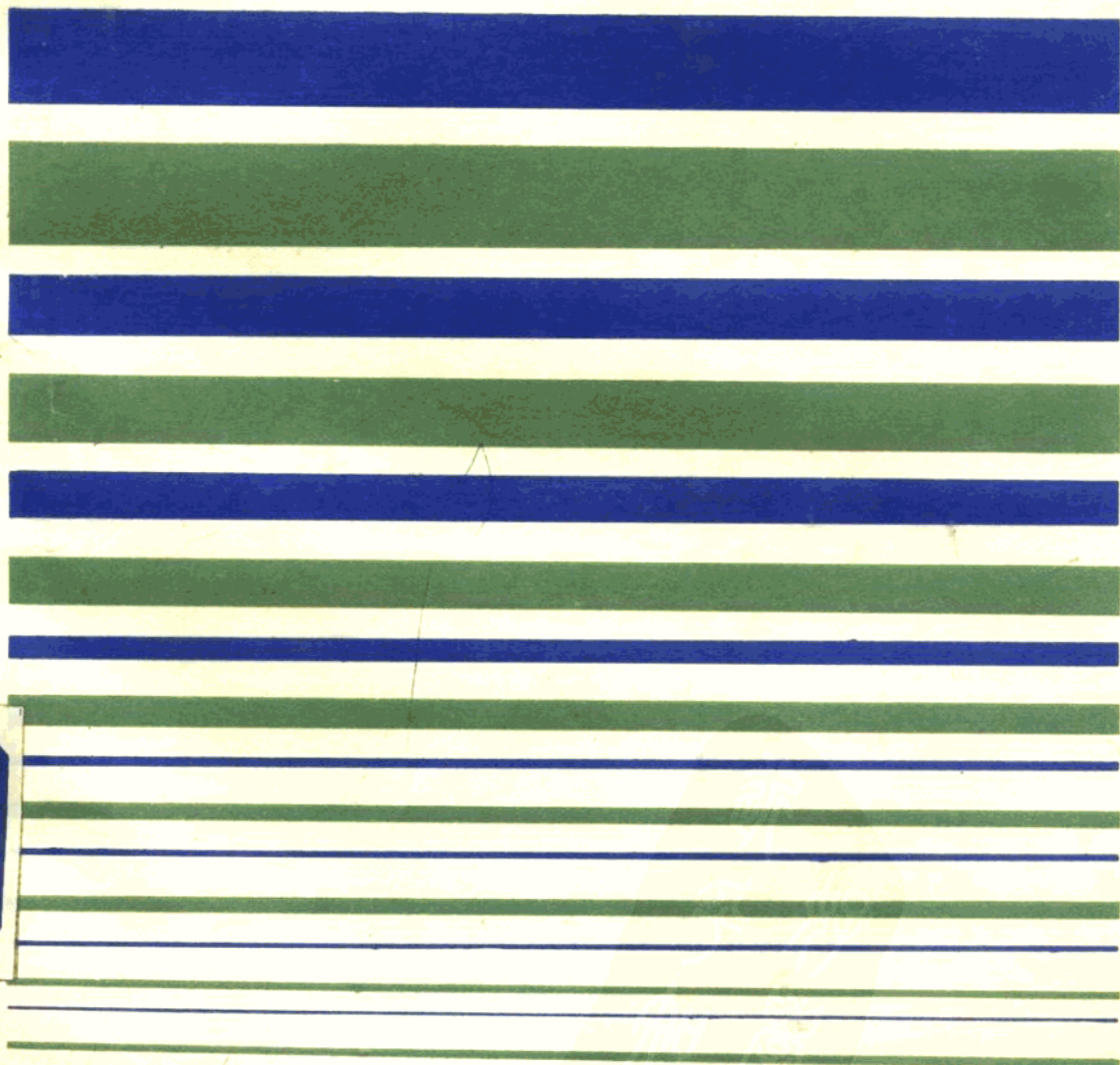


# 采样控制系统的分析与综合

〔联邦德国〕 J. 阿克曼 著

科学出版社



## 译者的话

以计算机为工具、采样控制理论为基础的计算机控制系统,正在高技术和工业自动化领域得到越来越广泛的应用。为了适应这一发展趋势,控制工程师必须掌握采样控制系统分析和综合的新方法。联邦德国著名自动控制专家阿克曼所著的《采样控制》一书,以最新观点论述了这方面的知识,提供了各种实用的控制结构,并结合丰富的实例阐述了采样控制的基本理论和方法,是从事计算机控制的科研和教学人员的一本很好的参考书。

本书根据施普林格出版社1983年出版的德文第二版第一卷《采样控制:分析与综合》译出,而后又根据1986年英文版《采样控制系统》的有关部分对原译稿进行了修订。原著出版后,已有德、英、波兰文三种版本,在国际上受到普遍好评。在1984年第4期的国际自控联《自动化》杂志上曾对本书德文第二版作了评述,指出该书第一卷“是一本有价值的参考书,它包括了适应现代需要的广泛题材。该书内容系统、编排合理、实例较多,加之作者将其丰富的实际经验写入该书并提供了大量的习题,从而使这本书十分有助于对采样控制系统的研究。”“这本书是对采样控制系统理论的宝贵贡献。”

