

华东地区高等农林水院校  
教学管理研究会《高等数学》编写组

# 高等农林院校通用教材 高等数学

$$f(x) \leq M$$
$$\min f(x)$$

$$f(x) \leq M$$
$$\min f(x) = m$$

$$m \leq f(x) \leq M$$

$$\min f(x) = m$$

上海交通大学出版社

高等农林水院校系列教材

# 高等数学

华东地区高等农林水院校教学管理研究会  
《高等数学》教材编写组

编

上海交通大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

高等数学/杨崇瑞主编. —上海:上海交通大学出版社,  
1998.7(1999. 重印)  
高等农林水院校系列教材  
ISBN 7-313-01977-7

I. 高… II. 杨… III. 高等数学-高等学校-教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 15128 号

## 高等数学

华东地区高等农林水院校教学管理研究会 编  
《高等数学》教材编写组

上海交通大学出版社出版发行

上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030

电话 64281208 传真 64683798

全国新华书店经销

常熟文化印刷厂·印刷

开本:850×1168(mm) 1/32 印张:12.25 字数:325千字

版次:1998年7月 第1版

印次:1999年7月 第3次

ISBN 7-313-01977-7/O·137

定价:15.00元

---

本书任何部分文字及图片,如未获得本社书面同意,  
不得用任何方式抄袭、节录或翻印。

(本书如有缺页、破损或装订错误,请寄回本社更换。)

**主 编** 杨崇瑞(南京农业大学)  
**副主编** 杨琪瑜(南京林业大学)  
任明荣(上海水产大学)  
徐 丽(安徽农业大学)

**编写人员** 杨崇瑞(南京农业大学)  
朱震球(南京农业大学)  
徐 丽(安徽农业大学)  
任明荣(上海水产大学)  
朱佐农(扬州大学农学院)  
俞 浩(扬州大学农学院)  
姜 永(福建农业大学)  
杨琪瑜(南京林业大学)

**主 审** 蒋祖芳(南京林业大学)

# 序

在世界新技术革命浪潮的推动下,农业科技的发展日新月异。数学在农业科学技术的发展过程中,已成为不可或缺的重要工具:农业工程、数量遗传、病虫害预测、灾害性天气预报、产量预测、土壤调查和土地规划、技术经济分析、农林水科学试验所得数据的统计分析等诸多领域都离不开数学。

在人类文明即将跨入 21 世纪之际,国家教委提出了高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革的计划,华东地区高等农林水院校积极投入了这项宏大的教改工程,南京农业大学、安徽农业大学、南京林业大学、上海水产大学等校承担了国家教委“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革”的研究项目。随着教育研究与教学改革的深入开展,我们组织了华东地区部分高等农林水院校的专家教授编写《高等数学》、《线性代数》、《概率论与数理统计》这三门课程的系列教材,以进一步促进华东地区数学教学改革的进程。

华东地区高等农林水院校教学管理研究会历来重视数学课程的教学改革,有关院校团结协作,经常组织数学教学的研究活动,取得了较为显著的成绩。在《华东地区高等农林水院校数学系列课程教材建设与改革研讨会》的讨论基础上,我们组织编写这套系列教材,也是试图以数学教学改革为突破口,推动华东地区高等农林水院校基础学科的教学改革,在面向 21 世纪教学内容与课程体系改革的进程中,教学质量与水平能上一个新的台阶。

华东地区高等农林水院校  
教学管理研究会  
蒋宝庆(理事长)  
1997 年 10 月 1 日

# 前 言

随着现代科学技术的飞速发展,数学已渗透到各个领域,数学的思想与观点已发生了深刻的变化。以微积分为主要内容的高等数学与现代科技对数学的要求相距愈来愈远。为了适应当前科技的发展趋势,提高学生应用数学分析问题与解决问题的能力,探索培养跨世纪人才的途径,本书作者在分析了高等农林水院校的特点以及各类教材的基础上,撰写了本书,试图突破传统教材的体系,根据现代科学技术的需要,用尽可能少的篇幅,向学生介绍应用现代数学方法去解决问题的基本观点和思想方法。在编写过程中,我们力求淡化极限的精确化定义,突出极限解决实际问题的思想方法;淡化运算的技巧,突出数值计算方法的运用;淡化不必要的基础理论,突出建模能力的培养。

本教材是以华东地区高等农林水院校《高等数学教学大纲》为依据编写的。除作为 80~100 学时本、专科各专业的《高等数学》课程教材外,还可作为教学要求相近的函授教材及农林水科技人员的参考书。

