

# 计算浅水动力学

## ——有限体积法的应用

谭维炎 著



清华大学出版社

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

TV1732

T02

414676

# 计算浅水动力学

——有限体积法的应用

谭维炎 著



00414876

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

000000 10  
内 容 提 要

本书系统地阐述了计算浅水动力学中的新算法——有限体积法,侧重介绍了新算法的基本概念、设计思路、格式选择和实用公式等内容,并注意了学术思想演变过程和各种格式之间相互关系的介绍。作者已将主要算法成功地应用于我国多项工程实践,这些工程实例所用的算法技巧已包含在本书之中。

本书的读者对象主要是:水利水电水运、海洋、环境工程、陆地与近海水文、水资源水力学、动力气象、计算流体力学、应用数学与计算数学等专业的高年级大学生、硕士及博士研究生,上述专业的教师,有关科研、设计部门从事浅水流动数值模拟的科技人员等。

图书在版编目(CIP)数据

计算浅水动力学:有限体积法的应用/谭维炎著. —北京:清华大学出版社,1998.9

ISBN 7-302-03056-1

I. 计… I. 谭… III. 浅水波-水力学-水力计算 N. TV139.2

中国版本图书馆CIP数据核字(98)第21431号

出版者:清华大学出版社(北京清华大学校内,邮编100084)

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

印刷者:北京人民文学印刷厂

发行者:新华书店总店北京科技发行所

开本:850×1168 1/32 印张:9.75 字数:250千字

版次:1998年10月第1版 1998年10月第1次印刷

书号:ISBN 7-302-03056-1/TV·29

印数:0001~2000

定价:15.00元

## 自序

---

自 1978 年迄今我从事计算浅水动力学研究将满 20 年。当初抱着一个朦胧的目标就是,应用迅速发展中的计算机技术来模拟河渠、滩洼、湖池、库塘、垮坝、决堤、河口、浅海等水体的流动。那时普遍应用每秒不到 10 万次的 TQ—16 机,而当今 586 机的速度已是其几十倍。但浅水模拟工作的进展并非和计算机速度成正比。对问题的认识深化一层,模拟成果上一个台阶。回顾这个历程,不但能清醒自己的头脑,可能对初学者也有所裨益。

在前 7 年中,我阅读了上千篇有关文献(其中也涉及数值天气预报、海洋动力学模拟等领域),认真作了笔记,从中挑选出一批有代表性的一、二维算法,通过工程算例进行数值试验研究。收获是找到了一些较好的实用算法,如一维 Lax-Wendroff 显格式、Preissmann 隐格式和特征差分格式,并通过算子分裂法或 ADI 法将它们应用于二维问题。虽然它们可应用在一定场合,但实际模拟工作中总感到不够满意(姑且不论其理论上的缺陷),主要表现在下列方面:① 浅水流动通常主要是在重力驱动和地形导引下发生的,差分法除非网格很细,否则难以准确描述地形,而有限元法则计算量太大。② 中心格式计算稳定性差,而简单迎风格式精度低。常用的 Galerkin 有限元法则不适于处理对流问题。③ 模拟陡

涨陡落的洪水,以及水跃、涌潮、垮坝洪水等间断水流,存在很大困难。④ 在计算平面流场时,容易发生“一维化”现象(流速向量的方向向网格线靠拢),计算结果取决于矩形网格线的方向。⑤ 边界条件处理繁复或不准确,沿锯齿形计算域边界会出现虚假的迂回水流,动边界模拟更困难。⑥ 文献中的算法应用于实际问题时,成果常不像原来算例那么漂亮,需引入人为参数和人工处理(如数值光滑),且随问题而异,故模拟成果不易得到人们的信任。总之,传统算法尚不够成熟,更谈不上建立具有中国特色和风格的、通用和成套的浅水模拟技术。下一步怎么办?

