计量抽样检查方法

秦士嘉　章德　余柏　陈华钧　等编著

宇航出版社

计量抽样检查方法

（GB6378-86 宣贯教材）

秦士嘉　章　德　余　柏　陈华钧　等编著

章渭基　审校

宇航出版社

内 容 简 介

本书是国家标准 GB6378“不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查)”的宣贯教材。内容包括概率论与数理统计基本知识,抽样检查概要,GB6378 抽样方案的制订和 GB6378 的原理说明。

读者对象为工矿企业从事质量管理、产品检验和标准化工作的工程技术人员,国家商品检验部门和外贸部门的科技人员,大专院校管理专业和数理统计专业的教师、高年级大学生和研究生以及有关部门的科研人员。

计 量 抽 样 检 查 方 法

秦士嘉　章德　余柏　陈华钧　等编著

章渭基　审校

责任编辑:陈学兰

★

宇航出版社出版

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经销

天津静一胶印厂印刷

★

开本:787×1092　1/32　印张:8.25　字数:192 千字

1989 年 12 月第 1 版第 1 次印刷　　印数:1-6500 册

ISBN 7-80034-248-4/TB · 051　定价:3.90 元

前　言

抽样检查是对成批产品进行质量验收的一种科学方法，它以数理统计为主要工具。我们只要从一批产品中随机抽取少量样品进行检查，就可判断成批产品是否合格。在产品质量验收中采用抽样检查方法既能保证产品质量，又能减少检验费用，提高检验工作效率，因此它是检验产品质量的一个十分重要的手段，是统计质量管理的一个重要组成部分。

抽样检查的理论和应用至今已有50多年历史，它的理论和方法十分丰富，有各式各样的抽样检查方法已广泛应用于各个工业部门。不仅国内贸易需要它，而且在国际贸易中，经常都是以抽样检查的国际标准ISO2859和ISO3951作为仲裁产品质量的标准。可以说，贸易工作离不开抽样检查方法。

随着工业生产的高速发展，特别是生产的现代化、专业化和大量化，推动了抽样检查方法的发展和广泛应用。国际标准化组织和很多国家的工业部门纷纷制订了一些有关抽样检查的标准。在抽样检查标准中，应用最广泛的是“调整型”抽样检查标准，它分为“计数”和“计量”两大类型。1981年国家标准局发布的国家标准GB2828-87“逐批检查计数抽样程序及抽样表（适用于连续批的检查）”，属于计数调整型抽样检查标准。而国家标准GB6378-86“不合格品率的计量抽样检查程序及图表（适用于连续批的检查）”则是计量调整型抽样检查标

准。这两个标准互相对应。

本书是GB6378的宣贯教材。由于GB6378所用到的数理统计知识要比GB2828多得多，如正态分布、χ^2分布、t分布、β分布、非中心t分布。参数估计、假设检验、正态性检验、异常值的判断与处理和s控制图等等。为了推广和应用GB6378，有必要编写一本宣贯教材，介绍概率统计和抽样检查的基本知识，并对GB6378的实施方法和原理作进一步说明。

本书由制订国标GB6378的科研组主要成员集体编写而成。全书共分八章，第一章预备知识（陈华钧）；第二章抽样检查概要（韩之俊）；第三章标准型计量抽样方案（夏定中）；第四章GB6378中抽样方案的制订（章德）；第五章抽样检查的实施（余柏）；第六章调整型抽样方案组及其特性（张守智）；第七章关于国标GB6378的几点说明（秦士嘉）；第八章附录（汪光先）。全书由章渭基审校定稿。

本书可作为学习国标GB6378的主要参考书。读者对象为工矿企业从事质量管理、产品检验和标准化工作的工程技术人员，国家商品检验部门和外贸部门工作的科技人员，大专院校管理专业和数理统计专业的教师、高年级大学生和研究生以及有关部门的科研人员。

我们希望本书能为推广应用计量调整型抽样检查方法，改革旧的、传统的抽样检查方法，促进抽样检查技术现代化贡献一份力量。由于我们的理论水平和实践经验所限，书中一定存在不少缺点和错误，恳切希望读者批评指正。

章渭基

1988年2月于南京

目　　录

第一章　预备知识

1.1　概率论基本知识

1.1.1　随机事件及其概率

1.1.1.1　随机事件

概率论是研究随机现象(偶然现象)的科学。

人们在实践活动中,常遇到随机现象。例如火炮射击较小的目标,可能命中,也可能不命中。车床加工出来的机械零件,可能是合格品,也可能是不合格品。把得到的实验数据在坐标纸上用点表示出来,我们可以看到,这些点(假定它们足够多)通常不是位于一条曲线上,而是散布在某一带形区域内,这就是所谓实验点的随机散布。

