

静电学和电动力学

上册

〔美〕W. R. 斯迈思 著

戴世强 译

科学出版社

1981

内 容 简 介

本书系统地介绍了宏观电动力学的基本原理和方法。全书共分十四章，前五章叙述静电学的基本概念和方法；第六章至第十章介绍电流、磁场及其相互作用；第十一章至第十三章阐述电磁辐射问题；最后一章简述狭义相对论和带电粒子的运动。此外，每章末尾还汇集了大量习题。中译本分上、下两册出版，上册包括原书前五章的内容。

本书可供理工科大学有关专业的高年级学生、研究生和有关科技人员参考。

W. R. Smythe

STATIC AND DYNAMIC ELECTRICITY

McGraw-Hill, 1968

静电学和电动力学

上 册

〔美〕W. R. 斯迈思 著

戴世强 译

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1981年1月第一版 开本：787×1092 1/32

1981年1月第一次印刷 印张：11 7/8

印数：0001—5,950 字数：257,000

统一书号：13031·1459

本社书号：2013·13—3

定价：1.85 元

目 录

译者前言	ix
原书第三版序言	x
原书第二版序言	xi
原书第一版序言	xiii
符号表	xvii
第一章 静电学的基本概念	1
1.00 起电、导体和绝缘体	1
1.01 正电和负电	1
1.02 库仑定律;单位电荷;电介质	2
1.021 平方反比定律的适用范围	3
1.03 电感应	3
1.04 基本电荷	4
1.05 电场强度	4
1.06 静电势	5
1.07 电偶极子和电复极子	7
1.071 偶极子的相互作用	9
1.08 电力线	10
1.09 等势面	14
1.10 高斯电通量定理	14
1.101 共线电荷的电力线	16
1.102 无穷远处的电力线	18
1.11 最大电势和最小电势, 恩肖定理	18
1.12 电偶层的电势	19
1.13 电位移矢量和电力线管	20

1.14	电场中的应力	21
1.15	非均匀介质中的高斯电通量定理	23
1.16	导体表面上的边界条件和应力	25
1.17	电介质表面上的边界条件和应力	25
1.18	固体电介质中的电位移和电场强度	28
1.19	晶体电介质	29
	习题	30
	参考资料	33
第二章	电容器;电介质;导体系	35
2.00	唯一性定理	35
2.01	电容	36
2.02	串联电容器和并联电容器	36
2.03	球形电容器	38
2.04	柱形电容器	39
2.05	平行平板电容器	40
2.06	护圈	41
2.07	充电电容器的能量	42
2.08	电场中的能量	43
2.081	填充晶体电介质的平行平板电容器	44
2.09	介电常数为密度的函数时的应力	45
2.10	液态电介质中的电致伸缩	46
2.11	处于电介质中的导体上的力	47
2.12	格林互易定理	48
2.13	电场的叠加	49
2.14	接地导体上的感应电荷	50
2.15	自倒电容和互倒电容(电势系数)	51
2.16	自电容和互电容(电容系数)	52
2.17	静电屏蔽	53

2.18	两个远距离导体的倒电容和电容	53
2.19	带电导体系的能量	54
2.20	作用在带电导体上的力和力矩	55
	习题	57
	参考资料	66
第三章	普遍定理	67
3.00	高斯定理	67
3.01	斯托克斯定理	68
3.02	泊松方程和拉普拉斯方程	69
3.03	正交曲线坐标	70
3.04	正交曲线坐标系中的旋度	72
3.05	各种坐标系中的 $\nabla \cdot (\epsilon \nabla V)$	73
3.06	格林定理	74
3.07	电介质中的格林互易定理	76
3.08	格林函数	77
3.09	泊松方程的解	78
3.10	有电介质时的唯一性定理	79
3.11	新导体的引进	80
3.12	格林等效层	81
3.13	电场中电介质体的能量	82
3.14	介电常数增加的效应	83
3.15	轴对称电场的电势	84
	习题	85
	参考资料	87
第四章	二维势分布	89
4.00	二维电场和二维电势	89
4.01	圆调和函数	89
4.02	线电荷电势的调和展开	92