这时我们从文献及一些国际会议了解到,若干国际知名机构,如 DELFT, CHC, HEC 等,自 60 年代以来应用传统算法研制了几代浅水模拟软件包,承包了许多类型的工程应用项目。某些权威专家认为,算法研究已经差不多了,今后主要任务是完善商用软件。情况真是这样吗?看来单纯学习国际水力学界的经验不足以使我们解脱当时的困惑。

也就在这时,我们注意到浅水方程的齐次形式和可压流欧拉方程两者在数学形式上一致,并循此思路去查阅计算气动力学及其在航空航天中应用的文献。新发掘出的宝藏令人大开眼界。来自 70 年代以来,人类一批聪慧的大脑居然在此领域中已经开辟出灿烂的世界(在此期间水力学界却进展甚微,形成鲜明的对比)。新概念层出不穷,不断深化人们的认识,新算法性能之高令人叹为观止。一个方形波在均匀流场和线性输运方程制约下,其数值解竟能像解析解那样匀速平移,除转角点局部外依然是横平竖直。这一看似简单的例子实在是算法极为严峻的考验。怪不得航空航天器设计所需的二维及三维气动力学数值模拟正在逐步取代费时费钱的风洞试验。浅水模拟能否从中受到教益呢?

于是,我们做的第一件事是移植,把有代表性的高性能气动力学算法应用到浅水流动模拟中来。为此,首先要根据两者控制方程

的差别,从理论上判别哪些可以和如何移植,并用算例来验证,也要判别哪些不能移植,从而排除了其中那些基于间断关系(跳跃条件)的算法,因后者水、气不同。其次,还要从应用的角度说明实际水气流动模拟问题的差别。这主要表现在对水下地形、水面风力、水底阻力和边界条件的处理。特别是,有一大类高性能气动力学算法,其基本环节是沿格子间界面的法向求解黎曼问题,但浅水模拟中却由于计算域内地面高程存在空间分布(气流常可看成平底的),不能简单套用气流的黎曼解,需采取某种特殊处理,做到既详细描述地形,又准确计算通量。这些说明,移植并非简单和机械地套用,尽管所需的基本概念和某些数学关系已经具备。水流模拟专家是气流模拟专家所不可替代的。

通过探索使我们逐步领悟到,新一代算法归属于有限体积法。它继承和综合了有限差和有限元法的优点,是当代的高新科技。它包含4个基本环节:①根据计算域地形建立无结构网格,由不规则三角形和四边形构成。②运用一维守恒性、特征逆风性、能无振荡地捕捉间断等高性能的格式,计算各边的质量和动量的法向通量。处理计算域内部和边界格子的区别只在于通量的计算。③在每一时间步,对各格子进行质量和动量平衡计算,由时步初的格子平均状态(水力要素值)推求时步末的平均状态。④将控制方程中的非齐次项也加入平衡计算中,要求保持用高性能格式求解齐次方程的精度和稳定性。这样一套完整的思路建立在物理概念的基础上,不像差分法的原理是台劳级数逼近,而有限元法则是加权残差逼近。后两者似乎只是原始控制微分方程体现了物理守恒,在离散化以后符合得就不那么准确了。而有限体积法即使在离散的情形下依然准确符合质量和动量守恒,不但在概念上更清楚、直接,而且完全适用于间断解。从力学发展史看,这反映了由离散(有限)到连续(微分),再由连续到离散的回归。

研究愈深入,应用愈广泛,便可发现,为了正确应用作为简化

数学模型的浅水模拟技术,必须深入理解其基本力学假定,分析实际流动的物理图像及其符合假定的程度,尤其要注意流速沿垂线分布不均匀及垂流速分量的作用。同时,为了使浅水方程的数值解更符合实际浅水流动,要从理论上弄清浅水方程和可压流欧拉方程的解在定性上的差别,尤其是边界层及流动与边界贴附或分离的状况,以便判断实际浅水流动用哪一个方程来描述更好。研究过程就像剥笋一样,每前进一步都会发现过去被认为是次要的问题突现出来,成为提高模拟成果质量的障碍。例如,在基本解决了传统算法前述那些问题的今天,为了部分消除浅水假定带来的误差,要进一步分析流动的非恒定性和流速沿垂线或横断面分布不均匀对水底沿程阻力的影响、水流与陆地边界分离生涡造成局部阻力的影响,以及次网格尺度的流动结构对全局流场的影响等问题。否则,模拟成果就难以在率定参数值固定情况下与观测资料满意地拟合,因为率定参数的值应随模拟中未计入的因素而变。本书中作者还仿照气流模拟建立了浅水模拟的部分及局部隐格式,以便在格子大小相差较大情况下提高处理效率。以上问题有的已部分解决,有的尚待今后研究。进展和问题总是永无止境地交替出现,这就决定了进展必然是螺旋式地上升。成果质量的提高要用人年和机时来换取。