个别的随机现象毫无规律,但大量的随机现象是存在规律性的,这就是所谓频率稳定性。这种规律性不依赖于观察者或试验者的主观意愿,是现象本身所固有的属性,这种属性称为统计规律性。这正是我们对随机现象发生的可能性大小的数量规律性进行度量的客观基础。

人们是通过随机试验来研究随机现象的。在一组固定条件下,试验可以重复进行,每次试验的可能结果不止一个,且在试验之前不能确定哪个结果会出现。这样的试验称为随机试验,以后简称为试验。下面是几个随机试验的例子:

E_1:抛一枚硬币,观察其正面、反面出现的情况;

E_2:记录某电话交换台在一分钟内接到的电话呼唤次数;

E_3:在一批灯泡中任抽一只,测试它的寿命。

试验 E 中某个可能出现，也可能不出现的试验结果称为随机事件，简称为事件。E_1 中“正面朝上”，“正面朝下”；E_2 中“ 接到 n 次呼唤，$n=1,2,3,\cdots$”；E_3 中“某只灯泡寿命不小于 2000 小时”等等都是随机事件。随机事件通常用大写字母 A、B、C、…表示。

随机事件的例子很多。比如从 10 个同类产品(某中 8 个正品，2 个次品)中，任意抽取 3 个，那么 A=“3 个都是正品”，B=“至少 1 个是次品”都是随机事件。而“3 个都是次品”这一事件是不可能发生的，“至少 1 个正品”这一事件是必定要发生的。在试验中，必然出现的结果称为必然事件，不可能出现的结果称为不可能事件。必然事件用字母 U 表示，不可能事件用字母 V 表示。它们是随机事件的特殊情况，称为极端事件。

1.1.1.2 频率和概率

随机事件的特点是具有随机性，在一次试验中，它可能发生，也可能不发生，但它们发生的可能性是有大小之分的。例如我们难以预测一个婴儿的寿命，但可以肯定他活到 100 岁的可能性要比他活不到 100 岁的可能性小，因为多数人的寿命不到 100 岁。然而对事件发生的可能性只停留在定性的了解与描述上，实在太不够了。

在相同的条件下，进行 n 次重复试验。事件 A 出现的次数 m 称为频数；频数 m 与试验次数 n 之比 m/n 称为事件 A 出现的频率，记作 $R(A)$，即

$$R(A)=\frac{m}{n} \tag{1-1}$$

易见 $R(A)$有下列性质：

1) $0\leqslant R(A)\leqslant 1$

2) $R(U)=1, R(V)=0$

同一事件 A,如果重复试验的次数不太大时,其频率取值是不确定的,具有随机性。但是当试验次数 n 无限增大时,频率 $R(A)$ 在某一数值 p 附近作微小的波动,即 $R(A)$ 具有统计规律性。如在同样条件下,抛一枚硬币,观察出现正面这一事件。当试验次数较小时,正面出现的频率波动很大,没有什么规律性。但当 n 无限增大时,正面出现的频率总在 1/2 附近作微小的波动。著名统计学家蒲丰(Buffon)和皮尔逊(Pearson)曾进行大量抛掷硬币的试验,得到试验结果如下:

试验者	投币次数 n	正面出现的次数 m	频率 $R(A)=\frac{m}{n}$
蒲　丰	4040	2048	0.5069
皮尔逊	12000	6019	0.5016
皮尔逊	24000	12012	0.5005

容易看出,投掷次数越多,频率越接近 0.5。

定义 在相同条件下,进行大量重复试验,随着试验次数的增大,事件 A 的频率 $R(A)$ 稳定地在某一数值 p 的附近摆动。而且一般说来,随着试验次数的增多,这种摆动的幅度愈来愈小。称频率的稳定值 p 为随机事件 A 的概率,记作 $P\{A\}=p$。

由于概率是频率的稳定值,故在实际问题中,当试验次数 n 很大时,可用频率来近似代替概率。根据概率的定义,易知 $P\{A\}$ 具有如下性质:

1) $0 \leqslant P\{A\} \leqslant 1$

2) $P\{U\}=1, P\{V\}=0$

1.1.1.3 古典概型

上面介绍了概率的定义,它既是概念,同时又提供了近似计算概率的一般方法。但在某种特殊情况下,并不需要临时做多次试验来求得概率的近似值,而是根据问题本身所具有的某种"对称性"来直接计算概率,这就是所谓古典概型。

