一类。到目前为止，这类问题已研究很多，特别是参数估计问题，可以说是整个系统辨识领域中最重要、也是研究得最成熟的部分。

2. 按照待辨识对象的数学模型采用何种类型，可分为集中参数与分布参数，连续时间与离散时间，确定性与随机性，参数模型与非参数模型等。

3. 按照采用什么形式的输入信号，可分为阶跃、正弦、脉冲、白噪声及伪随机信号等。

§1-2 系统辨识的步骤

在辨识前必须首先明确辨识目的，因为在模型应用的不同场合，辨识目的是不同的，而目的不同，辨识精度要求及模型形式也会随之而异。

系统辨识工作大体上按下述步骤进行：

1. 确定系统数学模型的表达形式。一般是根据对象的性

质和控制的方法，决定用微分方程、差分方程、状态方程和脉冲响应函数等中的任一种。

2. 设计试验并记录需要的输入及输出数据。试验设计包括选择变量，选择适当的试验信号，选择采样速率、辨识允许的时间及确定测量仪器装置等。如果被辨识的系统在正常运转时不允许加入试验信号，那么只能利用系统运行时的输入输出数据进行辨识，这就常常需要在系统是闭环的条件下进行辨识。

3. 根据输入及输出数据进行参数估计。在灰箱问题中，所需辨识的只是系统动态方程的阶次及方程的系数值。当测得输入、输出数据并给定模型方程的阶次后，问题就归结为确定一种最优化准则，然后用优化的方法确定模型的参数，使模型与数据能最好地拟合。在液压系统中需要估计的参数有微分方程或差分方程的系数，传递函数中的固有频率及阻尼比等。除了参数估计外，有时还需进行状态估计。

4. 模型的校验。如果模型是从一种工况取得的数据获得的，则必须针对其他工况，或设计新的试验方法来对模型的性能进行校核，以便尽早地揭示出模型存在的问题。如果校核试验顺利通过，则系统辨识工作就告完成，否则就需选择另一种模型，重复上述步骤，直至模型校核试验通过为止。

§1-3 系统的描述方法

因为系统辨识大多是通过数字计算机来实现的，所以本节只介绍离散时间的三种最常用的描述方法，即差分方程描述、状态方程描述及脉冲响应函数描述。在前两种描述中，系统的动特性可用模型的几个参数来表征，辨识的任务主要是确定这些

参数，因而这两种模型叫做参数模型。在脉冲响应函数描述中，系统的动特性是用时间响应曲线来表征的，辨识的任务是确定一个时间序列，因而这种描述方法构成的模型叫做非参数模型。

