

层次分析法

——在资源分配、管理和冲突分析中的应用

〔美〕 T.L.萨蒂著 许树柏等译

煤炭工业出版社

层次分析法

——在资源分配、管理和冲突分析中
的应用

〔美〕T. L. 萨蒂 著

许树柏 等译

煤炭工业出版社

内 容 简 介

本书是作者全面论述层次分析法的唯一著作，包括方法、应用和数学原理三个部分以及两个数学附录。方法部分论述了决策思维的一般原理，结合实例介绍了运用层次分析法的基本步骤；应用部分包含了涉及经济分析、预测、国民经济、教育、交通运输计划、冲突分析和人材选拔以及资源分析等大量实例；数学原理部分为深入研究层次分析法的读者提供了一条途径。

本书可作为各级政府经济、科技、教育和人事部门干部，以及与软科学有关的科研机构的科技人员自学用书，也可作为大专院校系统工程、管理工程、运筹学等专业师生的教学参考书。

责任编辑：于 杰

Thomas L. Saaty
THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS
McGraw-Hill International Book Company

1 9 8 0

*

层 次 分 析 法

——在资源分配、管理和冲突分析中的应用

[美]T. L. 萨蒂 著

许树柏 等译

*

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平里北街21号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

*

开本787×1092mm^{1/32} 印张11 插页1

字数234千字 印数1—2,000

1988年9月第1版 1988年9月第1次印刷

ISBN 7-5020-0081-X/TD·77

书号 2992

定价 2.75 元

序

社会经济中的许多问题，如经济计划、资源分配、方案评选、冲突分析、企业管理、环境保护，等等，在某种意义上都可以归结为决策问题。决策通常是指在一组解决问题的方案中，选择最好或满意的方案。决策方法大抵可以分为两类，一类是数学模型方法，另一类是非数学模型方法。当决策问题所涉及的因素以及它们之间的相互关系能够定量加以表示时，我们一般用数学模型对这种定量关系进行抽象处理，此时决策问题化为对数学模型求解。近20年来数学模型方法，特别是最优化技术得到了迅速发展，它与计算机技术结合解决了许多复杂的决策问题。然而，由于数学模型往往无法反映人们的判断和经验起作用的决策因素，使得相当多的数学模型的最优解并不对应现实生活的最优。近年来国内外不少运筹学家努力寻找非数学模型法的第二类决策方法。这类方法强调人的思维判断在决策过程中的作用，通过一定模式使决策思维过程规范化，它适用于定性因素与定量因素相结合特别是定性因素起主导作用的决策问题。美国著名运筹学家、匹兹堡大学教授 T.L.Saaty 于70年代中期提出的层次分析法是一种较好的第二类决策方法。

层次分析法本质上是一种决策思维方式，它把复杂的问题分解为各组成因素，将这些因素按支配关系分组以形成有序的递阶层次结构，通过两两比较判断的方式确定每一层次中因素的相对重要性，然后在递阶层次结构内进行合成以得到决策因素相对于目标的重要性的总顺序。层次分析法体现了人们决策思维的基本特征：分解、判断、综合。因此，自层

次分析法问世以来，它受到了人们、特别是决策者的欢迎。

Saaty 于 50 年代初在耶鲁大学取得博士学位，曾发表过十多部数学专著和 150 多篇学术论文，是国际运筹学界有影响的学者。他在美国政府某些决策部门（如海军运筹办公室，军备控制与裁军署）工作的经历，使得他深知决策中定性因素和人的判断所起的重要作用。作为一个长期涉猎深奥数学理论的数学家，Saaty 提出层次分析法这样一种几乎不需要高深的数学工具和复杂运算的简单决策方法，这对我们是值得深思和富有启发的。

《层次分析法》是 Saaty 系统论述这一方法的一本专著，发表于 1980 年。其后他又发表过有关层次分析法的另外 4 本著作《排序的逻辑》、《领导者决策》、《计划研究》和《解决冲突的新逻辑》。对于想要全面了解、掌握、运用，以及深入研究层次分析法的读者，《层次分析法》无疑是最适合的一部。这本书包括三部分：基本方法，应用和原理。理解前两部分并不困难，但要弄懂第三部分则需要下一番功夫。