本书所介绍的采样控制系统的分析与综合颇具特色。它在描述采样系统时,选择了使读者易于接受的最好途径,即首先从连续系统的表述出发,使读者掌握分析和综合整个控制系统的概念,在此基础上再联系和类比采样系统的相应表达。这种方法有利于指出连续系统与采样系统在控制设计中的相似与不同之处。在采样系统的分析和综合中,作者把状态空间法和 $z$ 变换法紧密结合在一起;所阐述的问题虽然是基本的,但反复强调了实际的经验和各部分之间的有机联系,例如对于采样周期的合理选择,极点配置的实际限制及极点位置的建议,零点相消对稳定性、干扰及控制作用的影响等许多有实际意义的问题都作了专门论述。因此,本书不但可以作为大专院校自动控制专业采样控制课程的教学参考书,也可供从事计算机控制系统设计的广大工程技术人员参考。

本书译者在联邦德国慕尼黑工业大学进修期间,曾先后听过作者开设的这门课程,深感收益甚大,因而在1983年本书德文版第二版出版后,即有意将此书译成中文,以供国内读者参考。这一意愿得到了科学出版社的大力支持。作者阿克曼教授在获知译者的这一意图后,表现了极大的热情,专门为中文版写了序言。北京航空航天大学高为炳教授也对本书的出版给予了有力的支持。译者在此一并表示衷心的感谢。在本书翻译过程中,北京信息与控制研究所的单云生同志曾对译稿进行了认真的校对,遗憾的是,他未能等到本书出版就不幸去世。他对本书出版所作的贡献,译者将铭记在心。

本书由赵世范翻译第一至第三章,席裕庚翻译第四至第六章及附录。在翻译过程中,译者曾对原著中一些印刷错误作了纠正。限于译者水平,译文中定有许多不妥之处,敬请读者批评指正。由于种种原因,原著第二卷《采样控制:鲁棒控制系统的设计》未能译出。我们希望在不久的将来,这部分独具风格的内容也能与读者见面。

## 中文版前言

我很高兴，中国读者现在能用自己的语言阅读本书。到目前为止，本书已有了德文版、英文版和波兰文版。

自从1972年本书第一版出版以来，我曾在慕尼黑工业大学和美国厄巴纳-尚佩恩，伊利诺斯大学授过课，举办过许多短期培训班，给从事采样控制系统设计的工程师作报告，其中值得回忆的是1981年在中国西安举办的短期培训班。根据学生和培训班参加者提出的问题，我不断地改进了材料的选择以及叙述的方法，使本书日趋完善。

对于席裕庚和赵世范先生的细致翻译，单云生先生的认真校对，我表示衷心的感谢。

J. 阿克曼

1987年8月6日于上法芬霍芬

# 前 言

本书第二版与第一版相比,基本上是对第一版进行了改编或重写。之所以这样做,一方面在于作者在授课中积累了丰富的经验,另一方面是有了新的研究成果。作者在慕尼黑工业大学和伊利诺斯大学讲课时编写的一组习题,可作为教材的补充。实践证明,这组习题使教材更加形象生动,对促进学生学习十分有益。本书以空中吊车为例讨论了以下问题:

- 建模,线性化
- 以简化计算为目的的基变换
- 物理参数和典型型参数
- 特征值,稳定性
- 传递函数
- 可控性和可观测性
- 测量值的选取和所属的可观测子系统
- 稳态特性,积分控制器
- 期望的特征值位置
- 全部的和部分的极点移动
- 离散化,采样周期的选择
  - \* 传递函数
  - \* 平面上的根轨迹
- 在采样时刻和采样时刻之间的解的计算
- Nyquist 轨迹图、稳定裕度
- 采样对可控性和可观测性的影响
- 时间最优的开环和闭环控制
- 输出向量反馈
- 吊钩和吊运车的部分状态观测器
- 有限瞬态响应的观测器
- 扰动观测器
- 控制器的降阶
- 多项式方程的综合法
- 前置滤波器的设计
- 扰动补偿
- 极点区的配置

如果在习题的适当位置引进其它受控对象的特殊问题,譬如延时或多个控制量,那么本习题所涉及的这一系列问题几乎包含了目录的所有方面,这组习题极大地影响了本书内容的编写顺序。和第一版不同,在这一版中我们从状态空间法开始,认为读者已经熟悉

了 $z$ 变换。作者建议,除上述两所大学外,其它大学都应讲授变换方法,其中包含 $z$ 变换,这样可以缩短采样控制系统的课程。在附录B中简短地介绍了 $z$ 变换方法,对 $z$ 变换尚不熟悉的读者,应当首先系统地消化附录B,或者至少在第三章用到它们时,要熟悉所用的定理。和第一版相比,本书的主要部分已把状态空间法和 $z$ 变换法更紧密地交融在一起。

有关典型性和稳定性判据的内容也放在附录中。在那里我们提供了有关的重要参考材料,以免读者到处查找。另一方面,由于需要进行大量的公式推导,也不宜在一门教材中充分地论述它们。

第二版分为两卷。第一卷是对第一版的内容进行了重大修改。第二卷基本上是新的研究成果,如关于参数大范围的变化以及敏感元件出现故障时鲁棒控制系统的设计和多变采样控制,另外还详细提供了一个飞机控制的例子。

本书的叙述方法是相当基本的,不需要特别深的数学知识。然而读者应具备控制工程的基本概念,熟悉 Laplace 变换和矩阵计算。书中对所采用方法的数学问题虽然只作了引用,但提供了内容较深的文献。大量的注释只是对基本内容的补充,它们对于理解以后章节没有影响。初学者开始阅读时最好先跳过它们,以免分散注意力。这些注释对于具有一定基础的读者是很有用的,可以使他们了解同其它的问题或观察方法的横向关系,看到问题的特殊性、普遍性及未被解决的问题。

这本书引用了许多著作,在引用时以方括号中的数字标明。括号中的前一部分数字表示发表年份,后一部分数字表示在参考文献中的相应年份的序号。参考文献附在书的末尾,凡作者所知,都指出了原作。有关邻近学科的结论,作者也尽量指出了通俗易懂的出版物。