下面分别介绍三种描述方法的模型形式。

一、差分方程描述

首先讨论单输入、单输出的线性时不变系统，如图 1-1 所示。设输入为 $u(k)$，输出为 $y(k)$，两者之间的关系可用一个 n 阶差分方程来描述：

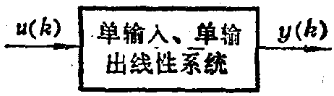

图1-1 单输入单输出系统

$$y(k)+a_1y(k-1)+\cdots+a_ny(k-n)=b_0u(k)+b_1u(k-1)+\cdots+b_nu(k-n)$$

或写成下列形式：

$$y(k)+\sum_{i=1}^{n}a_iy(k-i)=\sum_{j=0}^{n}b_ju(k-j) \qquad (1\text{-}1)$$

式中：k——离散时间的序数，取正整数；

n——系统的阶次；

a_i,b_j——常系数$(i=1,2,\cdots,n;j=0,1,\cdots,n)$。

引入时间平移算子 q，定义为

$$q^{-1}y(k)=y(k-1)$$

再引入多项式 $A(q^{-1})$ 及 $B(q^{-1})$，分别定义为

$$A(q^{-1})=1+a_1q^{-1}+a_2q^{-2}+\cdots+a_nq^{-n}$$

$$B(q^{-1})=b_0+b_1q^{-1}+b_2q^{-2}+\cdots+b_nq^{-n}$$

于是(1-1)式可改写成以下算子形式：

$$A(q^{-1})y(k)=B(q^{-1})u(k) \qquad (1\text{-}2)$$

(1-1) 及 (1-2) 式都是今后系统辨识中经常用到的基本形式。

为了找到单输入单输出线性时不变系统的差分方程与传递函数描述之间的简单关系，可对(1-1)式进行 Z 变换，并假定初始条件为零，则可得：

$$(1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+\cdots+a_nz^{-n})Y(z)$$
$$=(b_0+b_1z^{-1}+\cdots+b_nz^{-n})U(z)$$

系统的脉冲传递函数为

$$W(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=\frac{b_0+b_1z^{-1}+\cdots+b_nz^{-n}}{1+a_1z^{-1}+\cdots+a_nz^{-n}} \tag{1-3}$$

或简写成：

$$W(z)=\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$$

式中 $A(z^{-1})$ 及 $B(z^{-1})$ 的定义是显见的。由(1-3)式可以看出一个系统的脉冲传递函数与其差分方程是直接有关的。

差分方程(1-1)的描述可以推广到多输入多输出的线性时不变系统中。设有系统如图 1-2 所示，它有 m 个输入和 r 个输出。输入和输出可用以下向量表示：

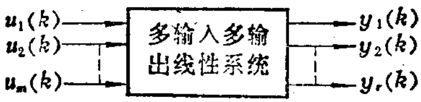

图 1-2 多输入多输出系统

$$U(k)=\begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \vdots \\ u_m(k) \end{bmatrix}, \qquad Y(k)=\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ \vdots \\ y_r(k) \end{bmatrix}$$

因而系统的动态过程可用以下向量差分方程描述：

$$Y(k)+\sum_{i=1}^{n}A_iY(k-i)=\sum_{j=0}^{n}B_jU(k-j) \tag{1-4}$$

式中：A_i, B_j——分别为 $r\times r$ 和 $r\times m$ 维常系数矩阵。

如用算子形式，上式也可写成

$$A^*(q^{-1})Y(k)=B^*(q^{-1})U(k)$$

式中：$A^*(q^{-1})=I+A_1q^{-1}+\cdots+A_nq^{-n}$

$B^*(q^{-1})=B_0+B_1q^{-1}+\cdots+B_nq^{-n}$

I——单位矩阵。

二、脉冲响应描述（或权序列描述）

所谓脉冲响应就是一个松弛系统（系统中贮能元件没有贮存任何能量的系统）在 $k=0$ 时，加一个单位脉冲函数激励后，输出响应的序列 $\{h(i)\}$ $(i=0,1,2,\cdots)$ 就称为系统的脉冲响应或权序列。因而，系统的输出响应 $y(k)$ 可以用脉冲响应与输入信号的卷积来表达，即：

$$y(k)=\sum_{i=-\infty}^{k}h(k-i)u(i)$$

由于实际系统的响应时间总是有限的，假设 $i>p$ 时，输出响应已衰减到可以忽略的程度，或权序列值已很小，此时上式可简化为下列近似形式：

$$y(k)=\sum_{i=k-p}^{k}h(k-i)u(i) \tag{1-5}$$

必须指出，脉冲响应与差分方程的系数之间是存在一定关系的，现说明如下。

因为脉冲响应的 Z 变换就是脉冲传递函数，即：

$$Z[h(k)]=W(z) \tag{1-6}$$

而 $$W(z)=\frac{b_0+b_1z^{-1}+\cdots+b_nz^{-n}}{1+a_1z^{-1}+\cdots+a_nz^{-n}}=h_0+h_1z^{-1}+\cdots \tag{1-7}$$

上式中 $h_i=h(i)$

所以

$$b_0+b_1z^{-1}+\cdots+b_nz^{-n}=(h_0+h_1z^{-1}+\cdots)(1+a_1z^{-1}+\cdots+a_nz^{-n}) \tag{1-8}$$