4.03	均匀电场中的导体柱或电介质柱	93
4.04	电介质柱; 镜像法	96
4.05	关于导体圆柱面的镜像	98
4.06	关于电介质平面或导体平面的镜像; 相交的 导体平面	99
4.07	电介质楔	99
4.08	复数	102
4.09	共轭函数	103
4.10	流函数	105
4.11	电场强度; 电通量	105
4.12	线电荷情形中的函数 $f(z)$	107
4.13	两圆柱间的电容	108
4.14	圆柱与平面间的电容; 两相同圆柱间的电 容	111
4.15	保角变换	111
4.16	以参数形式给定的边界方程	112
4.17	所要求的共轭函数的确定	114
4.18	施瓦兹变换	116
4.19	具有一个正角的多角形	119
4.20	具有零角的多角形	120
4.21	具有一个负角的多角形; 二维偶极子; 反 演	122
4.211	二维反演产生的镜像	125
4.22	具有两个角的多角形	126
4.23	开缝平面	130
4.24	黎曼曲面	132
4.25	从圆柱变到椭圆柱的变换	133
4.26	电介质界面上的边界条件	134

4.261	电介质椭圆柱	134
4.262	作用在电介质柱上的扭矩	138
4.27	具有圆角的多角形	139
4.28	圆柱形粗导线的平面栅	140
4.29	椭圆函数变换;二共面条带	143
4.30	反演所得的共面不等宽条带问题的解	146
4.31	金属板间的带电圆柱	148
	习题	149
	参考资料	170
第五章	三维势分布	172
5.00	一族曲面何时可成为等势面族?	172
5.01	共焦二次曲面的电势	173
5.02	带电的导体椭球	175
5.03	椭圆盘和圆盘	176
5.04	镜像法;导体平面	177
5.05	电介质间的平面界面	178
5.06	关于导体球面的镜像	180
5.07	点电荷镜像实例	181
5.08	镜像的无穷集合;关于两个球的问题	182
5.081	差分方程;关于两个球的问题	184
5.082	一球和一平面;两个相同的球	187
5.09	三维反演;几何性质	188
5.10	电势和镜像系统的反演	189
5.101	镜像反演实例	190
5.102	带电导体面的反演	191
5.103	通过反演计算电容	192
5.11	三维调和函数	193
5.111	旋转曲面和与其正交的楔	195
5.12	球调和函数	198

5.13	球面调和函数的一般性质	200
5.131	调和电荷分布的电势	200
5.14	球面调和函数的微分方程	201
5.15	球带调和函数; 勒让德方程	202
5.151	勒让德方程的级数解	203
5.152	勒让德多项式; 罗德立格公式	204
5.153	勒让德系数; 距离的倒数	206
5.154	勒让德多项式的递推公式	207
5.155	勒让德多项式乘积的积分	208
5.156	函数按勒让德多项式的展开	209
5.157	勒让德多项式的表	210
5.158	虚变量的勒让德多项式	211
5.16	带电圆环的电势	212
5.17	导体球壳内的带电圆环	213
5.18	均匀电场中的电介质球壳	214
5.19	偏心球形电容器	215
5.20	简单的锥形边界	217
5.21	第二类球带调和函数	217
5.211	第二类勒让德函数的递推公式	219
5.212	用勒让德多项式表示的第二类勒让德函数	219
5.213	第二类勒让德函数的几个特殊值	221
5.214	虚变量的第二类勒让德函数	222
5.215	第二类勒让德函数在位势问题中的应用	223
5.22	非整阶球带调和函数	224
5.23	连带的勒让德函数	225
5.231	连带函数乘积的积分	229
5.232	虚变量的连带函数	232
5.233	连带的勒让德函数的递推公式	232
5.234	连带的勒让德函数的几个特殊值	234
5.235	中性点和中性线	235

5.24	双轴调和函数	236
5.25	锥形边界	238
5.26	非整阶连带勒让德函数	238
5.261	锥体的格林函数	240
5.262	锥形腔的格林函数	241
5.27	扁球坐标	243
5.271	扁球调和函数	245
5.272	有圆孔的导体面	246
5.273	均匀电场中圆盘上的扭矩	248
5.274	扁球面上电荷分布产生的电势	252
5.275	用扁球调和函数表示的点电荷的电势	254
5.28	长球调和函数	255
5.281	均匀电场中的长球	257
5.29	柱坐标下的拉普拉斯方程	258
5.291	贝塞耳方程和贝塞耳函数	259
5.292	修正的贝塞耳方程和修正的贝塞耳函数	259
5.293	贝塞耳方程的解	260
5.294	贝塞耳函数的递推公式	263
5.295	贝塞耳函数在无穷远处的值	264
5.296	贝塞耳函数的积分	266
5.297	按贝塞耳函数展开的级数	269
5.298	圆柱的格林函数, 距离的倒数	271
5.299	圆柱形腔的格林函数	273
5.30	零阶贝塞耳函数	275
5.301	零阶贝塞耳函数的根和数值	275
5.302	零阶贝塞耳函数的导数和积分	276
5.303	点电荷和电介质平板	278
5.304	空心柱形环内的电势	281
5.31	非整阶贝塞耳函数和球贝塞耳函数	283
5.32	修正的贝塞耳函数	285