本书的第一版源于 Carl-Cranz 协会的一本多次使用的教程。在这里作者对教程的参加者和听众表示感谢,他们的大量建议在教材的综合和表达形式上都已采纳。本书能形成初稿,是与同事们的协同工作和讨论分不开的。这里特别要感谢 S. N. Franklin, D. Kaesbauer 和 K. P. Sondergeld,感谢他们在鲁棒控制问题上给予的合作,还要感谢 R. Froriep 和 D. Kraft 在手稿校对中提出的许多建议。

最后还要感谢在德国航空和宇航研究试验院 (DFVLR) 和施普林格出版社中所有从事本书出版的女士和先生们。感谢 Kieselbach 和 Ressemann 女士帮助抄写了本书手稿, Bell 女士描绘了插图。

J. 阿克曼

1982年7月于上法芬霍芬

# 目 录

译者的话

中文版前言

前言

第一章 导言	1
1.1 采样,采样控制器	1
1.2 采样系统	3
1.3 采样控制回路的设计问题	6
习题	8
第二章 连续系统	9
2.1 建模,线性化	9
2.2 状态空间的基	12
2.3 系统性质	12
2.3.1 特征值,稳定性	12
2.3.2 传递函数	13
2.3.3 可控性	15
2.3.4 可控特征值	16
2.3.5 可控性矩阵中的线性相关性	18
2.3.6 可观测性	19
2.3.7 典范分解,零极点相消	20
2.4 微分方程的解	22
2.4.1 转移矩阵的计算	22
2.4.2 脉冲响应和阶跃响应	23
2.5 性能指标	24
2.5.1 稳态响应,积分控制器	24
2.5.2 过渡过程,特征值的位置	25
2.6 极点移动	28
2.6.1 闭环特征值	28
2.6.2 系统参数、反馈增益和特征值之间的关系	34
2.6.3 固定的特征值和固定的增益	35
2.6.4 根轨迹	38
习题	40
第三章 采样系统的建模和分析	41
3.1 受控对象的离散化	41
3.2 差分方程的特征值和解	44
3.3 $z$ 传递函数	48
3.4 离散控制器和控制回路	54
3.4.1 用 $z$ 传递函数的描述方法	54
3.4.2 用系数比较法配置极点	55

3.4.3	积分控制器	57
3.4.4	控制器和控制回路的状态描述	59
3.5	$n$ 平面上的根轨迹和极点规范	61
3.6	时域中的解和性能指标	63
3.6.1	向量差分方程的递归计算	63
3.6.2	$n$ 逆变换的数值解	64
3.7	采样时刻之间的状态	69
3.8	时滞系统	73
3.9	频率响应法	77
3.9.1	频率响应的确定	77
3.9.2	Nyquist 判据	79
3.9.3	绝对稳定性, Zypkin 判据和圆判据	83
3.9.4	其它的图解频率响应法	85
3.10	一些专门的采样问题	86
	习题	92
<b>第四章</b>	<b>可控性, 采样周期的选择和极点配置</b>	<b>94</b>
4.1	可控性和可达性	94
4.2	输入受约束时的可控性区域	97
4.3	采样周期的选择	99
4.3.1	可控性的考虑	99
4.3.2	带宽的考虑及抗假频滤波器	104
4.4	极点配置	105
	习题	108
<b>第五章</b>	<b>可观测性和观测器</b>	<b>109</b>
5.1	可观测性和可重构性	109
5.2	$n$ 阶观测器	112
5.3	降阶观测器	116
5.4	观测器极点的选择	118
5.5	扰动观测器	121
	习题	123
<b>第六章</b>	<b>控制回路综合</b>	<b>124</b>
6.1	设计方法	124
6.2	控制器结构	127
6.2.1	反馈, 前置滤波器和扰动补偿	127
6.2.2	离散和连续补偿	129
6.3	分离定理	132
6.4	状态变量线性组合的构成	134
6.5	用多项式方程的综合	135
6.6	零极点对消	140
6.7	闭环传递函数和前置滤波器	141
6.8	扰动补偿	145
	习题	148
<b>附录 A</b>	<b>典范型和矩阵理论的重要结果</b>	<b>150</b>

A.1	线性变换	150
A.2	对角型和 Jordan 型	151
A.3	控制典范型	163
A.3.1	可控性典范型	163
A.3.2	反馈典范型	164
A.4	观测典范型	166
A.4.1	可观性典范型	166
A.4.2	观测器典范型	169
A.5	传感器坐标系	171
A.6	矩阵理论的重要结果	171
A.6.1	记号	171
A.6.2	向量运算	172
A.6.3	矩阵的行列式	172
A.6.4	矩阵的迹	173
A.6.5	矩阵的秩	173
A.6.6	逆矩阵	174
A.6.7	矩阵的特征值	174
A.6.8	矩阵的预解式	175
A.6.9	( $\mathbf{A}, \mathbf{b}$ ) 的轨道和可控性	176
A.6.10	特征值配置	176
A.6.11	矩阵函数	177
附录 B	$z$ 变换	179
B.1	符号与前提	179
B.2	线性性质	181
B.3	右移定理	181
B.4	左移定理	181
B.5	阻尼定理	182
B.6	微分定理	182
B.7	初值定理	183
B.8	终值定理	183
B.9	$z$ 逆变换	184
B.10	实卷积定理	186
B.11	复卷积定理, Parseval 公式	187
B.12	采样信号在时域和频域中的其它表示法	188
B.13	Laplace 变换和 $z$ 变换表	189
附录 C	稳定性判据	191
C.1	双线性变换为 Hurwitz 问题	191
C.2	Schur-Cohn 判据和它的简化形式	192
C.3	稳定性必要条件	196
C.4	稳定性充分条件	197
参考文献		198
索引		214



