

# 工程中的自激振动

丁文镜 编著

GONGCHENGZHONG  
DEZIJIZHENDONG

吉林教育出版社

# 工程中的自激振动

丁文镜 编著

吉林教育出版社

## **工程中的自激振动**

**丁文镜 编著**

**责任编辑：阙家栋**

**封面设计：王劲涛**

**出版：吉林教育出版社 850×1168毫米32开本 9.75印张 3插页 237,000字**

**1988年5月第1版 1988年5月第1次印刷**

**发行：吉林省新华书店**

**印数：1—4,513册 定价：2.55元**

**印刷：长春科技印刷厂**

**ISBN 7-5383-0433-9/G·410**

## 前　　言

只要我们细心观察常见的各种周期运动现象，就能分辨出两类不同的周期运动。第一类是人们最熟悉的强迫振动。例如，运行中的车辆受路面和车辆发动机激励而振动，航行中的船舶受波浪和船舶发动机激励而振动，以及机床上旋转的工件受不平衡质量的离心力激励而振动。第二类振动不需要周期性外力驱动。其实，这类振动也相当普遍。例如，机械表中摆轮的往复摆动，演奏小提琴时弦的振动，甚至象动物的心脏的有节奏的扩张和收缩，都属于第二类振动。既然这类振动没有周期性外力驱动，就只能靠系统内各组成部分间相互作用维持周期运动了。因此，人们把它称为自激振动，或者简称为自振。

如上所述，自振现象与人的生活和生命是密切相关的。然而，更主要的是它与生产有密切的关系。在许多场合，自振现象能为人们效力。例如，开采隧道、矿井用的风镐，接通气源后钎子往复撞击岩石。蒸汽锤锻造时，锤头连续冲击锻件。电视机中电子振荡器产生的高频信号。各种恒温容器采用的开关型温度调节器。它们都是工作于自振状态。在更多的场合，自振对生产是有害的。例如，在切削加工时，刀具和工件间的干摩擦引起的自振，使刀具颤动，工件表面光洁度急剧降低。在低速低刚度传动系统中，由于导轨上的干摩擦力引起被驱动件做爬行运动，降低了传动精度。液压操纵系统一旦发生自振，工人就不能用它操纵机械。汽车前轮发生摆振，就不能正常行驶。机翼发生颤振，飞机就有坠毁的危险。透平叶片颤振，透平转子出现涡动，热交换器中管阵发生弓状回旋，都能使电厂停产。此外，象巨型的高挠

性建筑结构，特别是箱形结构，很容易发生驰振，供水系统中流体的喘振和管道的弯曲振动，都能产生严重事故。由此可见，自振对许多工程领域有重要影响。

人们对自振现象的研究还是比较早的。由离心摆调节的蒸汽机运行的稳定性问题，一个多世纪以前维什聂格拉斯基就研究过了。干摩擦引起的自振，钟表中纵擒机构的运动理论、电子管振荡器的自激条件、飞机和汽车方向轮的摆振，以及机翼颤振等在三十年代和四十年代初都已经研究过了。五十年代初，哈尔克维奇写了一本小册子，命名为《自振》。该书不用任何数学工具，全凭定性叙述，介绍了许多自振现象的运动原理。五十年代中期，邓哈陀的《机械振动学》(第二版)，专门有一章介绍自激振动。他把自振与系统平衡点失稳联系起来，应用线性系统稳定判据研究了若干自振现象。尽管个别结果〔中译本(7.35)式〕并不正确，但总的来说这部著作对自振研究有推动作用。近三十年来，生产技术和科学的研究飞跃发展，关于自振的研究也不例外。特别是与高速转子有关的自振现象和流体诱发的各种自振现象，研究得更加深入了。在各种学术会议上和刊物上发表了许多报告和论文。1977年出版的白莱文斯的专著《流体诱发振动》中，有相当一部分内容属于自振问题。可是，限于该书的题材，它并未全面论述与自振有关的许多问题。作者从六十年代开始，多次涉及工程中的自振问题。起初由于对自振理论缺乏深入理解，在许多实际现象面前，一时找不到妥善的措施消除有害的自振现象。不得不重复进行许多无意义的试验。由于自振机理不清，消振措施的效率往往是不高的，白白地浪费了时间和财富。这些事实使作者感受到学习和普及自振理论的迫切性。特别是从七十年代末期以来，我国步入以四化建设为中心任务的新的历史时期，生产中必将出现越来越多的与自振有关的问题，需要我们去解决。处于生产第一线的广大工程技术人员，特别是受过高等教育的工程师，