参加本教材编写工作的有南京农业大学的杨崇瑞教授、朱震球老师(第一、二章),安徽农业大学的徐丽副教授(第三、九章),上海水产大学的任明荣副教授(第四、五章),扬州大学农学院的朱佐农副教授、俞浩副教授(第六、七章),福建农业大学的姜永老师(第八章),南京林业大学的杨琪瑜副教授(第十、十一章)。

本书由杨崇瑞教授担任主编,杨琪瑜、任明荣、徐丽副教授担任副主编,南京林业大学蒋祖芳教授担任主审。

由于本教材是一种尝试,经验不足,且限于编者水平,教材中难免存在不少问题和错误,欢迎使用本书的同行和广大读者批评指正。另外,本书部分章节标有“\*”,各校可根据实际情况选讲。

本书在编写过程中,南京农业大学王育全副教授曾校阅了部分章节,周宏副教授曾参与了部分工作,在此表示诚挚的谢意。

主 编  
1997 年 12 月

# 目 录

第一章 空间解析几何初步	( 1 )
§ 1.1 空间直角坐标系	( 1 )
一、空间点的直角坐标	( 1 )
二、空间两点间的距离	( 2 )
习题 1.1	( 4 )
§ 1.2 曲面及其方程	( 4 )
一、曲面方程的概念	( 4 )
二、空间的平面及其方程	( 6 )
三、旋转曲面	( 7 )
四、柱面	( 9 )
五、二次曲面	( 10 )
习题 1.2	( 13 )
* § 1.3 空间曲线及其方程	( 14 )
习题 1.3	( 15 )
第二章 函数	( 16 )
§ 2.1 函数概念	( 16 )
一、区间与区域	( 16 )
二、一元函数概念	( 19 )
三、多元函数概念	( 21 )
四、函数的表示	( 22 )
五、函数的几种特性	( 26 )
习题 2.1	( 28 )
§ 2.2 反函数	( 29 )
习题 2.2	( 30 )
§ 2.3 基本初等函数	( 30 )



§ 2.4 复合函数与初等函数 .....	(32)
一、一元复合函数 .....	(32)
二、二元复合函数 .....	(33)
三、初等函数 .....	(34)
习题 2.4 .....	(34)
<b>第三章 极限与连续</b> .....	<b>(35)</b>
§ 3.1 数列的极限 .....	(35)
一、数列的极限 .....	(35)
二、收敛数列的性质 .....	(39)
习题 3.1 .....	(40)
§ 3.2 一元函数的极限 .....	(40)
一、 $x \rightarrow \infty$ 时, 函数 $f(x)$ 的极限 .....	(40)
二、 $x \rightarrow x_0$ 时, 函数 $f(x)$ 的极限 .....	(42)
习题 3.2 .....	(46)
§ 3.3 无穷小量与无穷大量 .....	(47)
一、无穷小量 .....	(47)
二、无穷大量 .....	(48)
三、无穷小量与无穷大量的关系 .....	(49)
四、无穷小量的运算定理 .....	(50)
习题 3.3 .....	(51)
§ 3.4 极限的运算法则 两个重要极限 .....	(52)
一、极限的运算法则 .....	(52)
二、两个重要极限 .....	(56)
习题 3.4 .....	(62)
§ 3.5 无穷小量的比较 .....	(63)
习题 3.5 .....	(65)
§ 3.6 二元函数的极限 .....	(66)
习题 3.6 .....	(68)
§ 3.7 函数的连续性 .....	(68)
一、一元函数的连续性 .....	(68)

二、二元函数的连续性 .....	(76)
习题 3.7 .....	(78)
§ 3.8 闭区间上连续函数性质 .....	(79)
习题 3.8 .....	(82)
<b>第四章 导数与微分</b> .....	<b>(83)</b>
§ 4.1 一元函数的导数概念 .....	(83)
一、实践中的变化率问题 .....	(83)
二、导数的定义 .....	(85)
三、导数的几何意义 .....	(85)
四、求导举例 .....	(86)
五、可导性与连续性的关系 .....	(89)
习题 4.1 .....	(90)
§ 4.2 求导法则 .....	(91)
一、函数和、差、积、商的求导法则 .....	(92)
二、复合函数的求导法则 .....	(95)
三、反函数的求导法则 .....	(98)
习题 4.2 .....	(102)
§ 4.3 高阶导数 .....	(104)
习题 4.3 .....	(106)
§ 4.4 隐函数与参数方程确定的函数的导数 .....	(107)
一、隐函数的导数 .....	(107)
二、对数求导法 .....	(109)
三、参数方程确定的函数的导数 .....	(109)
习题 4.4 .....	(111)
§ 4.5 微分 .....	(112)
一、微分概念 .....	(112)
二、微分公式和运算法则 .....	(115)
三、利用微分计算函数的近似值 .....	(118)
习题 4.5 .....	(119)
§ 4.6 偏导数 .....	(120)