# 第一章 导 言

## 1.1 采样, 采样控制器

当人们驾驶着汽车想知道自己的车速时, 没有必要始终注视着速度表, 而只需偶尔扫视一下以监视连续指示的速度值就够了, 这就是“采样”。同样, 病人的体温每天只需测量几次。这种采样在我们日常生活中是经常遇到的。

在各种工程控制系统中, 由于测量方法的影响也会遇到这类采样问题。气体色谱仪是一种化学分析仪器, 使用这种分析仪进行抽样试验需要一定的时间, 然后才能进行下一个抽样试验。旋转的雷达天线每转一周对某一目标只能测量一次。用自旋稳定卫星进行的测量也是如此。雷达遥测同样是一个采样问题。在测量卫星位置的星敏感器中, 光学系统的敏感部分在旋转, 每旋转一周, 星敏感器只能输出一光轴和目标星之间的角度。在彩色轮转印刷的套准控制中, 只有出现套准标记时才能检测出套准误差。

当控制系统中的控制信号只能在特定的时刻变化时也会出现采样。在交流整流器中, 每个周期只能确定一次点火角, 这是一种特殊的脉冲宽度调制形式。利用固定于壳体上的气体喷嘴, 可以把自旋稳定卫星的位置控制到与自转轴正交的两个轴上, 此时在所希望的惯性空间的某个方向上, 每旋转一周也只能产生一次力矩。

采样控制器也可应用于具有连续的测量和控制环节的系统。最古老的采样控制器也许是 1897 年用来控制炉温的 Gouy 控制器<sup>[3897]</sup>。一根金属棒周期性地浸入到温度计的水银中, 该触点又驱动一继电器, 以接通或断开加热回路。如果炉子的温度产生较高的水银柱面, 则加热炉断开的间隔也较长, 这样就产生了脉冲宽度调制信号。另外一个古老的例子是落弓检流计<sup>[3944]</sup>。在这种检流计中, 灵敏的电压表能够在很短的时间间隔里进行调整。在第二个时间间隔里周期运动的落弓把指针锁住, 并通过触点的动作把电路接通到正压、负压或零电压, 一直保持到落弓再次释放指针时为止。落弓检流器产生了具有三点非线性的脉冲幅值调制信号, 它再通过继电器开关得到足够的放大。

如果我们想充分发挥一台昂贵仪器的作用, 使它依次执行各种任务, 那么也有必要进行采样。这种“分时”的概念应用于许多场合。例如, 一台数字计算机可以用来作为几个控制回路的控制器, 或者一个数据传输通道以时序分配制传输许多信号, 如像卫星和地球之间的遥测通讯那样。

采样控制所以能得到广泛的应用, 是由于数字计算机技术和微处理器的发展。在数字控制器中, 连续的输入信号  $e(t)$  首先通过 A/D(模-数)转换器以周期  $T$  进行采样、量化和编码, 变为一系列数字计算机可以处理的二进制数。处理的结果是在数字计算机输出

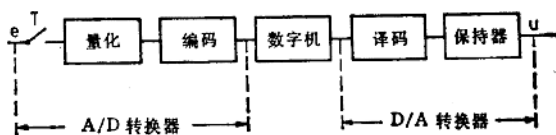


图 1.1 具有 A/D 和 D/A 转换器的数字计算机

端的另一个二进制数字序列,它们在 D/A (数-模)转换器中通过解码和保持产生连续信号  $u(t)$ 。图 1.1 表示了各种运算的次序。

“编码”和“解码”运算之所以对动态过程有意义,是因为它们都要花费一定的时间,这些时间可以归并到计算输出序列的新值所需的计算时间  $T_R$  中去。由此得到了方框图 1.2。图中,计算结果的舍入是通过第二次量化来加以考虑的。

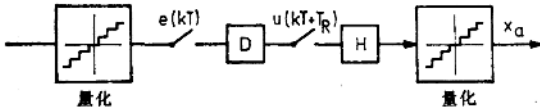


图 1.2 图 1.1 所示装置的方框图

数字计算机的程序由符号  $D$  表示。这一程序必须是因果性的,也就是说,为了计算输出量的值  $u(kT + T_R)$ ,除了可用输入量的最新值  $e(kT)$  外,只能利用已存储的输入和输出

量的过去值。这种因果性的最一般的程序形式为

$$u(kT + T_R) = f[e(kT), e(kT - T), \dots, u(kT - T + T_R), u(kT - 2T + T_R), \dots] \quad (1.1.1)$$

令  $k = 0, 1, 2, \dots$ , 进行递归计算就可得出输出序列。计算得到的值在输出端仍以量化的形式出现,即  $u(kT + T_R)$  的幅值已舍入为量化级差的整数倍。

在设计过程中,量化的非线性可首先不予考虑。计算时间  $T_R$  和采样周期  $T$  相比往往很小,可近似地设为 0。计算机程序只能处理有限数目  $m$  个过去的输入和输出值。如果还要求控制规律是线性的,则可得到下列线性的因果性程序的一般形式:

$$u(kT) = d_m e(kT) + d_{m-1} e(kT - T) + \dots + d_0 e(kT - mT) - c_{m-1} u(kT - T) - \dots - c_0 u(kT - mT) \quad (1.1.2)$$