5.321	修正的贝塞耳函数的递推公式	286
5.322	修正的贝塞耳函数在无穷远处的值	287
5.323	复变量修正的贝塞耳函数乘积的积分	288
5.324	空心柱形环的格林函数	289
5.33	零阶的修正贝塞耳函数	292
5.331	第二类修正的贝塞耳函数的定积分表示式及其 在无穷远处的值	293
5.34	零阶贝塞耳函数的定积分表示式	295
5.35	用修正的贝塞耳函数表示的距离的倒数	296
5.351	圆柱形电介质界面	297
5.36	空心柱形环内的电势	299
5.37	非整阶修正的贝塞耳函数	300
5.38	楔函数	302
5.39	混合边界; 带电正圆柱	303
5.40	球面、扁(长)球面、柱面混合边界	306
5.41	接地扁(长)球面内的同心共轴球	313
5.42	圆柱内的带电球	316
5.43	在导体面圆孔中的圆柱	318
5.44	圆柱内球心不在柱轴上的带电球	320
	习题	324
	参考资料	351

第一章 静电学的基本概念

1.00 起电、导体和绝缘体

“电”(Electricity)这个词起源于希腊语“琥珀”。公元前600年左右,古希腊米勒托斯的塔勒斯首先发现了琥珀经摩擦之后,能把轻的东西吸引过来。现在已经知道,大多数的材料在一定程度上都具有这种性质;如果我们用一块丝绸摩擦一根玻璃棒,或者摩擦一根配有玻璃手柄的金属棒,就发现这两种棒都能吸引小纸片,这时我们便说,它们带电了。大家知道,只有用手指触摸,金属棒才会消除带电状态;而且,我们还发现,倘若用握在手里的各种材料去触碰带电的金属棒,那么只有金属或潮湿材料才能消除带电状态,而用玻璃、丝绸之类的材料却不能。我们把这种能消除带电状态的材料称为导体,而把不能消除带电状态的材料称为绝缘体。可以找到能很缓慢地消除带电状态的材料,我们称这些材料为不良导体或不良绝缘体。因此,在导体和绝缘体之间并没有明确的界限。

1.01 正电和负电

如果我们用丝绸摩擦一根玻璃棒,然后用玻璃棒或丝绸去接触轻的导体,例如悬挂在丝线上的镀金木髓球,即可发现该导体也带电了。如果两个球都用玻璃棒或者都用丝绸来使它们带电,则相互排斥;如果一个球用玻璃棒来起电,另一个

球用丝绸来起电，则两球就相互吸引。因此，我们可得出结论：存在着两类电；带相同的电的物体相互排斥，带相反的电的物体则相互吸引。根据用许多材料所做的实验，我们断定，只存在着两类电。我们定义玻璃棒所带的电为正电，而丝绸上的电为负电，这样做有一定的任意性。

1.02 库仑定律；单位电荷；电介质

其次，我们注意到，上述两球之间的作用力随两球距离增大而迅速减小。库仑用扭秤研究了这种力，他发现，这两个小带电体之间的作用力方向沿着它们的连线，而其大小则正比于它们的电荷的乘积，反比于它们之间距离的平方。这一结论称为库仑定律或普里斯特利 (Priestley) 定律。该定律的叙述中包含了有关电量或电荷的定义，我们可把它表述如下：一个静电单位的电荷是指这样的电荷，当在真空中距它一厘米处有一等量同号的电荷时，两者之间的斥力为一达因。电荷的实用单位是库仑，它等于 3×10^9 静电单位电荷。

人们发现，在许多各向同性而均匀的非导电介质中，上述平方反比定律成立，不过同样的电荷之间的作用力却(比在真空中)减小了，因此，对这种介质来说，在 MKS 单位制下，此定律可写成

$$\mathbf{F} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon r^2} \mathbf{r}_1 \quad (1)$$

式中 $\mathbf{F}$ 为 q 库仑的电荷作用在 q' 库仑电荷上的力； $\mathbf{r}$ 为从 q 到 q' 的矢量，其大小为 r ； $\mathbf{r}_1$ 为沿 $\mathbf{r}$ 方向的单位矢量； ϵ 为介电常数——介质的一个特性常数，在真空中， ϵ 的数值为 8.85×10^{-12} 法拉/米，记作 ϵ_0 。比值 $K = \epsilon/\epsilon_0$ 为相对介电常数，它是一个无量纲量，在所有各种单位制下有相同的数值。