层次分析法是 1982 年介绍到我国的。4 年来国内系统工程、管理工程和运筹学界有不少人在理论研究和应用方面做了工作。相信《层次分析法》中译本的出版将推动这一领域和决策理论研究工作，并对我国的决策民主化、科学化的进程产生积极影响。

中国系统工程学会副理事长
天津大学管理学院院长 刘 豹
系统工程研究所所长

一九八六年十一月于天津大学

萨蒂教授为中译本写的序言

我的决策理论——层次分析法因为它的广泛应用性和可能因为它所揭示的理论观点而引起了中国朋友的兴趣，我得知此事一直感到非常愉快。我十分高兴的是，天津大学的朋友已经将我的著作《层次分析法》译成中文介绍给中国读者。这本书是我为这一题目写的五本著作中的第一本。层次分析法是在涉及有形与无形因素的递阶层次结构内研究多准则决策问题，它似乎比单纯的逻辑方法更为合理。人们要把从不同角度对问题的看法形成严格的贯序思想，同时又必须通过直觉对各个结论加以组合，单纯使用归纳逻辑往往难于做到这一点。此外，由于对不同逻辑推理中的因素无法进行折衷，单纯逻辑推理可能得不到最好的决策。

尽管层次分析法有完整的逻辑结构，在这种结构内，提供分析处于混沌状态的复杂问题以得到最佳答案的简单法则。然而，在处理问题过程中仍然可以把人的知识和想象包括在这种递阶层次结构内。因此，我认为，这种方法是解决困难问题的一种均衡方式：既保持数学上的简化，又使得各种形式的结构能够解决复杂问题。在解释复杂的现实世界时，数学无法代替人的思想和经验，不管多复杂的数学被使用，总有一些我们认为十分明显的因素被忽略掉。

层次分析法有可能用于一组人对于相互关系问题的分析，并修改他们的判断，以最终把判断加以组合。判断组合所依据的准则是，无论对象相对于属性，还是属性相对于

更高层的目标，两两比较判断的互反关系提供了把人们的判断加以组合的合理方式。例如，如果大家都认为第一块石头比第二块石头重，而且都认为第一块石头是第二块石头重量的5倍，那么第二块石头应是第一块石头重量的 $\frac{1}{5}$ 。由于个人的观点可能不同，因此只有一种方式把他们的观点组织起来并使大家都满意。这一法则只能在充分讨论并同意遵守之后才能使用。经过一段时间的比较，往往人们愿意把他们的观点按这种方式组合。不管冲突各方是竞争的组 织 或 是 国家，只要他们有共同目标而且有调解者，那么，层次分析法可以用于解决冲突问题。在这种情况下，冲突双方各自使用四个递阶层次结构以评估双方实际的和设想的效益与代价。调解者使用这八个递阶层次结构加上他本身构造的四个递阶层次结构，提出使双方接近的方案。在每一种情况下，需要组合效益与代价，并根据损益率评估双方的相对优势。这种方法目前已经用于加拿大、美国自由贸易的谈判中。

我们希望，在人口日益增长的这个世界上，这种新的复杂逻辑将有助于解决问题和增进了解。从长远观点看，我们的方法应当引起明智的对话，并创造伟大的和睦相处的局面，而这正是我提出这一理论的主要目的之一。

T. L. Saaty

美国匹兹堡大学教授 T. L. 萨蒂

1986.10.16.

前 言

一个决策者，无论他是出于预测或者控制的需要，通常他所面临的是一个由相互关联的各部分，如资源、期望的结果或目标、某个人或某些集团等等构成的复杂系统，而且他有兴趣对这样的系统进行分析。可以料想，他对这个系统的复杂内容理解的愈透彻，他所作出的预测或决策就会愈好。在本书中我们提出一种理论，应用它可以将非常复杂的系统的研究，简化为一系列选定的各种组成元素的成对比较。