历史的回顾充分表明,理论与实际两者不可偏废。中科院院士林秉南先生在 50 年代初就提出一维特征法,张家驹先生在 60 年代中推广特征差分格式,并提出一维水力学黎曼问题(平底情形)的完全解析解,此解用于有限体积法相当于计算气动力学中著名的 Godunov 格式。他们的贡献在当时世界上都具首创性。国外一批卓越的、主要是年轻有为的数学力学家们,直到许多年以后才去开拓他们留下的空白领域。近几年计算流体力学专著(甚至已经出版了手册),主要篇幅都介绍当代算法,较少涉及传统算法,这表明有关知识在 20 年内已根本上更新。外国一些工程顾问公司几十年

来积累了浅水模拟的丰富经验,他们早已摆脱了个体作业方式,以应用软件中心和跨国公司的态势,凭借手中几个运用传统算法、但功能较齐全的名牌软件包,长期占领了世界有关工程软件和设计市场的相当份额。这些历史现象都很值得思考。

还有一个值得注意的情况。在我们开始移植和建立浅水新算法时,国外水力学界尚只有零星的同类文献发表。直至90年代初这少量文献的作者主要是应用数学家,故所研究的问题往往很简单,应用实例和处理经验都很少。近几年国外有关文献的数量有所增加(已尽量搜罗在本书中),但尚未系统化,更无专著,且似乎亦未引起国际水力学权威机构的足够重视和广泛采用。因此,值此世纪之交,我国有必要加强研究、应用和普及浅水新算法,保持现有优势,切莫再错过机遇。这正是作者编著本书的目的。

我在此深深感谢清华大学水利水电工程系富有远见地在1996年首次安排这一新内容的研究生选修课,以及清华大学出版社对本书出版所给予的大力支持和孙礼同志认真、细致、严谨、使本书生色不少的编辑工作。如果没有他们,本书恐将难以问世。愿它能成为曾受母校5年哺育的我所交的一份合格的答卷。我还十分感谢林秉南教授和周志德教授级高工的热情鼓励和对本书稿提出的有益评论与建议。

谭维炎

1997年9月于北京



## 前言

---

本书是在 1996 年清华大学水利水电工程系硕士和博士研究生“计算浅水动力学”课程讲义基础上,经过较大补充修改而写成的。该课程的目的是,帮助已学过大学本科计算水力学课程的研究生,对浅水流动的数学模拟获得更深入全面的基础理论知识,掌握更新颖有效的实用技术。还考虑到一些经典算法(如有限差、有限元和特征法)已有许多教材和专著可供参考,故本书集中地系统阐述自 80 年代以来在计算流体力学中普遍应用的有限体积法。新算法的主要环节为:根据模拟对象布置无结构的有限元网格;对各控制体进行水量和动量平衡计算;使用高性能格式(具守恒性、特征逆风性、单调性,和对间断与大梯度有高分辨率等)计算跨越控制体界面的法向数值通量,准确处理非齐次项。在一维情形,新算法可以表示成守恒逆风格式,而对二维问题,则是矩形网格上守恒逆风格式在不规则网格的推广。回顾它的发展史,正是在传统的控制体积法的基础上,广泛吸取各种经典算法的长处后形成的,不可看作彼此隔离或者单纯取代。新算法的另一个特色是,充分利用齐次浅水方程和可压流欧拉方程(尤其是多方完全气体等熵流方程)在数学形式上的一致,广泛借用航空航天领域中近年来卓有成效的计算气体动力学算法,并考虑浅水流动的特殊性做必要的调整改

