常用电测量指示仪表原理

陕西省电业管理局中心试验所

水 利 电 力 出 版 社

内 容 提 要

本书主要内容是叙述电力系统常用的安装式及可携式电测量指示仪表的原理，同时对这些仪表的误差调整和电路的计算方法也作了介绍。为便于读者自学，各章编列了例题及习题。

本书所叙述的电测量指示仪表，包括磁电系，电磁系，电动系和铁磁电动系的电流表、电压表、功率表、功率因数表、频率表以及整步表。

本书可供电力系统电测量仪表专业工人和技术人员阅读，也可供其他部门从事电测量仪表专业的工人和技术人员参考。

常用电测量指示仪表原理

陕西省电业管理局中心试验所

*

水利电力出版社出版

（北京德胜门外六铺炕）

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米　16开本　21印张　477,600字

1979年6月第一版　1979年6月北京第一次印刷

印数 00001—51,200 册　每册 1.70元

书号 15143·3455

前　　言

在以华主席为首的党中央领导下，全国人民正在意气风发地向四个现代化进军。为了适应电力工业飞速发展的需要，我们在原来内部使用的《电气测量仪表原理与维修》资料的基础上，参考了国内外有关文献并结合我们几年来积累的实践经验和学习心得，重新改写成这本书。

本书主要叙述电力系统常用的各种电测量指示仪表的原理。对这些仪表的使用方法和测量误差的估算方法也有所论述。为了使读者熟悉仪表电路计算，也为了避免在各章节中进行重复的运算，在本书的第一章专门介绍了仪表电路计算的基本知识。为了便于读者自学和实际应用，在本书中结合实际列举了比较多的例题。在每章的末尾并附有习题和思考题。

参加本书编写和插图绘制工作的有李谦、李思荣、杨雪雅和武炳炎同志。户县热电厂雷惠博同志和本所电测室曹永兴等同志也参加了部分工作。全书由李谦同志校订。

本书在编写过程中曾得到户县热电厂、宝鸡电业局、水利电力部西安热工研究所、水利电力部电力科学研究院、北京电力试验研究所、第一机械工业部哈尔滨电表研究所、上海第二电表厂等二十多个单位的大力支持和帮助，谨致深切的谢意。

由于编写人员政治和业务水平较低，书中一定有不妥甚至是错误的地方，欢迎批评指正。

陕西省电业管理局中心试验所

1978年10月

目　　录

第一章　仪表电路计算基础知识

第一节　电路计算的几个基本方法及其在计算直流仪表回路中的应用

一、电路计算的两个基本定理

1.欧姆定律

欧姆定律是电工学中的基本定律之一。这个定律的内容是：金属导线中的电流与导线两端的电压成正比，而与电阻的阻值大小成反比。导线两端电压与流过导线的电流间的比例系数就是电阻。即

$$I=\frac{U}{R} \quad \text{或} \quad U=IR \quad \text{或} \quad R=\frac{U}{I} \tag{1-1}$$

式中　I ——导线中的电流；

U ——导线两端间的电压；

R ——导线两端间的电阻。

对于图 1-1 所示的全电路来说，欧姆定律还可以用下述公式表达：

$$I=\frac{E}{R+r} \quad \text{或} \quad E=IR+Ir=U+U_r$$

或

$$R=\frac{E}{I}-r \tag{1-2}$$

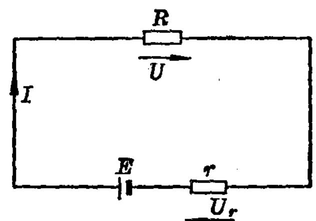


图 1-1　欧姆定律解说附图

式中　E ——电源电动势；

r ——电源内阻；

U_r ——电源内部电压降。

利用欧姆定律和电阻的串并联计算的方法，就可以对普通直流仪表电路进行一般计算。例如计算电流表的分流电阻、电压表的附加电阻以及表头电流等，都可以利用欧姆定律。兹举例说明如下：

例题 1-1　已知某直流毫安表的电路如图1-2所示。测量上限为50毫安，表头满刻度电流为$I_{MDQ}=100$微安，表头内阻$R_{DQ}=500$欧，电阻$R_3=3492$欧，电阻$R_2=7.2$欧，求总分流电阻$R_{FL}=R_1+R_2$为多少？