这个理论开始于1971年秋季，当时我正在为国防部研究与应急计划有关的一些问题。到1972年，在为NSF*（稍后也为ERDA*）研究如何根据各工业部门对国家福利的贡献大小来进行电力配给时，这个理论得到了进一步的发展。关于将判断用数字标度的起源可以追溯到1972年6月和7月在开罗发生的严重事件。当时我正在那里分析“不战不和”对埃及的经济、政治和军事的影响。

通过1973年开始的对苏丹运输问题的研究（当时我负责指导这项工作），该理论的应用变得成熟起来。伴随整个研究过程，理论也日益丰富，其中最大的进展是在1974年至1978年之间取得。迄今，这个理论已经应用于许多不同领域的研究之中，其中包括为军备控制和裁军署（我在华盛顿为这个机构工作了七年）分析恐怖主义问题（已在Robert Kupperman博士编辑的一本书中发表）、及若干其它冲突问

* NSF、ERDA分别是美国国家科学基金会和美国电力科学研究所的简称。

题的研究（例如北爱尔兰冲突），以及为私人、国家或跨国公司所作的根据优先次序分配资源的研究。

这种理论反映了人类头脑中固有的思维方法。当我们考虑包含众多可控和不可控因素的复杂情况时，我们总是按照是否具有某些特性将这些因素聚集成组。我们头脑的思维模式总是倾向于重复这样的过程，于是这些组，或者最好是它们的共同性质又可看作一个新的高级层次元素。这些元素本身继续按照另外一组特性被组合，产生另外“更高”层次元素，直到我们得到单一“最高”元素，这往往可被视为我们决策过程的目标。

我们上述描述的层次化的系统称为递阶层次结构，其中每一个层次都是由许多元素或因素构成的。对这种递阶层次结构而言，其中心问题是，层次体系中最低层次中每一个元素对于最高层元素，即总目标的影响有多大？由于对不同因素来说这种影响不一样，这就启发我们要区别它们影响的程度，或者按我们喜欢用的说法，区别它们的优先次序。

这种确定最低层次因素相对于总目标的优先次序问题，又可以简化为一系列排序，每一次排序仅对一个层次进行，排序过程又归结为一系列的成对比较。这种比较是我们理论的主要组成部分。即使对于因素或层次之间存在相互反馈关系的本来十分复杂的系统也是如此。

让我们回到前面的提法，即我们的理论模式是把复杂系统概念化以及结构化的人类大脑的思维模式。这些提法是由于受到了下述一些观察结果的影响：

（1）在观察人们如何参与构造递阶层次结构并进行排序时，我们发现人们很自然地致力于将项目不断地在众多层次中进行组合，不断地把复杂内容区分成不同的层次；

(2) 不同的人对同一特定问题，他们构造的递阶层次结构也许有某些不同，但只要最终他们对问题的判断是相似的，所得到的答案就趋向一致。也就是说这种方法具有稳定性和可靠性。换句话说，在层次结构中进行过于仔细的分辨往往没有决定性的意义；

(3) 在这个理论的发展过程中，我们发现了一种在数学上合理处理判断的方式。大家普遍认为，这个方法抓住了人们对问题的直观理解。此外，心理学上的极限同数学上使结果稳定的条件也是相吻合的。

在纽约麦克米兰公司出版的一本优秀著作：“数——科学的语言”（1934第3版）中 Dantzig 观察到，人的头脑具有一种数量的感觉，这种感觉是原始的，它先于真正计算的产生。具体说是这样一种能力，当在一小堆物品上添上或从其上拿走一些物品时，能够看出这些物品是增加了或减小了。这是一种直觉的能力，是不同于计算的能力。他指出，任何人甚至一些动物都有这样的能力。最后，他就概念和经验的关系问题进行了推测。即概念是来自于经验呢？还是经验只不过是潜伏在头脑中事物的明确表达呢？经再三思考，看来是后者：感知就是辨别事物，并根据其共性区别它们之间差异程度或者说强度的过程。因此，我们通常所说的“定性的（分析）”就是一种对差异的模糊确认方式。后来，人类为了生存，要求更加专门化，这才发展了对数量的感觉能力。