如果缺乏自振方面的知识，很难设想能够设计出完善的自振装置，或者，能够有效地排除有害的自振现象。因此，作者认为写一本具有一定深度的系统介绍自振理论的书是十分必要的。为此，作者在最近八年内留心收集有关材料，而且，结合本人以往工作的点滴体会，写出了一份讲义。并且，于1983年秋特为清华大学工程力学系高年级学生讲授专题课。以后，对讲义和讲稿进行了修改和补充，写出了这本书。

为了适应工程技术人员的需要，又要保证一定的理论水平和系统性。所以本书内容有下列三个鲜明的特点：第一，不讲抽象的数学理论，也不过多地探讨微分方程解的拓扑结构，而是以工程中的重要的自振现象为主要研究对象。这些自振现象涉及到机械、动力、交通运输、土建、电力等多种工程领域。第二，不象哈尔克维奇写的《自振》那样只是叙述性的小册子，而是要求建立力学模型，并进行分析研究。这样不仅使读者能够弄清各种自振的机理和影响因素，而且，使读者学会研究自振现象的分析方法，以便独自研究今后可能遇到的新的自振现象。第三，在分析研究的基础上，不仅给出自振的成因和影响自振的各种因素，而且，探讨控制自振强度的方法，以便读者找到排除有害自振的理想措施，或者，使有益的自振能得到尽可能充分的利用。由于这本书涉及的专业领域很广泛，而且，没有范本可以参考，许多内容是从最新文献上引来的，即使一些早先的结果，本书也作了一些引申，并非单纯摘抄。因此，难免有不少错误和缺点。敬希专家和读者批评指正，以便及早改正。

丁文镜

1987年6月于清华园

# 目 录

<b>第一章 概 论</b> .....	<b>1</b>
§ 1—1 自振和自振系统 .....	1
§ 1—2 自振与强迫振动、参激振动 .....	6
§ 1—3 自振系统的基本特性 .....	9
§ 1—4 自振和自振系统的分类 .....	11
§ 1—5 分析自振系统的方法 .....	13
参考文献.....	15
<b>第二章 相平面法</b> .....	<b>17</b>
§ 2—1 二阶保守系统的相平面 .....	17
§ 2—2 线性阻尼振动系统的相平面 .....	21
§ 2—3 绘制相轨迹的等倾线法 .....	25
§ 2—4 稳定极限环与自振 .....	27
§ 2—5 似正弦自振和张弛自振 .....	31
§ 2—6 硬激励自振的相平面 .....	33
参考文献.....	35
<b>第三章 近似解析法</b> .....	<b>37</b>
§ 3—1 求自治方程周期解的摄动方法 .....	37
§ 3—2 用摄动法解瑞雷方程 .....	43
§ 3—3 求自治方程周期解的平均方法 .....	47
§ 3—4 用平均法解范德坡方程.....	51
参考文献.....	53
<b>第四章 线性化系统稳定性分析法</b> .....	<b>55</b>
§ 4—1 二阶系统的平衡点及其稳定性 .....	55