定义 (1)设一次随机试验只有有限个可能试验结果,记为 $A_1,A_2,\cdots A_n$。它们称为基本事件。

(2) 基本事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是等可能的,即

$P\{A_1\}=P\{A_2\}=\cdots=P\{A_n\}=1/n$。

符合上述两个条件的概率模型称为古典模型。对于古典概型,若事件 A 由 m_A 个基本事件组成,则比值 m_A/n 称为事件 A 出现的概率。

即

$$P\{A\}=\frac{m_A}{n} \tag{1-2}$$

例 1.1 一只盒子中有 10 个零件,其中有 3 个废品。今任选取 5 个,求获得 2 个废品的概率。

解 事件 A——所取的 5 个零件中有 2 个废品。

基本事件总数 $n=C_{10}^5$。

导致 A 发生的基本事件数 $m_A=C_3^2C_7^3$

由式(1-2)得

$$P\{A\}=\frac{m_A}{n}=\frac{C_3^2C_7^3}{C_{10}^5}=\frac{105}{252}=\frac{5}{12}$$

1.1.1.4 事件间的关系和加法公式

我们常常看到,在一组条件之下有多个随机事件,其中有些比较简单,有些比较复杂。分析事件之间的关系,从而找到

它们概率之间的关系，这自然是必要的。

(1) 事件的和与积

两事件的和是一个事件，它表示事件 A、B 中至少有一个出现。记作 $A+B$ 或 $A\cup B$。

两事件的积是一个事件，它表示 A、B 共同出现的事件，记作 AB 或 $A\cap B$。

上述定义可推广到 n 个事件和与事件积的情形，即

$A_1+A_2+\cdots+A_n$ 为 n 个事件之和，它表示这 n 个事件中至少有一个出现。

$A_1A_2\cdots A_n$ 为 n 个事件之积，它表示这 n 个事件共同出现。

(2) 互斥事件

若事件 A、B 不能同时发生，亦即 $AB=V$，则称事件 A、B 是互斥的，或称为互不相容的。

若 $A_1,A_2,\cdots A_n$ 中任两个事件均不能同时发生，亦即对任何 $i\neq j(i,j=1,2,\cdots,n)$，均有 $A_iA_j=V$，则称 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为互斥的。

(3) 对立事件

若在试验中，事件 A、B 必然有一个发生，且仅有一个发生，即

$$A+B=U \text{ 及 } AB=V$$

则称事件 A、B 互为对立事件。记作 $A=\bar{B}$，或 $B=\bar{A}$。

(4) 互斥事件的加法公式

若事件 A、B 互斥，即 $AB=V$，则

$$P\{A+B\}=P\{A\}+P\{B\} \tag{1-3}$$

证　设试验 E 中共有几个基本事件，其中有 m_A 个基本事件导致事件 A 发生，m_B 个基本事件导致事件 B 发生，由于

A、B 互斥，故导致事件 $A+B$ 发生的基本事件数为 m_A+m_B。由(1-2)式

$$P\{A+B\}=\frac{m_A+m_B}{n}=\frac{m_A}{n}+\frac{m_B}{n}=P\{A\}+P\{B\}$$

推广　若 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 互斥，则

$$P\{A_1+A_2+\cdots+A_n\}=P\{A_1\}+P\{A_2\}+\cdots+P\{A_n\}$$

推论　$P\{A\}=1-P\{\overline{A}\}$

证　因为 $A+\overline{A}=U$，　$A\cdot\overline{A}=V$

由加法公式 $P\{U\}=1=P\{A+\overline{A}\}=P\{A\}+P\{\overline{A}\}$

所以　$P\{A\}=1-P\{\overline{A}\}$

例 1.2　某人有形状差不多的 5 把钥匙，其中只有 1 把可以打开房门，他逐把试验。求下列事件的概率：

1)　A_k：恰在第 k 次打开房门($k=1,2,3,4,5$)；

2)　B：前 3 次打开房门；

3)　C：前 3 次打不开房门。

解　5 把钥匙可能排列方式有 5! 种，故基本事件总数 $n=5!$。

又该房门的钥匙处于第 k 个位置的基本事件数 $m_A=(5-1)!=4!$。

按公式(1-2)　$P\{A_k\}=\dfrac{m_A}{n}=\dfrac{4!}{5!}=\dfrac{1}{5}$

$k=1,2,3,4,5$

注意到 $B=A_1+A_2+A_3$，且 A_1、A_2，A_3 互斥，所以

$P\{B\}=P\{A_1\}+P\{A_2\}+P\{A_3\}=\dfrac{3}{5}$

直接求 $P\{C\}$是比较困难的。考虑 C 的对立事件：前 3 次打开房门，那 $\overline{C}=B$，所以

$$P\{C\} = 1 - P\{\bar{C}\} = 1 - P\{B\} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