描述这种输入输出关系的一种重要工具是  $z$  变换。利用  $z$  变换,序列  $f_k, k = 0, 1, 2, \dots$ ; 当  $k < 0$  时  $f_k = 0$ , 可变换为复变量  $z$  的函数:

$$f_z(z) = \mathcal{Z}\{f_k\} := \sum_{k=0}^{\infty} f_k z^{-k} \quad (1.1.3)$$

在本书中认为读者已经熟悉了  $z$  变换。如果不是这样,则建议读者仔细阅读附录 B, 因为从第三章起我们就要经常用到  $z$  变换。

把  $z$  变换的右移定理式 (B.3.1)

$$\mathcal{Z}\{f_{k-i}\} = z^{-i} \mathcal{Z}\{f_k\}, \quad i \geq 0 \quad (1.1.4)$$

用于式 (1.1.2) 可得

$$u_z = d_m e_z + d_{m-1} z^{-1} e_z + \dots + d_0 z^{-m} e_z - c_{m-1} z^{-1} u_z - \dots - c_0 z^{-m} u_z$$

这样就可得到控制器的  $z$  传递函数:

$$d_z = \frac{u_z}{e_z} = \frac{d_m z^m + d_{m-1} z^{m-1} + \dots + d_0}{z^m + c_{m-1} z^{m-1} + \dots + c_0} \quad (1.1.5)$$

式 (1.1.2) 所示传递特性的因果性在上式中可表述为,  $z$  传递函数分母的阶次至少等于分子的阶次,即  $d_z(\infty)$  是有限值。式 (1.1.2) 和 (1.1.5) 表明:极点盈余(分子阶次减去分母阶次)  $p$ , 即  $d_m - d_{m-1} - \dots - d_{m-p+1} = 0$ , 说明了输出对任何输入的反应要滞后  $p$  个采样间隔。

## 1.2 采样系统

在上节中已列举了一些控制系统的例子,其中除了时间连续函数  $f(t)$  外,还出现了数据序列  $f_k, k=0,1,2,\dots$ 。对数据序列而言,在时间间隔  $t_k < t < t_{k+1}$  中,信号只需用一个数  $f_k$  表征。一般说来,时间点  $t_k, k=0,1,2,\dots$  是预先给定的。典型的情况是以间隔长度  $T$  来等分时间,即  $t_k = kT$ 。

**注释 1.1** 如果  $t_k$  取决于控制系统中的信号,则称为“与信号相关的采样”。这种较为复杂的非线性情况在本书中不加讨论。

一个数据序列只有通过脉冲成型环节首先变成连续信号之后,才能作用于连续系统,例如作为控制量作用于受控对象。图 1.3 给出了脉冲成型的两个例子。

图 1.3 a) 所示的连续信号  $f(t)$  通过幅值采样  $f_k = f(kT)$ , 可产生图 1.3 b) 所示的采样数据序列。但在这里应该指出,数据序列  $f_k$  也可以用其它方式形成,例如采用计算规则 (1.1.1)。图 1.3 c) 中画出了用保持器进行的外推,即

$$u_k(t) = f_k, kT < t < kT + T \quad (1.2.1)$$

而图 1.3 d) 中的脉冲成型则采用了脉冲宽度调制,其数学表达式为

$$u_{PDM}(t) = \begin{cases} \operatorname{sgn} f_k, & kT < t < c \cdot |f_k| \\ 0, & c \cdot |f_k| < t < kT + T \end{cases} \quad (1.2.2)$$

此外还存在着其它形式的脉冲成型环节,如脉冲频率调制或更高阶的外推环节。然而,实际最常用的脉冲成型环节是保持器,即零阶外推环节。

脉冲成型环节的输出称为“采样量”。至少有一个采样量和一个连续量的动态系统称作采样系统。若系统中到处都是采样量,则该系统称为离散系统。然而,对于只在离散点上观察所有连续信号  $f(t)$  的系统,由于人们感兴趣的只是序列  $f_k = f(kT)$  的计算,因此也可把它当作是离散系统来处理。对应的两种信号形式是

连续信号  $f(t)$ ;

采样序列或离散信号  $f_k$ 。

一个采样系统可以包含四个部分:

- (1) 输入和输出都连续。例如受控对象,它由传递函数,脉冲响应或状态方程描述。
- (2) 输入连续,输出离散。例如采样器,它检测出幅值  $f_k = f(kT)$ 。
- (3) 输入离散,输出离散。例如按式 (1.1.1) 运算的数字计算程序。
- (4) 输入离散,输出连续。例如保持器,或脉冲宽度调制器。

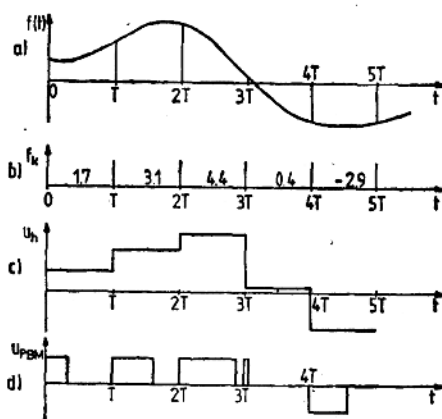


图 1.3 a) 连续信号; b) 采样序列; c) 脉冲幅值调制的采样信号; d) 脉冲宽度调制的采样信号

保持器(4)可以直接接在采样器(2)之后。现在我们要在频率域内研究这种特别重要的组合“采样-保持器”。

采样-保持器是一个传递环节,它检测出输入信号  $f(t)$  在时刻  $t = kT$  的采样值  $f(kT)$ ,并一直保持到下一次采样,如图 1.4 所示。

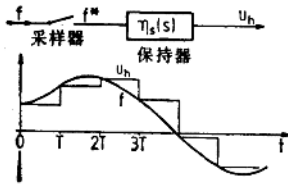


图 1.4 采样-保持器

因此,阶梯形的输出信号为

$$u_h(t) = f(kT), \quad kT < t < kT + T$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.2.3)$$