当一种经验包含各种各样不同的感觉或阅历时，如果我们需某种整体的解释或行动，就必须设法把这些阅历综合起来。至于如何综合则取决于想要达到的目的。而我们的目的决定了我们强调的重点，这就需要优先次序的概念以及它

的度量方法。

这种研究方法对于将问题模型化将是十分有效的。它通过对问题清楚明确地表述、评论、争论和排序，把知识和判断结合起来。判断可以通过连续应用的反馈过程来改善，而每次反馈过程都导致判断的改善和集中。我们甚至可以利用层次分析法通过意见的一致得到集体的判断。当然没有一种答案可以认为是唯一的，只有在不断地探索中才能得到决策者需要的答案。无论最后判断是怎样作出来的，总会有些人的判断与特定的结果不相符合。但是，当一个集体致力于确切表达判断时，就一定会产生一个综合的意见。

古代有一个谚语“我们不能将桔子和苹果进行比较”，我们认为这是不确切的。苹果和桔子有很多各自具备的特性，如大小、形状、味道、香气、颜色、果核、汁液等等。我们可能更喜欢桔子的某些特性而喜欢苹果的另外一些特性。我们可能对大小和颜色不感兴趣，但对味道有强烈的偏爱。这样的偏爱也可能随时间的推移而有所变化。象这样复杂的比较在现实生活中会再三遇到，因此需要某种数学上的研究，而这就是我们的课题。我们还要发展一种动态的方法来处理这种复杂的比较。

决策的实践涉及到确定方案的权重问题，所有的方案都满足一组理想的目标。问题是要选择最大限度地满足全部目标的方案。我们的兴趣在于导出各种选择方案相对于子目标，以及子目标相对于更高一级目标的数量权重。我们还希望这样的数量权重对于资源分配具有实际意义。例如，如果导出的数量权重是用于代表货币、距离或其它任何所考虑的物理量时，那么所得到的结果应当与经济学家或者数学家用他们自己的度量方法得到的结果相同或接近。这样我们用加权方

法得到的加权或排序值就会反映对论题的数量比率的估计。在有些情况下，活动之间具有某种物理上的相互关联，高排序活动依赖于某些低排序活动。在进行资源分配时，绝不能盲目减小一些低排序活动的资源而使依赖于它的高排序活动受到削减。这就是为什么资源分配问题必须受到相互关联的约束条件的支配。

即使同样的约束条件，也存在着各种不同的决策形式。

一位制定朝鲜经济计划的人，该人曾设想他的国家应比日本好，说过：

在日本，决策过程是不断地谈呀、谈呀，直到意见取得一致。在朝鲜和中国则是上头某个人做决策。人们在朝鲜普通农民家里可以看到这类事，那里决策者是家庭主人。在政治活动中也会碰到类似情况并加以批评。在大企业中，尽管有杰出的研究人员，进行最后决策的仍然是总经理。在产业形式愈趋复杂的今天，这样做会带来一些问题，但在工业化的早期还是很有好处的。

一位老资格的日本政府官员对日本的决策过程也有类似的评论：

在日本，每一项决策都必须取得一致意见。日本政府的大多数政策起初都是由政府官员提出的，然后经过多次的会议，其中内阁会议是最后一次。既使在内阁会议上，经过长时间商讨，也可能大家对问题都不明确，然而，最后首相说，这就是我们一致的意见。其实他也并不明确，在这种不明确的一致意见之下，大家开始行动，而且每个人都感到他已经在决策的高讨过程中发表过他的意见了。尽管在日本每一项决策都很平庸，但执行起来却十分出色（见《经济学家》，1977年5月7日，第46页）。

有时，大的组织或政府进行决策时忽视人的因素。达达利奥在一篇论文中说：

由于政治决策的摇摆不定，社会很难使科技能力发挥出来……除非政策提供一个明确的优先顺序，科学技术对于具体的社会福利问题的作用，将仍然处于无目的和无系统状态。……作为政治决策者应注意的是，他们在系统地研究优先顺序时，不应当丢弃他们在决定人的价值上的基本作用。决策者在使用系统方法解决大型社会问题中正在学会如何以直觉和常规判断为基础，定量地解决很多决策问题（《机遇》耶鲁大学研究生院杂志，1971年春）。