1.1.2 条件概率、乘法公式与事件独立性

1.1.2.1 条件概率

例 1.3 盒中装有 20 个球，其中 8 个是铜球 12 个是铁球；而铜球中有 3 个是红色的，5 个是绿色的；铁球中有 4 个是红色的，8 个是绿色的。现从中任取一球，记

A=“取得绿色球”

B=“取得铜球”

那么 $P\{A\}=\frac{13}{20}$ $P\{B\}=\frac{8}{20}$

但是如果已知取得的是绿色球，那么该球是铜球的概率是多少？也就是求在事件 A 已发生的前提下事件 B 发生的概率，此概率记为 $P\{B/A\}$。将盒中球的分配情况列表如下：

	铜	铁	合计
红	3	4	7
绿	5	8	13
合计	8	12	20

如何计算 $P\{B/A\}$？因取到的是绿色球，而绿色球有 13 个且其中有铜球 5 个，所以 $P\{B/A\}=5/13$。注意到 $P\{AB\}=P\{$绿色的铜球$\}=5/20$，从而

$$P\{B/A\} = \frac{5}{13} = \frac{5/20}{13/20} = \frac{P\{AB\}}{P\{A\}}$$

定义 设 A、B 为随机试验 E 的两个事件，且 $P\{A\}>0$，则称

$$P\{B/A\} = \frac{P\{AB\}}{P\{A\}} \tag{1-4}$$

为事件 A 发生的条件下，事件 B 发生的条件概率。

同样，在事件 B 已发生的条件下，事件 A 发生的条件概率为

$$P\{A/B\} = \frac{P\{AB\}}{P\{B\}} \qquad (P\{B\} > 0)$$

例 1.4　5 个乒乓球（3 个新球，2 个旧球），每次取 1 个，不放回地取两次。求：第一次取到新球的概率；在第一次取到新球的条件下，第二次取到新球的概率。

解　记 A=“第一次取到新球”

B=“第二次取到新球”

则由（1-2）得 $P\{A\}=\frac{3}{5}$

至于 $P\{B/A\}$，由条件概率的概念易知

$$P\{B/A\} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

亦可用公式（1-4）来算。因试验已是不放回地取两次，故

$$n = P_5^2 = 20 \qquad m_A = P_3^{'}P_4^{'} = 12 \qquad m_{AB} = P_3^2 = 6$$

$$P\{A\} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \qquad P\{AB\} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$ 因此

$$P\{B/A\} = \frac{P\{AB\}}{P\{A\}} = \frac{3/10}{3/5} = \frac{1}{2}$$

1.1.2.2　乘法公式

由公式　$P\{A/B\}=\frac{P\{AB\}}{P\{B\}} \qquad (P\{B\}>0)$

$$P\{B/A\}=\frac{P\{AB\}}{P\{A\}} \qquad (P\{A\}>0)$$

得

$$P\{AB\} = P\{A\}P\{B/A\} = P\{B\}P\{A/B\} \qquad (1\text{-}5)$$

此式称为概率的乘法公式。

一般地,若 $P\{A_1A_2\cdots A_{n-1}\}>0$,则

$$P\{A_1A_2\cdots A_n\} = P\{A_1\}P\{A_2/A_1\}P\{A_3/A_1A_2\}\cdots P\{A_n/A_1A_2\cdots,A_{n-1}\}$$

1.1.2.3 **独立性**

例 1.5　5 个乒乓球(3 新 2 旧),每次取 1 个,有放回地取两次,记

A=“第一次取到新球”,

B=“第二次取到新球”,

那么显然有　$P\{B/A\}=P\{B\}$。它表明事件 A 发生并不影响事件 B 发生的概率。由(1-5)知

$$P\{AB\} = P\{A\}P\{B/A\} = P\{A\}P\{B\}$$

定义　如果 $P\{AB\}=P\{A\}P\{B\}$,则称两事件 A、B 独立。可以证明,若 A、B 独立,则 A 与 $\bar{B}$,$\bar{A}$与 B,$\bar{A}$与 $\bar{B}$也独立。

定义　n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 若同时满足下面 2^n-n-1 个等式:

$$P\{A_iA_j\} = P\{A_i\}P\{A_j\} \qquad 1\leqslant i<j\leqslant n$$

$$P\{A_iA_jA_k\} = P\{A_i\}P\{A_j\}P\{A_k\} \quad 1\leqslant i<j<k\leqslant n$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$P\{A_1A_2\cdots A_n\} = P\{A_1\}P\{A_2\}\cdots P\{A_n\}$$

则称这 n 个事件独立。