变。近 20 年来,新算法已成为航空航天器设计中的一门高科技,并自 80 年代末以来在浅水流动的模拟中得到应用,成为 90 年代的发展方向。现已看到新算法在河流、湖泊、水库和近海的水流模拟,在水利水电工程规划、布置和设计,在洪水淹没和溃坝决堤的后果预测,以及在泥沙和污染的输运扩散和河道冲淤等方面,成为有效的模拟工具,逐步部分代替价高费时水工模型和过份简化的经验公式。因此,作者认为,很有必要为水利水电水环境有关专业开设相应的课程,并且考虑到目前国内外尚无一本系统的书籍可供使用,故尝试编写了这本书,也兼有教材和专著的作用。

出于上述考虑,本书侧重介绍基本概念、设计思路、格式选择和实用公式等内容。并且注意了对学术思想演变过程和各种格式之间相互关系的介绍,说明各种新算法的出现脱离不了理论准备和实践需要这两个前提,从而避免了把各种格式看作分散、孤立和偶然出现的个体。限于篇幅,对繁琐数学推导、艰深专门问题、处理技巧细节不作介绍。对尚处在探讨过程、但预计对今后发展和应用有影响的研究方向,作为科技信息简略提及。建议希望进一步学习有关内容的读者,广泛阅读原始文献。凡涉及数章内容的参考书目(包括学术讨论会文集)按作者姓名字顺(汉语拼音字母或西文字母顺序)和出版年顺序统一列在书尾,而主要涉及某章的期刊论文(少数来自上述文集)和参考书分列在每章后面。它们是从作者阅读过的千余篇文献中挑选出来加以推荐的,多选近期,而早期文献则选对后来颇有影响者。

书中给出了本领域中重要概念和算法提出的年份,阐述了实践不断提出新问题和新思想应运面生的演变,介绍了不同途径平行发展与相互竞争和融合的情景。这一切描绘出本领域近几十年来一幅欣欣向荣的科学发展的画卷。今日居世界级学术带头人地位的往往是当年提出创造性思维的年轻学者,甚至博士生,这给我们以有益的启迪。

任何一门应用科学(计算浅水动力学自然也不例外)都是科学(理论)、技术(方法)和艺术(技巧)的结合。要真正掌握水流模拟技术还离不开亲自动手计算,积累经验。在整个工作过程中重视充分运用物理概念和直觉、定性和半定量分析、量纲分析和量级估计、极限情形和特例讨论、简化模型分析、概念和方法类比等手段,以及多个相关学科的知识和经验,而不可单纯依赖数学解析工具。

作者已将本书中介绍的主要算法应用于长江口潮流数值模拟、永定河分洪区洪水漫滩、山东尼山水库溃坝洪水演进等工程实际问题。1993年首次成功地对杭州湾涌潮的生成、发展、上溯、直至消亡的全过程进行了二维数值模拟(国内外以往只发表过一维涌潮模拟的算例)。1994年—1995年,针对长江中游荆江段及洞庭湖水系(包括湖泊群及河网)复杂的江湖分蓄洪关系,采用水力学与水文学途径结合、传统水力学与计算水力学结合、一维及二维数模结合的方法,成功地进行了水流模拟(以往该水系只概化为一个大湖或一维虚拟河道来模拟)。1995年底该成果被评审为“属突破性成果”,“达到国际领先水平”,所属专题(国家八五科技攻关三峡工程项目“长江防洪系统研究”课题中的“联合调度运行模型”专题)获1996年水利部科技进步二等奖。1997年又研制出第三版二维浅水模拟软件,成功地模拟了三峡水库上游坝区及引航道流场,显示出比以往所用经典差分法具有准确(地形描述、水量完全平衡、非齐次项处理)、高效、适应性强(水深变幅为0~100m以上,水而周边可动、流速变幅为0~4m/s以上)、无人处理等优点,主流、滩流、弯流、绕流、与回流结构清晰合理并在此基础上模拟出水库坝区由于弯道与岸边绕流分离、生涡脱涡所形成的横向水流摆动及其对航运的影响。各项应用充分证明新算法已比较成熟,值得向水流数模工作者作系统介绍,以利广泛应用。这些工程实例所用算法、公式及技巧已包含在本书之中,除此以外还有许多值得进一步尝试的其他新算法。