比较上式两边 z^{-i} 项的系数可得：

$$\begin{cases}\sum_{m=0}^{k}a_mh_{i-m}=\begin{cases}b_i & i=0,1,\cdots,n\\ 0 & i>n\end{cases}\\ 令\ a_0=1\end{cases} \tag{1-9}$$

上列方程表明了差分方程中的系数 a_i，b_i 与脉冲响应 $h(i)$ 之间的关系。

(1-5)式是单输入单输出情况下系统的输出响应，这一关系式也可以推广到多输入多输出系统中。

设系统有 m 个输入 r 个输出，则脉冲响应函数将相应地变成脉冲响应函数阵 $H^*(k)$：

$$H^*(k)=\begin{bmatrix}h_{11}(k)\cdots\cdots h_{1m}(k)\\ \vdots\\ h_{r1}(k)\cdots\cdots h_{rm}(k)\end{bmatrix} \tag{1-10}$$

式中 $h_{ij}(k)$ 为第 j 个输入对第 i 个输出的脉冲响应。

因此，系统的输入输出关系可用以下矩阵多项式表达：

$$Y(k)=\sum_{i=-\infty}^{k}H^*(k-i)U(i) \tag{1-11}$$

式中 $Y(k)$，$U(i)$ 为相应的输出与输入向量。

图 1-3 形象地表示了这一多变量系统输入与输出之间的关系。

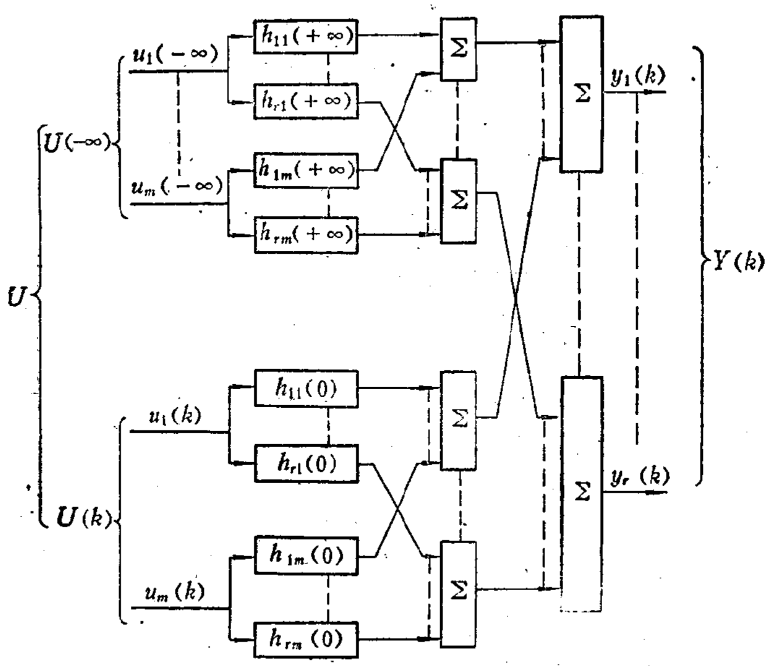

图1-3　有 m 个输入 r 个输出的多变量系统中，输入输出的关系

三、状态方程描述

首先研究单输入单输出的线性时不变系统。对于这类系统可用以下状态方程和输出方程来描述：

$$\begin{cases} X(k+1)=\boldsymbol{\Phi}X(k)+\boldsymbol{\Gamma}u(k) \\ y(k)=\boldsymbol{H}X(k)+\boldsymbol{D}u(k) \end{cases} \tag{1-12}$$

式中：$X(k)$——n 维状态向量；

$u(k),y(k)$——分别为单输入单输出；

$\boldsymbol{\Phi},\boldsymbol{\Gamma},\boldsymbol{H},\boldsymbol{D}$——分别为 $n\times n,n\times 1,1\times n,1\times 1$ 维参数矩阵。