§ 4—2 平衡点稳定性与系统自振	59
§ 4—3 高阶系统平衡点的稳定性	62
§ 4—4 古尔维茨稳定判据	65
参考文献	70
<b>第五章 摩擦引起的自振</b>	<b>72</b>
§ 5—1 颤动的力学和数学模型	72
§ 5—2 颤动的相平面分析	77
§ 5—3 颤动的成因和抑制它的方法	80
§ 5—4 爬行运动的力学和数学模型	87
§ 5—5 爬行运动的相平面分析	93
§ 5—6 临界参数关系和抑制爬行的措施	99
参考文献	100
<b>第六章 电学系统的自振</b>	<b>101</b>
§ 6—1 电子振荡器的数学模型	101
§ 6—2 电子振荡器的自激条件	105
§ 6—3 振荡参数的一次摄动解	107
§ 6—4 直流机组中的追逐现象	109
参考文献	113
<b>第七章 方向轮摆振</b>	<b>114</b>
§ 7—1 充气轮胎的点接触理论	114
§ 7—2 运动方程和稳定条件	121
§ 7—3 影响摆振的因素和防摆措施	123
参考文献	126
<b>第八章 反馈控制系统的自振</b>	<b>128</b>
§ 8—1 温度调节系统的自振工况	128
§ 8—2 机液型位置控制系统	135
§ 8—3 运动方程组小扰动线性化	141
§ 8—4 滑阀无余面时的自振条件	144

§ 8—5 滑阀有余面时的自振条件	147
§ 8—6 自振的影响因素和抑制措施	157
参考文献	159
<b>第九章 高速转子涡动</b>	<b>161</b>
§ 9—1 涡动转子的质心轨迹	161
§ 9—2 完整油膜上轴颈中心的平衡位置	165
§ 9—3 油膜支承的转子转动的稳定性	169
§ 9—4 转子涡动时结构的内阻尼	178
§ 9—5 内阻引起弓状回旋的阀速	182
§ 9—6 高速转子自振和预防措施	186
参考文献	189
<b>第十章 内流和输流管道的自振</b>	<b>192</b>
§ 10—1 管内流体喘振	192
§ 10—2 悬伸管道弯曲振动的数学模型	201
§ 10—3 悬伸输流管道自振的临界流速	207
§ 10—4 内流激发的筒壳颤振	215
参考文献	225
<b>第十一章 外流诱发的结构自振</b>	<b>227</b>
§ 11—1 钝体横向绕流产生的旋涡	228
§ 11—2 计算涡致振动的尾流振子方法	234
§ 11—3 抑制涡致振动的技术途径	240
§ 11—4 气动力失稳导致的自振	242
§ 11—5 管排和管阵的流体诱发振动	247
§ 11—6 冰覆动力电缆的驰振	258
§ 11—7 高挠性箱形结构的驰振	268
§ 11—8 二元机翼的低频颤振	278
参考文献	286
<b>第十二章 研究自振系统的方法</b>	<b>288</b>

§ 12—1 简化自振系统数学模型的方法 .....	288
§ 12—2 研究和分析自振的方法 .....	294
§ 12—3 关于控制自振的技术途径 .....	300
参考文献.....	302

# 第一章 概 论

为使读者能概括地了解本书的主要内容，本章扼要地说明下列五个问题。第一，介绍自振现象的定义和自振系统的结构特点，借以说明系统发生自振的内在原因。第二，讨论自振与强迫振动和参激振动间的区别，以及它们之间相互转化的条件，以便读者能从复杂纷繁的振动现象中辨别出哪些振动现象属于自振。第三，介绍自振系统的基本特性。第四，按照不同的分类标准将各种自振现象进行分类。第五，介绍几种常用的分析自振系统的方法。