或许，我们的定量方法正是避免达达利奥所说见物不见人的危险的一种方法。

（以下致谢略）

T. L. 萨蒂

宾夕法尼亚大学

本书翻译工作由下列同志承担：

许树柏	第七、八、九章
和金生	第五、六章
杜秀珍、徐力锋	第一、二、三章
宋远方	第四章、附录一、二

全书的文字校正、术语与体例的统一工作由许树柏负责。

刘豹教授、李光泉教授、张世英教授仔细地阅读过初稿的部分章节并提出了很多宝贵意见，特此表示感谢。

目 录

序

萨蒂教授为中译本写的序言

前言

第一部分 层次分析法

第一章 递阶层次和排序：概念的引入	2
第一节 引言	2
第二节 测度和判断过程	5
第三节 递阶层次	10
第四节 递阶层次中的排序	18
第五节 排序方法的直观表述	27
第六节 排序的实例	31
第七节 层次分析法的基本过程	35
第八节 小结	39
第九节 用调查表建立递阶层次及判断矩阵	40
第二章 应用实例	42
第一节 引言	42
第二节 两种准确性检验法	42
第三节 照明强度及反平方定律问题	43
第四节 国家的财富实力与国际影响	45
第五节 距离估计	47
第六节 一些典型的递阶层次	47
第七节 心理疗法	50

第八节	能源分配	53
第三章	基本方法及其推广	56
第一节	引言	56
第二节	排序特征向量及一致性问题	56
第三节	不同标度的比较	61
第四节	特征向量法与其它方法的比较	77
第五节	判断的修正	78
第六节	“财富”实例的全部特征根与特征向量	79
第七节	判断的统一与特尔斐法	81
第八节	方法的若干推广	83
第四章	递阶层次结构和排序：规范方法	85
第一节	引言	85
第二节	递阶层次和排序	85
第三节	层次的分解与组合	92
第四节	因素较多时测度的标准化	99
第五节	递阶层次结构的总一致性	100
第六节	排序的图论解释	102

第二部分 层次分析法的应用

第五章	预测、动态排序、投入产出关联及 资源分配	109
第一节	引言	109
第二节	用层次分析法估计期望值——预测	110
第三节	边际排序	112
第四节	动态判断及其方程式 $A(t)w(t) = \lambda_{m \times n}(t)w(t)$	114
第五节	活动之间依赖关系的测度；投入产出法； 在苏丹的应用	128
第六节	资源分配	138

第七节	概率判断	151
第六章	规划、冲突解决及其它应用	152
第一节	引言	152
第二节	一个发展中国家资源优势的总体评估	153
第三节	对世界影响的测度	156
第四节	两点边值过程：前向和反向规划	161
第五节	美国高等教育展望（1985~2000）， 前向过程	164
第六节	苏丹交通运输研究：反向过程	172
第七节	前向-反向联合过程	176
第八节	冲突分析	186
第九节	能源问题举例	193
第十节	饮料容器问题	197
第十一节	在民主选举上的应用	198
第十二节	晋升与任职问题	200
第十三节	最优土地利用	201

第三部分 理 论

第七章	正互反矩阵及其特征根	202
第一节	引言	202
第二节	不可约矩阵	203
第三节	主特征向量的存在性与唯一性	205
第四节	特征向量的计算	217
第五节	一致性	218
第六节	互反矩阵	231
第七节	特征向量的灵敏度	234
第八章	反馈系统中的排序	241
第一节	引言	241
第二节	系统结构中的可达矩阵	242

第三节	反馈系统中重要性排序的度量	248
第四节	超矩阵——排序的一般结构	251
第五节	相对排序和绝对排序	256
第六节	实例	261
第九章	标度与多准则方法	271
第一节	引言	271
第二节	标度及测度	271
第三节	效用理论	274
第四节	特征根方法与其它比率标度方法的 概括性比较	275
第五节	扰动研究——对数最小二乘法	282
第六节	最小二乘法	287
第七节	多准则方法	290
第八节	其它的比较	303
附录一	矩阵及特征根	306
附录二	图论的某些概念	327