一、偏导数 .....	(120)
二、高阶偏导数 .....	(123)
习题 4.6 .....	(125)
§ 4.7 全微分 .....	(126)
习题 4.7 .....	(129)
§ 4.8 多元复合函数与隐函数的求导法 .....	(129)
一、多元复合函数求导法 .....	(129)
二、隐函数求导法 .....	(135)
习题 4.8 .....	(137)
<b>第五章 中值定理与导数的应用</b> .....	(138)
§ 5.1 中值定理 .....	(138)
习题 5.1 .....	(141)
§ 5.2 洛必达法则 .....	(142)
一、“ $\frac{0}{0}$ ”型及“ $\frac{\infty}{\infty}$ ”型未定型的极限 .....	(142)
二、其他类型未定型的极限 .....	(145)
习题 5.2 .....	(147)
§ 5.3 泰勒公式 .....	(148)
一、泰勒公式 .....	(148)
二、几个函数的马克劳林公式 .....	(150)
三、泰勒公式的应用 .....	(152)
习题 5.3 .....	(154)
§ 5.4 函数的单调性与极值 .....	(154)
一、函数单调性的判别法 .....	(154)
二、函数的极值 .....	(158)
三、最大值与最小值 .....	(163)
习题 5.4 .....	(165)
§ 5.5 函数的作图 .....	(166)
一、曲线的凹凸性与拐点 .....	(166)
二、曲线的渐近线 .....	(169)

三、函数作图的一般步骤 .....	(170)
习题 5.5 .....	(172)
§ 5.6 多元函数的极值与最小二乘法 .....	(173)
一、极值问题 .....	(173)
二、最小二乘法 .....	(176)
习题 5.6 .....	(178)
<b>第六章 不定积分</b> .....	(179)
§ 6.1 不定积分的概念与基本积分公式 .....	(179)
一、原函数与不定积分的概念 .....	(179)
二、基本积分公式 .....	(181)
三、用基本积分公式求不定积分 .....	(182)
习题 6.1 .....	(183)
§ 6.2 换元积分法 .....	(184)
一、第一类换元法(凑微分法) .....	(184)
二、第二类换元法 .....	(188)
习题 6.2 .....	(192)
§ 6.3 分部积分法 .....	(193)
习题 6.3 .....	(196)
§ 6.4 几类特殊初等函数的积分举例 .....	(197)
一、有理函数的积分举例 .....	(197)
二、三角函数有理式的积分举例 .....	(200)
三、简单无理函数积分举例 .....	(202)
习题 6.4 .....	(203)
<b>第七章 微分方程</b> .....	(205)
§ 7.1 微分方程的基本概念 .....	(205)
习题 7.1 .....	(209)
§ 7.2 一阶微分方程 .....	(210)
一、可分离变量的微分方程 .....	(210)
二、齐次方程 .....	(212)
三、线性微分方程 .....	(213)

习题 7.2 .....	(217)
§ 7.3 可降阶的高阶微分方程 .....	(218)
一、 $y^{(n)} = f(x)$ 型的微分方程 .....	(218)
二、 $y'' = f(x, y')$ 型的微分方程 .....	(220)
三、 $y'' = f(y, y')$ 型的微分方程 .....	(221)
习题 7.3 .....	(222)
§ 7.4 二阶常系数线性微分方程 .....	(223)
一、二阶常系数齐次线性微分方程 .....	(223)
二、二阶常系数非齐次线性微分方程 .....	(227)
习题 7.4 .....	(231)
* § 7.5 微分方程组简介 .....	(232)
习题 7.5 .....	(235)
<b>第八章 定积分及其应用</b> .....	(236)
§ 8.1 定积分概念 .....	(236)
一、实践中的和式极限问题 .....	(236)
二、定积分的定义 .....	(240)
三、定积分的几何意义 .....	(241)
习题 8.1 .....	(243)
§ 8.2 定积分的性质 .....	(244)
习题 8.2 .....	(247)
§ 8.3 定积分与不定积分的关系 .....	(248)
一、积分上限的函数及其导数 .....	(248)
二、牛顿-莱布尼兹公式 .....	(250)
习题 8.3 .....	(253)
§ 8.4 定积分的换元积分法与分部积分法 .....	(255)
一、定积分的换元积分法 .....	(255)
二、定积分的分部积分法 .....	(260)
习题 8.4 .....	(261)
§ 8.5 广义积分 .....	(262)
一、无限区间上的广义积分 .....	(262)