**注释 1.2** 如果输入信号  $f(t)$  在  $t = kT$  处有一阶跃,则应对右极限值  $f(kT + 0)$  进行采样。但是有时这和采样-保持器的技术执行状况不一致。例如在落弓检流器中,被采样的是  $f(kT - 0)$ 。尽管如此,我们还是作了以上的

规定,这是为了与采样系统文献中采用的一般表达形式取得一致。在文献中,例如对阶跃函数

$$1(t) := \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (1.2.4)$$

进行采样,规定  $t = 0$  时输出  $u_h(0) = 1$ 。如果阶跃的输入量在间隔  $-T < t < 0$  之间任一瞬时接入,则以上所作的规定同采样-保持器技术执行的状况是一致的。如果要研究阶跃和采样恰好同时出现的情况,就必须精确地不作任何近似和理想化地分析采样和保持器的动态。但是,这种情况没有多大的实际意义。为了书写简单起见,今后一律记

$$f(kT + 0) = f(kT) \quad (1.2.5)$$

要注意, Laplace 逆变换  $\mathcal{L}^{-1}\{1/s\} = 1(t)$ , 在点  $t = 0$  的值为  $[1(+0) + 1(-0)]/2 = 1/2$ 。

借助于由式 (1.2.4) 定义的阶跃函数可以把采样-保持器的输出信号  $u_h(t)$  分解为函数  $f(kT)[1(t - kT) - 1(t - kT - T)]$ , 它在第  $k$  个间隔的值为  $f(kT)$ , 而在其它间隔为 0。假设  $k < 0$  时  $f(kT) = 0$ , 那么整个输出信号为

$$u_h(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)[1(t - kT) - 1(t - kT - T)] \quad (1.2.6)$$

上述和式是收敛的,因为对于每个  $t$  恰好只有一个加数不等于零。其 Laplace 变换为

$$u_h(s) = \mathcal{L}\{u_h(t)\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) \left[ \frac{1}{s} e^{-kT} - \frac{1}{s} e^{-(k+1)T} \right]$$

$$= \frac{1 - e^{-T}}{s} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) e^{-kT} \quad (1.2.7)$$

在这一表达式中,通过采样产生了信号  $f^*(s)$ , 其 Laplace 变换为

$$f^*(s) := \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) e^{-kT} \quad (1.2.8)$$

它输入到保持器中,保持器的传递函数为

$$\eta_s(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \quad (1.2.9)$$

信号传递过程见图 1.4 所示。

**注释 1.3** 用  $z = e^{Ts}$  代入式 (1.2.8), 可得  $z$  变换式

$$f_s^* \left( \frac{1}{T} \ln z \right) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) z^{-k} = f_s(z) \quad (1.2.10)$$

在  $s$  域内, 上述关系式可写作

$$f_s(e^{Ts}) = f_s^*(s) \quad (1.2.11)$$

也就是说, 通过 Laplace 逆变换可以反过来计算出采样后的信号  $f^*(t) = \mathcal{L}^{-1}\{f_s^*(s)\}$ 。求式 (1.2.8) 的逆变换得出

$$f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) \mathcal{L}^{-1}\{e^{-kTs}\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) \delta(t - kT) \quad (1.2.12)$$

式 (1.2.12) 也可解释为脉冲幅值调制, 因为按照分布理论<sup>[60, 1, 63, 1]</sup>中的定理有

$$f(kT) \delta(t - kT) = f(t) \delta(t - kT) \quad (1.2.13)$$

利用  $t < 0$  时  $f(t) = 0$ , 可得

$$f^*(t) = f(t) \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT) = f(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT) \quad (1.2.14)$$

这一和式表示了由  $\delta$  函数组成的周期性脉冲, 该脉冲再由  $f(t)$  进行幅值调制。

**注释 1.4** 以上我们把采样解释为脉冲幅值调制。这种解释还提供了连续信号的频谱  $f_s(j\omega)$  和采样信号频谱  $f_s^*(j\omega)$  ( $s = \sigma + j\omega$ ,  $j = \sqrt{-1}$ ) 之间的关系。具体说明如下: 把由  $\delta$  函数组成的周期性脉冲用它的 Fourier 级数表达为<sup>[60, 1]</sup>

$$f^*(t) = f(t) \cdot \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-jm\omega_A t}, \quad \omega_A = 2\pi/T \quad (1.2.15)$$

上式的 Fourier 变换是

$$f_s^*(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(t) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j(\omega + m\omega_A)t} dt$$

$$f_s^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_s(j\omega + jm\omega_A) \quad (1.2.16)$$

式中  $f_s(j\omega)$  是未采样信号  $f(t)$  的 Fourier 变换式。式 (1.2.16) 表明了脉冲幅值调制是如何产生频率为采样频率  $\omega_A$  整数倍的边频的。在图 1.5 中, 直观地举例说明了  $f_s(j\omega)$  和  $f_s^*(j\omega)$  的模。所画出的  $f_s^*(j\omega)$  的各部分频谱在考虑了相角后可以相加。

对于稳定的连续的时不变线性传递环节, 如果它被周期性地激励, 在过渡过程结束后输出端只出现和输入端相同的频率。有了采样器后, 其基本差别在于输出端出现了附加的频率。对于连续的时不变系统, 只有在非线性传递环节中, 才