1.021 平方反比定律的适用范围

现代测量方法的精度大大超过了库仑测量的精度，现在我们可以说，对可测的 r 值，最近已在约 $1/10^9$ 的精度下证实了 1.02(1) 式中 r 的幂次的正确性。应该记住，我们只能在已得到证实的尺度范围内应用库仑定律。在本书中我们将尽力避免把任何宏观理论建立在此定律也适用于原子距离的假定上。库仑定律仅在带电体尺度远小于它们之间的距离时才严格地成立。带电体的形状和组分倒是无关紧要的。

1.03 电 感 应

导体上的电荷是可迁移的，因此，当一电荷接近一未带电导体时，导体上异号电荷就要移动到离该电荷较近的部分，而同号电荷就要远离该电荷。根据库仑定律，相距较近的电荷之间的作用力较大，因此，该电荷就要吸引导体。导体上的这些电荷称为感应电荷。只要不移去相距较远的电荷（例如用手指触摸，即可移去这种电荷），一旦移走施感电荷，导体就恢复中性状态。如果让施感电荷原封不动，把导体中离施感电荷较近的部分与较远的部分分开，小心地使它们保持绝缘，那么就会发现，导体的这两部分带异号电荷，这正是我们所预料的。

人们设计了多种“静电起电机”，它们自动地重复这一操作过程，积累被分离的电荷。

若采用足够灵敏的测试方法，就可发现，一个电荷对未带电绝缘体也施加了一个小的吸引力，这似乎表明，即使在绝缘体中也存在着电荷，并且不是绝对固定的，而是可以发生一定的位移。我们这里不讨论有关导体和绝缘体中电荷实际行为的假设，这方面的理论尚不甚完善，不过自 1930 年以来已大

有进展。

1.04 基本电荷

人们已经发现，电荷不可能无限地分割，已知的最小负电荷是负电子和介子的电荷，首先由密立根相当精确地测定，目前公认的值为 1.60×10^{-19} 库仑；已知的最小正电荷为正电子（即阳电子）、介子和质子上的电荷。已在很高的精度下，证实了所有这些基本电荷的大小是相等的。负电子的质量为 9.0×10^{-31} 千克，正电子的质量也大概如此。质子的质量约为电子质量的 1837 倍。

在处理电学问题时，我们将把电荷当作无限可分的，并使用电荷密度的概念。显然，仅在探讨电量远大于 1.60×10^{-19} 库仑的问题时，上述做法才是无可非议的，当然在讨论原子尺度的问题时就毫无用处了。我们已经知道，导体中的电荷可以自由移动，因此，如果它有惯性，则可以预期，当导体受到加速时，它将落在后面，从而产生一电流，这电流可以从它产生的磁场检测出来。麦克斯韦预言了这种现象，可是这种电流太小了，因此在他去世后很久才由托尔曼（Tolman）、巴涅特（Barnett）等人检测出来。结果表明，导体中可迁移的电荷是负电荷，在实验误差范围内，其电荷与质量之比正好等于负电子的荷质之比。本书中所讨论的几乎所有现象看来都涉及这种电子的分布或运动，当缺乏电子时就出现正电荷。从数学的角度看来，参与电荷转移的是正电荷，还是负电荷，抑或是两者，都是无关紧要的。

1.05 电场强度

如果把一个无穷小的电荷放入一区域时受到一作用力，

我们就说，该区域中存在着一个电场。我们把某点的电场强度定义成等于放在该点的每单位正电荷所受作用力的矢量，而该电荷小到不因它的存在而发生电荷的重新分布。由于存在电的感应现象，所以最后这个限制条件是必不可少的。

作用在一物体上的若干机械力的合力可通过矢量求和得到。与此完全一样，由若干电荷分布产生的总电场强度，可通过对每一分布元产生的场强矢量求和而得到，因此， n 个电荷在 P 点所产生的电场强度为

$$\mathbf{E}_p = -\frac{1}{4\pi\epsilon} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^3} \mathbf{r}_i \quad (1)$$

式中 $\mathbf{E}_p$ 为电场强度，以伏特/米计； $\mathbf{r}_i$ 为 P 至 q_i 的矢量，大小是 r_i ； ϵ 为电荷系所在的均匀无界介质的介电常数。