本书的读者对象主要是：水利水电水运、海洋、环境工程、陆地与近海水文、水资源水力学、动力气象、计算流体力学、应用数学与计算数学等专业的高年级大学生、硕士及博士研究生，上述专业的教师，有关科研、设计单位从事浅水流动数值模拟的科技人员等。

本书是在作者1992年英文专著《Shallow water hydrodynamics》的基础上，删去对传统算法的阐述，增加90年代以来国内外及作者的研究成果，并重新归纳后写成的。

本书是我在胡四一教授级高工合作之下多年来学习、追踪、系列研究和实践应用的成果，其中收入了作者迄今对浅水动力学理论体系的概括与理解，也包含了对当代计算气动力学中高性能算法的移用与改进。限于当前科学和自身的水平，不成熟甚至错漏在所难免，欢迎不吝指正。

谭维炎

1997年2月

# 目录

---

自序 .....	I
前言 .....	VI
<b>第一章 概论</b> .....	1
1.1 浅水动力学的研究对象 .....	1
1.1.1 浅水流动的力学意义 .....	1
1.1.2 实际问题中的浅水流动 .....	2
1.1.3 计算浅水动力学概述 .....	4
1.2 计算浅水动力学的途径 .....	5
1.2.1 有限差法(FDM) .....	5
1.2.2 特征法(MOC) .....	5
1.2.3 有限元法(FEM) .....	6
1.2.4 有限体积法(FVM) .....	7
1.3 与浅水动力学相关的问题 .....	8
1.4 本书的目的和内容 .....	10
<b>第二章 基本方程</b> .....	14
2.1 流体动力学基本方程 .....	14
2.1.1 可压无粘流方程(欧拉方程) .....	14
2.1.2 不可压无粘流方程 .....	16
2.1.3 粘性流方程(NS 方程) .....	17

2.1.4	雷诺方程 .....	17
2.1.5	欧拉方程和其他基本方程之间的 关系 .....	19
2.1.6	控制方程的形式和状态向量的选择 .....	21
2.2	一维浅水方程(圣维南方程).....	22
2.2.1	一维浅水方程的空间坐标形式 .....	23
2.2.2	特征方程 .....	26
2.2.3	一维明渠流的增广方程组 .....	30
2.2.4	水流阻力公式 .....	32
2.3	二维浅水方程.....	34
2.3.1	直角坐标系中的方程 .....	34
2.3.2	曲线坐标系中的方程 .....	37
2.3.3	二维浅水方程的几何特征 .....	40
2.3.4	二维浅水方程的代数特征 .....	44
2.3.5	二维涡方程 .....	48
2.4	齐次浅水方程及解的基本性质.....	49
2.4.1	等熵可压流数学模拟 .....	49
2.4.2	双曲性、可对称化及可对角化.....	51
2.4.3	方程的不变性 .....	53
2.4.4	间断解 .....	55
2.4.5	初边值问题的适定性和柯西问题解的 存在唯一性 .....	56
2.4.6	解的力学性质 .....	58
2.5	浅水方程及其算法的应用.....	59
<b>第三章</b>	<b>有限体积法 .....</b>	<b>62</b>
3.1	FVM 网格 .....	62
3.1.1	有结构和无结构网格 .....	62
3.1.2	FVM 的网格构成 .....	63
3.1.3	特殊类型的网格简述 .....	67