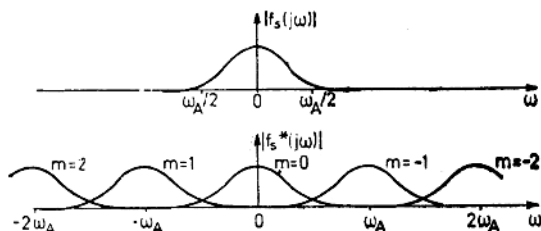


图 1.5  $f(t)$  和采样后信号  $f^*(t)$  的频谱

能观察到类似的效应,那时是以谐波频率的形式,即为激励频率的整数倍的形式出现的。然而,采样器是一个线性传递环节,而且附加产生的边频也不一定是原来的整数倍。

保持器还造成了相位滞后,滞后量由它的频率特性确定。在式(1.2.9)中,令  $s = j\omega$ , 有

$$\begin{aligned} \eta_s(j\omega) &= \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} \\ &= \frac{e^{j\omega T/2} - e^{-j\omega T/2}}{j\omega} e^{-j\omega T/2} \\ &= \frac{2 \sin \omega T/2}{\omega} e^{-j\omega T/2} \end{aligned} \quad (1.2.17)$$

相位滞后角为  $\omega T/2$ , 这相当于半个采样周期的延时。

采样-保持器可以按图 1.6 所示的电路近似实现。该电路也用在模拟计算机上对采样系统进行仿真。

在开关短暂接通的期间  $h$  内,电容器以时间常数  $RC$  充电到值  $f(kT)$ 。开关断开时,放大器起着积分器的作用,其输出保持常值。只要放大器负载能力允许,  $R$  应选择得尽可能小。选择  $h$  和  $C$  量级时必须综合考虑,一方面要求  $RC \ll h \ll T$ ; 另一方面,在保持间隔  $T$  内  $C$  不应有明显的放电。还有其它电路也可用来实现采样-保持器,见参考文献 [61.4, 62.1]。

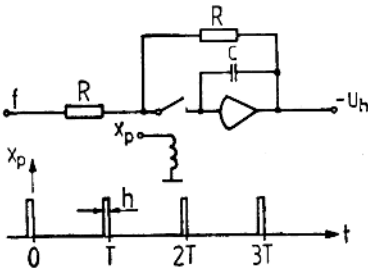


图 1.6 采样-保持器的电路图

**注释 1.5** 如果知道了信号的某些特性,就可使外推得到改善。例如已知信号的频谱,就能够以最小均方误差为最优指标进行外推。但是,更有意义的是使整个系统最优,而不仅仅只是使外

推环节最优<sup>[61.1, 62.1]</sup>。

通常假定信号可用一个多项式  $s_h(t) = c_0 + c_1 t + \dots + c_m t^m$  近似。系数  $c_i$  的确定应使多项式曲线通过采样值  $f(kT)$ ,  $f(kT - T)$ ,  $\dots$ ,  $f(kT - mT)$ ,  $m$  表示外推环节的阶数。零阶外推环节就是保持器。 $m = 1$  时就成为线性外推,即

$$u_h(t) = f(kT) + [f(kT) - f(kT - T)](t - kT)/T, \quad kT < t < kT + T \quad (1.2.18)$$

但是,对于控制系统中出现的许多信号,如阶跃函数或随机信号,用多项式外推是不利的。对于正弦形信号,随着外推环节阶数增高,其相移也要增大<sup>[58.2, 59.1, 65.1]</sup>, 这对控制回路的稳定性不利。此外,高阶外推的技术实现也很复杂,所以在极大多数情况下都采用了保持器。

### 1.3 采样控制回路的设计问题

简单的采样控制回路如图 1.7 所示。

受控对象输出端的被控量  $y(t)$  与参考输入  $w(t)$  进行比较,连续的控制偏差  $e(t) =$

$w(t) - y(t)$  经采样后得到的序列  $e(kT)$  输入到数字计算机。数字计算机计算后得出序列  $u(kT)$ 。保持器产生阶梯函数

$$u(t) = u(kT), \quad kT < t < kT + T \quad (1.3.1)$$

作为控制量作用于受控对象。这一控制结构的目的是要在规定的指标意义下保持控制偏差  $e(t)$  很小, 即被控量  $y(t)$  尽可能跟随参考输入  $w(t)$ 。与  $y$  不反馈的开环控制相比较, 闭环控制有三个优点:

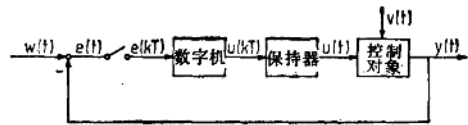


图 1.7 典型的采样控制回路

(1) 如果反馈使回路稳定, 则对于原来不稳定的受控对象也能始终保持  $e(t)$  很小 (稳定性)。

(2) 能够抑制作用于受控对象和  $y$  值测量的未知干扰  $v(t)$  的影响 (干扰补偿, 滤波)。

(3) 即使缺乏受控对象的精确数学模型, 也能始终保持  $e(t)$  很小 (鲁棒性)。

人们还可以组成其它控制回路结构, 例如观测器和状态向量反馈。不同回路结构的共同点是把测量值  $y$  反馈。我们所熟知的连续控制器的设计方法, 原则上也适用于采样控制器的设计。在用状态空间法时, 控制器的阶数取决于所用的方法, 并随着受控对象阶数的增高而增高。在用图解频率法 (根轨迹, Bode 图, Nyquist 图, Nichols 图) 时, 可以试着用低阶控制器去找满意解。例如在图 1.7 中, 控制器可以根据式 (1.1.2) 及 (1.1.5) 用很小的阶数  $m$  设定。尽管控制器的代价取决于其阶数, 但用现今的微电子技术实现一种式 (1.1.2) 的控制算法, 所花的代价要远小于其它代价, 譬如可靠的敏感器和转换器, 或设计的工时等所花的代价。因此, 在用图解频率法设计时可能得到的较低的控制器的阶数不再是明显的优点。