1.06 静 电 势

当电荷在电场中移动时，由于反抗电力而作了功。在静电场中， P 点的电势（以伏特量度）指的是把一电荷从电势为零的点移到 P 点所作的

功（以焦耳/库仑量度），由于该电荷很小，所以不致因它的存在而导致电荷的重新分布。选择

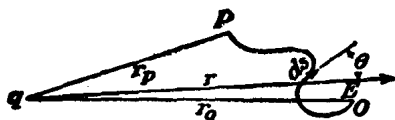


图 1.06

零电势点按如何方便而定，通常选取无穷远点为零电势点，但并非总是如此。为了避免产生非静电的效应，电荷必须移动得十分缓慢。

现在我们来计算点电荷 q 所产生的电势。要把单位电荷在电场 $\mathbf{E}$ 中移动一距离 $d\mathbf{s}$ ，需作的功 dV 为 $-\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ 或 $-E ds \cos \theta$ ，其中 θ 为 $\mathbf{E}$ 与 $d\mathbf{s}$ 之间的夹角。在点电荷电场

的情形中,此功为

$$dV = - \frac{q \cos \theta}{4\pi\epsilon r^2} ds$$

其中, $\mathbf{r}$ 为自点电荷 q 至路径元 $d\mathbf{r}$ 的矢量, θ 为 $\mathbf{r}$ 与 $d\mathbf{s}$ 之间的夹角,如图 1.06 所示. 显而易见, $d\mathbf{r} = d\mathbf{s} \cos \theta$, 因此得到电势(单位为伏特)

$$\int_0^{V_P} dV = - \frac{q}{4\pi\epsilon} \int_{r_0}^{r_P} \frac{dr}{r^2} \quad \text{或} \quad V_P = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_P} - \frac{1}{r_0} \right) \quad (1)$$

若选 r_0 为无穷大,则此式变成

$$V_P = \frac{q}{4\pi\epsilon r_P} \quad (2)$$

静电势是一个标量点函数,与电荷移至指定点所通过的路径无关. 静电场中的任何一点的电势,可由产生电场的各个电荷的电势迭加而得,于是

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon} \sum \frac{q_i}{r_i} \quad (3)$$

式中 r_i 为 P 点至 q_i 的距离(以米为单位).

通常计算标量比计算矢量和容易得多,显然这就是人们进行计算时喜欢用式(3)而很少用式 1.05(1)的原因. P 点的场强可由式(3)取梯度得到,亦即

$$\mathbf{E} = - \text{grad } V = - \nabla V \quad (4)$$

在直角坐标系中,各分量为

$$E_x = - \frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = - \frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = - \frac{\partial V}{\partial z} \quad (5)$$

要得到任何其它固定坐标系中的梯度分量,只要用该坐标系的坐标把 V 和梯度算子的分量表示出来即可. 在 3.03 节和 3.05 节中,将给出求这种分量的方法.

通常基本电荷之间的距离总是远小于所考虑问题的特征

尺度,在这种情况下,我们可以把电荷分布当作连续的,并可认为单位体积的电荷即是体电荷密度 ρ , 单位面积的电荷即为面电荷密度 σ ; 这时,和式(3)变成了积分:

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho dV}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_S \frac{\sigma dS}{r} \quad (6)$$

式中, dV 为体积元, dS 为面积元. 应该指出, 此公式仅适用于整个空间(包括任何存在的物体内部)的介电常数均为 ϵ 的情况, 当不属于这种情况时, 则要采用第四、五章的方法进行计算.

1.07 电偶极子和电复极子

假定 (x_0, y_0, z_0) 点有电荷 $-q$, $(x_0 + h, y_0, z_0)$ 点有电荷 $+q$, h 值很小, 让我们来考虑它们在 P 点所产生的电势. 若记 $-q$ 至场点 P 的距离 $[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{\frac{1}{2}}$ 为 $r_- = f(x_0, y_0, z_0, x, y, z)$, 则自 $+q$ 至 P 的距离就为 $r_+ = f(x_0 + h, y_0, z_0, x, y, z)$. 根据式 1.06(2) 写出电势, 并把 r_+^{-1} 展开成泰勒级数(参看《数学手册》226), 得

$$\begin{aligned} V &= \frac{q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{r_-} + h \frac{\partial}{\partial x_0} \left(\frac{1}{r_-} \right) + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} \left(\frac{1}{r_-} \right) + \dots - \frac{1}{r_-} \right] \end{aligned}$$

若在 $h \rightarrow 0$, $q \rightarrow \infty$ 时使 $hq = \mathcal{M}$ 保持为有限常数, 则得在 x 方向偶极矩为 $\mathcal{M}$ 的电偶极子. 当 $h \rightarrow 0$ 时, 我们以 $\mathbf{r}$ 取代 $\mathbf{r_-}$; 若在上式中仅保留 h 项, 并令 θ 为 $\mathbf{h}$ 与 $\mathbf{r}$ 之间的夹角, 则得

$$V = \frac{M}{4\pi\epsilon} \frac{\partial}{\partial x_0} \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{-M}{4\pi\epsilon} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right)$$