## § 1—1 自振和自振系统

实践中常见的稳态振动多数是强迫振动。

众所周知，任何振动系统受到持续的周期性外力的作用，经历足够长的时间后，自由振动完全衰减掉，剩留下的稳态振动称为强迫振动。

强迫振动的频率等于外力的频率，它的振幅不仅与振动系统的结构参数有关，而且，与外力的强度和频率也有关。

既然真实的振动系统存在或多或少的阻尼，后者不断耗散振动能量，一旦外力停止作用，强迫振动迟早会消失。

在理论研究领域内，保守系统的自由振动也是一种稳态振动。但其频率常与频率有关。

无阻尼的单摆是最典型的保守系统之一。

参照图1.1，单摆质量为 $m$ ，摆长为 $l$ ，当地重力加速度为

g。当单摆位于铅垂位置时，重力与支承反力平衡，故其平衡位置为铅垂位置。

选择单摆与铅垂线间的夹角  $\theta$  为广义坐标，利用动力学普遍定理，写出单摆的运动微分方程

$$m\ddot{\theta} + mgsin\theta = 0$$

或写成

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} sin\theta = 0 \quad (1.1)$$

若以单摆处于最高点位置， $\theta = \theta_0$ ，

$\dot{\theta} = 0$ ，作为初始状态，求解二阶非线性微分方程 (1.1)。单摆周期的精确值 需用第一类完全椭圆积分表示(1)。

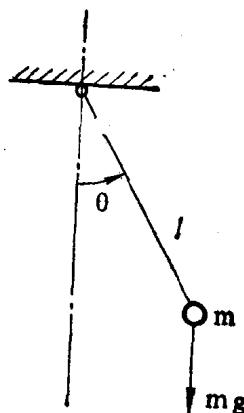


图1.1 单摆运动示意图

其中，T为单摆周期，K(·)是由下列积分式定义的特种函数。

$$K(k) = \int_0^1 \frac{dz}{(1-z)^{\frac{1}{2}}(1-k^2z^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (1.3)$$

(1.2) 式表明，单摆周期随摆动幅度  $\theta_0$  的增长而增大。仅当摆动幅度极小时，即  $\theta_0 \rightarrow 0$  时，由于第二类完全椭圆积分相应的值

$$\lim_{\theta_0 \rightarrow 0} K\left(\sin\frac{\theta_0}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

单摆才具有等时性，即其周期与摆动幅度无关，等于恒值。

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

实践中能够观察到的另一类稳态振动是本书专门研究的自

振。

顾名思义，自振是依靠系统自身各部分间相互耦合而维持的稳态周期运动。

按照上述定义，自振是无需周期变化的外力就能维持的稳态振动，因而与强迫振动有原则区别。

自振不仅是一种稳态周期运动，而且，它的频率和振幅只取决于系统自身的结构参数，与系统的初始运动状态无关。

按照(1.2)式，保守系统自由振动的频率与初始运动状态有关。因而自振与保守系统的自由振动也有原则区别。

能够发生自振的系统称为自振系统。

任何物理系统振动时都要耗散能量，并且，将其转变为热能，这是不可逆的过程。自振系统要维持稳态周期运动，必定要有能量输入，才能抵消每个振动循环中耗散的机械能。

一般说来，输入自振系统的能量不是在任何瞬时都等于自振所耗散的能量，因此，自振系统的运动能量具有非守恒性质。也就是说，自振系统是非保守系统。

从能量变化的观点出发，哈尔克维奇曾经给自振系统下过定义<sup>[2]</sup>：自振系统是由能源、振动体、调节输给振动体能量的阀和给阀传递振动体反馈作用的通道构成的能够产生等幅振动的动力学系统。他还用方框图表示各个组成部分间的相互作用，如图1.2所示