3.2	FVM 的原理和基本方程 .....	69
3.2.1	显式 FVM 方程 .....	69
3.2.2	二维控制体界面处的水力模型 .....	72
3.2.3	无结构网格用的辅助公式 .....	76
3.3	对高性能格式的要求 .....	79
3.3.1	相容性 .....	80
3.3.2	守恒性 .....	80
3.3.3	逆风性 .....	81
3.3.4	无虚假振荡 .....	82
3.3.5	高分辨率地捕捉间断 .....	86
3.3.6	计算稳定性 .....	87
3.3.7	解收敛性 .....	90
3.3.8	精度 .....	92
3.3.9	健全性 .....	94
3.3.10	通用性 .....	95
<b>第四章</b>	<b>空间离散化(一) .....</b>	<b>97</b>
4.1	概述 .....	97
4.1.1	双曲型输运方程的模型方程 .....	97
4.1.2	一维三点守恒格式的一般数学形式 .....	99
4.1.3	一维守恒逆风格式数值通量的常用 形式 .....	101
4.2	中心格式 .....	104
4.2.1	简单的二阶中心格式 .....	104
4.2.2	Lax-Wendroff 格式(LW 格式,1960) .....	104
4.2.3	MacCormack 格式(MC 格式,1969) .....	107
4.2.4	Lerat-Peyret 格式族(LP 格式族, 1973) .....	107
4.2.5	中心格式附加的人工粘性 .....	109
4.2.6	对中心格式的评论 .....	111

4.3	经典逆风格式 .....	112
4.3.1	简单逆风格式.....	112
4.3.2	施主格式和部分施主格式.....	116
4.3.3	高阶逆风格式.....	118
4.3.4	QUICK 格式系列 .....	120
4.3.5	对经典逆风格式的评论.....	123
4.4	通量向量分裂格式(FVS 格式) .....	124
4.4.1	Steger-Warming 的 FVS 格式 (1979).....	124
4.4.2	Chakravarthy 格式(1980) .....	127
4.4.3	Vijayasundaram 格式(1982) .....	128
4.4.4	van Leer 的 FVS 格式(1982) .....	128
4.4.5	二阶 FVS 格式 .....	130
4.4.6	一般的通量向量分裂格式.....	131
4.5	利用黎曼解的格式 .....	132
4.5.1	求解黎曼问题得到数值通量的途径.....	132
4.5.2	Engquist-Osher 格式(EO 格式, 1980) .....	133
4.5.3	Godunov 型格式的数值通量 .....	134
4.5.4	Roe 的 FDS 格式(1981) .....	136
4.5.5	Osher 格式(1980) .....	141
4.5.6	对 Godunov 型格式的评论 .....	145
<b>第五章</b>	<b>空间离散化(二).....</b>	<b>149</b>
5.1	通量输运校正格式(FCT 格式) .....	149
5.1.1	逆风格式面临的问题.....	149
5.1.2	FCT 格式回顾 .....	150
5.2	单一守恒律的一阶 TVD 格式 .....	153
5.2.1	概述.....	153
5.2.2	Harten 的一阶 TVD 格式(1981).....	154



5.2.3	TVD 条件 .....	154
5.3	由一阶逆风格式到二阶逆风格式 .....	155
5.3.1	修改通量法 .....	155
5.3.2	状态插值法(MUSCL 途径,1979) .....	156
5.3.3	通量外插法 .....	158
5.4	二阶 TVD 格式 .....	160
5.4.1	概述 .....	160
5.4.2	修改通量的途径 .....	161
5.4.3	通量限制的途径 .....	163
5.4.4	变量插值的途径(坡度限制) .....	166
5.4.5	二阶格式引入限制的途径 .....	168
5.4.6	由纯量 TVD 格式到向量 TVD 格式 .....	170
5.4.7	对 TVD 格式的评论 .....	172
5.5	二维格式 .....	173
5.5.1	经典的真正二维算法及其困境 .....	173
5.5.2	维分裂法及其缺点 .....	173
5.5.3	无结构网格上 FVM 的几个问题 .....	177
5.5.4	二维显格式的稳定性条件 .....	178
5.5.5	向真正二维格式前进 .....	179
5.6	非齐次项处理 .....	181
5.6.1	一般原理和方法 .....	181
5.6.2	浅水方程非齐次项处理 .....	185
<b>第六章</b>	<b>时间积分</b> .....	<b>189</b>
6.1	概述 .....	189
6.2	半离散化的显格式 .....	191
6.2.1	欧拉向前格式 .....	191
6.2.2	预测、校正二步格式 .....	192
6.2.3	Runge-Kutta 多阶格式(RK 格式) .....	193