用状态空间法进行研究, 有助于理解零极点相消的实质, 这种相消在采样系统中是特别关键的。这种方法还可以提供一种控制器结构, 使得从  $w$  到  $y$  的闭环传递特性和从  $v$  到  $y$  的干扰传递特性至少可以部分独立地进行设计。此外, 状态空间方法很容易推广到多变量系统。

另一方面, 在频率域内研究问题直观, 物理概念明确 (如积分控制器, 受控对象在建模时高频段所允许的不精确性, 抗假频滤波器, 以及所允许的环节的非线性扇形区), 而且计算方便 (用多项式和多项式矩阵进行计算)。因此, 在以下各章中这两种描述方法都要用到。

在设计中需要进一步考虑的问题主要是:

(1) 参考输入  $w(t)$  和干扰  $v(t)$  的类型是什么 (例如阶跃、脉冲、周期性激励、随机信号), 某些干扰量能否测量, 能否在前馈控制中予以考虑。

(2) 对于控制量  $u(t)$  和状态量有什么限制。

(3) 主要目的是什么, 是调节问题 [ $w(t)$  长时间保持恒定, 要求抑制干扰  $v(t)$  并有很高的稳态精度], 随动控制 [参考输入  $w(t)$  快速变化, 要求有快速的瞬态响应及很好的动态跟随  $y(t) \approx w(t)$ ], 还是兼顾两者?

(4) 受控对象的模型是以什么形式给出的 (根据物理定律导出的状态方程, 频率特性测量值, 阶跃响应, 由确定性的输入输出观测得到的实现, 根据随机的输入输出观测进行辨识, 模型系数对变化的物理参数的依赖关系, 适用于不同工作状态的一组系统模型)。

(5) 以什么形式评价设计的优劣(阶跃响应,二次型指标函数,特征值位置,时间最优解,满足不等式约束,回差的奇异值分析,对于干扰和参考输入的传递函数,终值控制,或者它们的组合)。

没有一本书能够包罗万象地回答所有这些问题。在本书中,作者试图主要通过特征值位置来表达对于控制系统的要求,并且当受控对象参数变化很大时,使这些特征值具有鲁棒性。此外,书中还讨论了一些专门的采样问题,如采样周期的选择,非同步采样,前置滤波,有限过渡过程的设计以及采样时刻之间的系统行为。

## 习 题

1.1 确定离散积分器的  $z$  传递函数。

- (1) 用矩形近似法;
- (2) 用梯形近似法。

1.2 信号  $f(t) = \cos \frac{\pi}{3}t + \cos 2\pi t$  在时刻  $t = kT$ ,  $T = 1$  被采样。

- (1) 画出采样后的信号及其频谱;
- (2) 在采样器前用一抗假频滤波器,其传递函数是

$$g_r(s) = \frac{\pi^2}{s^2 + \sqrt{2}\pi s + \pi^2}$$

画出其稳态响应,它的采样值和频谱。

1.3 画出  $T = 1$  时保持器的频率响应。



## 第二章 连续系统

这一章专门叙述连续系统。在本书中写这一章的理由是：

(1) 大多数采样系统都包含一连续时间的受控对象。只要合适选择采样周期，就可以在连续时间域内分析可控的和可观测的特征值，并进行典范分解，这样就便于分析不确定的物理参数的影响。这一点将在以后的桥式吊车的建模和分析中加以说明。

(2) 在对受控对象离散化时，转移矩阵的计算是关键的一步。

(3) 极点配置，或某些极点和某些增益的部分配置，对于连续的和离散的系统，都导致相同的数学问题。在本章中，我们将针对这两种情况解决这个问题。

(4) 控制系统的指标通常以连续时间的形式给定。在本章中，我们引入某些典型的指标，并在以后将其转换为离散时间的情形。

(5) 在本章中，我们引入桥式吊车的例子，并在以后各章里继续给出许多有关桥式吊车的练习，最后设计一动态输出反馈的鲁棒数字控制器。建议读者认真做好这组练习，以加深对所学理论知识的理解。

由于以上理由，我们将以桥式吊车为例扼要地叙述连续系统的分析，并汇集主要关系式和符号供以后参考。读者可以根据本人的背景调整阅读的速度。初学者必须首先阅读有关线性系统的文献，如 [55.1, 63.1, 69.1, 70.3, 71.1, 71.8, 72.5, 80.2]。以前已经学习过连续系统的读者可以选读一部分。已经掌握了单变量连续系统分析的读者，应该阅读本书 2.6 节有关仿射映射法极点配置的描述，然后再直接阅读第三章。

### 2.1 建模，线性化

受控对象的数学模型可以用两种方法建立：

(1) 根据输入和输出的测量值。此时受控对象被看作是“黑箱”，对其内部结构是一无所知的。

(2) 根据在一个已知结构中各个组件及其相互作用的动力学关系。

在实际中往往要把两种方法结合起来，首先用方法 (2) 得到数学模型的结构（例如飞机的动力学性质），再通过测量获得其中出现的参数值（例如风洞试验或飞行实验）。方法 (2) 有一个我们以后要用到的优点，即可以引进具有直观物理意义的变量作为状态变量，例如质点的位置和速度，感应线圈中的电流，电容器上的电压以及温度，压力，库存等等。方法 (2) 要求对受控对象作出精确的分析，因此在这里只能结合例子进行说明。研究的例子是图 2.1 所示的桥式吊车。

为了简化分析，假定：

吊运车和天桥之间不存在摩擦；