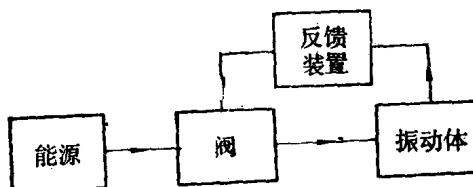


图1.2 自振系统的工作原理

下面介绍两个实际的自振系统，借以阐明各个组成部分的职

能，以及形成自振的基本原理。

图1.3是蒸汽机的原理图。由于自振是蒸汽机的正常工况，因而蒸汽机是一个典型的自振系统。

蒸汽锅炉是蒸汽机的能源装置，在图1.3中未将它画出。活塞及其负载是所谓振动体，配汽阀是调节输入能量的阀，偏心轮和连杆是把振动体的运动状态反馈到配气阀的反馈装置。

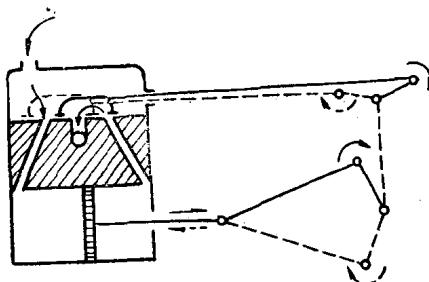


图1.3 蒸汽机的工作原理图

与负载相连的飞轮转动时，通过偏心轮带动滑阀往复运动，完成反馈作用。滑阀启闭汽门，调节进入汽缸的蒸汽流量，控制输入蒸汽机的能量。当蒸汽机各部件处于图1.3中实线所示状态时，高压蒸汽经配汽阀进入活塞左侧，推动活塞向右运动，同时，活塞右侧的低压蒸汽经配汽阀排出；同样，当蒸汽机各部件处于图1.3中虚线所示状态时，高压蒸汽经配汽阀进入活塞右侧，推动活塞向左运动，同时，活塞左侧的低压蒸汽经配汽阀排出。在上述两个阶段，高压蒸汽都给系统输入能量，但不同瞬时输入的蒸汽流量不同，功率也不相等。在一个循环内，蒸汽输入的能量恰巧补偿了机器对负载做功损失的能量，排出低压蒸汽消耗的能量，以及克服机器自身运动阻力耗散的能量。从而保证活塞以一定的频率做等幅的往复运动。在恒定负载条件下，活塞做稳态周期运动，可以看成是自振。连同作为能源装置的锅炉在内，蒸汽机乃是一种自振系统。

应该指出，并非所有的自振系统都象图1·3所示的蒸汽机那样，能够清楚地划分出它的能源、振动体、阀和反馈通道等组成部分。事实上，在工业中广泛应用的各种气动撞击工具，例如，风镐、铆钉锤、风铲等就是这样的。

图1·4是气动撞击工具的工作原理图。

气动撞击工具由三个主要部件构成，它们是气缸1，活塞2和撞击工具3。

气动撞击工具处于状态I时，C腔和A腔均与排气口5连通，压缩空气由进气口4进入，将活塞举起。当活塞处于状态II时，C腔已经与排气口5隔绝，其中气体被压缩。当活塞处于状态III时，C腔体积达到最小，其中的气体压力达到最大值，活塞开始向下运动。在此之前压缩空气一直对活塞做功，增加它的势能。此后，C腔中气体膨胀，释放势能，活塞加速运动，一直到它与撞击工具碰撞为止。此时，C腔又与排气孔5相连，完成一个循环。

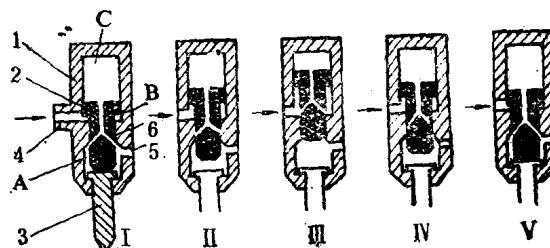


图1·4 气动撞击工具的工作原理

气动撞击工具按上述过程进行稳态周期运动时，从压缩空气吸收能量。然后，把这部分能量供给撞击工具，使其对被撞物体做功。在此过程中，活塞起作振动体和阀的作用，因而不再需要别的反馈装置了。实际上，活塞已经完成了振动体、阀和反馈装置的全部职能。