二、有无穷间断点的广义积分 .....	(265)
三、 $\Gamma$ 函数 .....	(268)
习题 8.5 .....	(270)
§ 8.6 定积分的应用 .....	(271)
一、平面图形的面积 .....	(272)
二、体积 .....	(277)
*三、功 液体静压力 .....	(280)
四、经济应用举例 .....	(284)
习题 8.6 .....	(285)
<b>第九章 二重积分</b> .....	(287)
§ 9.1 二重积分的概念与性质 .....	(287)
一、二重积分的概念 .....	(287)
二、二重积分的性质 .....	(290)
§ 9.2 在直角坐标系中二重积分的计算 .....	(291)
习题 9.2 .....	(299)
9.3 在极坐标系中二重积分的计算 .....	(300)
习题 9.3 .....	(305)
<b>*第十章 无穷级数</b> .....	(307)
§ 10.1 常数项级数的概念 .....	(307)
习题 10.1 .....	(309)
§ 10.2 数项级数的基本性质及其级数收敛的必要 条件 .....	(310)
一、数项级数的性质 .....	(310)
二、级数收敛的必要条件 .....	(310)
习题 10.2 .....	(312)
§ 10.3 正项级数的审敛法 .....	(312)
习题 10.3 .....	(316)
§ 10.4 任意项级数的审敛法 .....	(317)
习题 10.4 .....	(319)
§ 10.5 幂级数 .....	(320)

一、函数项级数的一般概念 .....	(320)
二、幂级数及其收敛性 .....	(321)
习题 10.5 .....	(324)
§ 10.6 幂级数的运算及其性质 .....	(325)
习题 10.6 .....	(327)
§ 10.7 函数展开成幂级数 .....	(327)
一、泰勒(Taylor)级数 .....	(328)
二、函数展开成幂级数 .....	(330)
习题 10.7 .....	(334)
§ 10.8 幂级数的应用 .....	(334)
一、函数值的近似计算 .....	(334)
二、求定积分的近似值 .....	(335)
三、解微分方程 .....	(336)
习题 10.8 .....	(337)
*第十一章 数值计算简介 .....	(338)
§ 11.1 差分与差商 .....	(338)
一、差分及其性质 .....	(338)
二、差商及其性质 .....	(340)
习题 11.1 .....	(341)
§ 11.2 函数的插值多项式 .....	(341)
一、拉格朗日插值多项式 .....	(341)
二、牛顿差商插值多项式 .....	(343)
习题 11.2 .....	(345)
§ 11.3 数值微分 .....	(345)
一、插值型求导公式 .....	(346)
二、三点式求导公式 .....	(347)
习题 11.3 .....	(348)
§ 11.4 数值积分 .....	(349)
一、定积分的辛普生公式 .....	(349)
二、重积分的辛普生算法 .....	(350)

习题 11.4 .....	(352)
§ 11.5 常微分方程的数值解法.....	(352)
一、欧拉方法 .....	(353)
二、改进的欧拉方法 .....	(354)
三、龙格-库塔方法.....	(355)
习题 11.5 .....	(357)
附录一 常用的初等数学公式.....	(358)
附录二 简单积分表.....	(363)
附录三 希腊字母表.....	(372)
参考书目.....	(373)



# 第一章 空间解析几何初步

在平面解析几何中,我们通过建立平面直角坐标系把平面上的点与二元有序数组对应起来,把平面上的图形和方程对应起来,从而可以利用代数方法来研究平面几何问题。空间解析几何也是按照类似的方法建立起来的,用坐标法来研究空间的几何问题。

在高等数学中,平面解析几何的知识对学习一元函数微积分是不可缺少的;同样地,空间解析几何知识是学习多元函数微积分的必要基础。

本章先建立空间直角坐标系,然后介绍空间中的平面与曲面,同时简略地介绍一下空间直线与空间曲线。

## § 1.1 空间直角坐标系

### 一、空间点的直角坐标

首先我们用类似于平面解析几何的方法引进空间直角坐标系,使空间中的点与三元有序数组之间建立联系,从而沟通空间中形与数的关系。

过空间一个定点  $O$  作三条互相垂直的数轴,它们都以  $O$  为原点,而且一般具有相同的长度单位。这三条数轴分别称为  $x$  轴(横轴)、 $y$  轴(纵轴)、 $z$  轴(竖轴),统称坐标轴。它们的正方向按“右手规则”确定:即以右手握住  $z$  轴,当右手的四个手指从正向  $x$  轴以  $\frac{\pi}{2}$  角度转向正向  $y$  轴时,大拇指的指向就是  $z$  轴的正向。这样确定的三条数轴就构成了一个空间直角坐标系,点  $O$  称为坐标原点。

三条坐标轴中任意两条可以确定一个平面,这样的平面统称