由于蒸汽机和气动撞击工具不依赖任何周期变化的外力，而

是靠恒定压力气源维持恒定频率和振幅的稳态振动，因而它们都是自振系统。

## § 1—2 自振与强迫振动、参激振动

前节着重指出自振与强迫振动间的原则区别。可是，在一定的条件下，某些自振问题能转化为强迫振动问题处理。为了阐明它们相互转化的条件和转化方法，先考察一个简单的实例。

图1.5表示弹性支承的圆柱体受横向恒速气流的激励。气流速度超过一定的数值后，圆柱体背后就出现两排旋转方向相反的旋涡，从圆柱体的上半表面和下半表面交替脱落下来，并且，以相同的速度向下游流动。同时，周围流场给予圆柱体周期性变化的力，使其沿铅垂方向振动<sup>(3)</sup>。

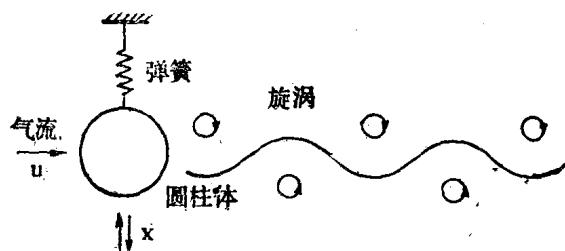


图1.5 圆柱体横向绕流激振

反过来，圆柱体振动又会改变周围的流场。实际上，这是一种反馈作用。在一般情况下，它能加剧脱体旋涡的强度。尤其是当弹性支承的圆柱体的固有频率等于旋涡的脱落频率时，流场和圆柱体之间的耦合加强，常导致圆柱体剧烈振动。

如果我们把弹性支承的圆柱体和它周围的流场合成为一个力学系统，那么，这个系统不再受周期变化的外力了。这时，流场与圆柱体之间的作用力是内力。因此，圆柱体的振动是一种自振。而圆柱体和它周围的流体构成自振系统。不断前进的恒速气

流给自振系统提供维持自振所需的能量。

如果我们把弹性支承的圆柱体与其周围的流体分隔开来，而代之以作用于圆柱体上的周期性变化的力。这时，我们研究的系统只剩下弹性支承的圆柱体了，它承受的周期性力是外力。由周期性外力维持的稳态振动是强迫振动，而不是自振。

上述实例表明，取决于我们从客观世界划分出的研究对象的大小，可以把同一种现象作为不同的振动问题处理。简单地说，相对于大系统而言是自振问题，如果把系统适当地划小，就被转化为强迫振动问题了。反过来也一样。

除去强迫振动问题能够转化为自振问题，有些参激振动问题也能转化为自振问题。为了阐明它们相互转化的条件和转化方法，考察一个日常生活中经常见到的例子——运动员打秋千。

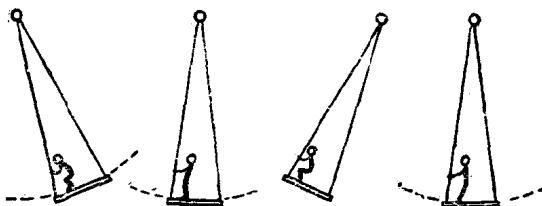


图1.6 运动员打秋千的原理图

图1.6给出了运动员打秋千的动作原理。运动员要想把秋千荡起来，当他处在最高位置时，应该把身体蹲下去，当他处在最低位置时，应该把身子伸直。这样，由运动员和秋千构成的系统的重心就呈周期性地上升和下降，重心运动的轨迹如图1.7所示。

建立力学模型分析上述运动过程时，运动员和秋千可以简化为一个单摆，运动员作周期性的下蹲和伸直，相当于摆长呈周期变化。与此相应，支配运动过程的是

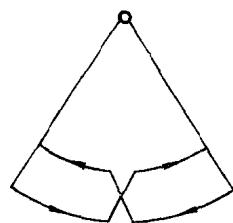


图1.7 运动员——秋千系统重心运动的轨迹