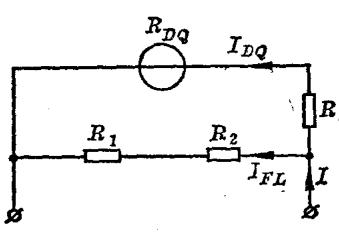


图 1-2　例题1-1电路图

【解】　根据题意可知，流过分流电路的电流为$I_{FL}=50-0.1=49.9$毫安。由欧姆定律可知，在仪表指示满刻度时，表头支路的电压降为

$$I_{MDQ}(R_{DQ}+R_3)=0.1(500+3492)=399.2\text{毫伏}$$

同理，总分流电阻两端的电压降为

$$I_{FL}(R_1+R_2)=49.9(R_1+7.2)\text{毫伏}$$

因为在并联电路中各支路的电压相等，因此

$$49.9(R_1+7.2)\text{毫伏}=399.2\text{毫伏}$$

由此解得$R_1=0.8$欧，即总分流电阻为$R_{FL}=R_1+R_2=0.8+7.2=8$欧。

例题 1-2 某磁电系电流表的接线原理仍如图1-2所示。已知测量上限为$I=100$毫安，表头支路总电阻为$R_{DQ}+R_3=3123$欧，总分流电阻为$R_{FL}=2.5$欧，求表头的满刻度电流I_{MDQ}是多少？

【解】 根据并联电路中各支路电压相同的道理，可以列出下述方程：

$$(I-I_{MDQ})R_{FL}=I_{MDQ}(R_{DQ}+R_3)$$

即
$$(100-I_{MDQ})\times 2.5\text{毫伏}=I_{MDQ}\times 3123\ \text{毫伏}$$

由此可以求出$I_{MDQ}=0.080$毫安，即80微安。

实际上，在一个并联电路中，若每个支路的电阻和流过并联电路的总电流都是知道的，当求每个支路的电流时，都可以首先把该并联电路化成如图1-3所示的简单电路，根据并联电路各分支电路电压降相同的道理，可以写出下列等式：

$$I_1R_1=I_2R_2=I\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

所以
$$I_1=I\frac{R_2}{R_1+R_2},\quad I_2=I\frac{R_1}{R_1+R_2} \qquad (1\text{-}3)$$

这一简单关系在实际工作中经常要遇到。例如，对于例题1-2，就可以直接利用式（1-3）求出I_{MDQ}

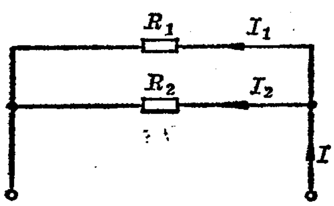


图 1-3 求支路电流的简化图

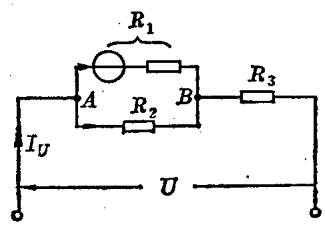


图 1-4 例题1-3电路图

例题 1-3 图1-4是磁电系电压表的原理线路图，设电压U和各电阻值都是已知的，试列出该电压表的表头满刻度电流I_{MDQ}的表达式？

【解】 设电压表的工作电流为I_U，根据式（1-3）可得

$$I_{MDQ}=I_U\frac{R_2}{R_1+R_2}=\frac{U}{R_3+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\times\frac{R_2}{R_1+R_2}$$

$$=\frac{UR_2}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}=\frac{U}{R_1+R_3+\dfrac{R_1R_3}{R_2}}$$

例题 1-4 在图1-5（*a*）所示的某欧姆表电路中，已知表头满刻度电流为45微安，$R_1=667$欧，$R_2=1800$欧，$R_3=4000$欧，$R_4=15400$欧，$R_5=1290$欧，求该欧姆表的中值电阻（即内阻）和电源电压各为多少？

【解】 首先求出图中A、B之间的电阻R_{AB}，当E及R_5两支路断开时可得

$$R_{AB}=\frac{(R_1+R_2)R_3}{R_1+R_2+R_3}=\frac{(667+1800)\times 4000}{667+1800+4000}=1526\text{欧}$$

将图1-5（*a*）简化成图1-5（*b*）后，可以求得该欧姆表的内阻为R_{AC}，即

$$R_{AC}=\frac{(R_{AB}+R_4)R_5}{R_{AB}+R_4+R_5}=\frac{(1526+15400)\times 1290}{1526+15400+1290}=1199\text{欧}$$

因为电源电压$E=IR_{AC}$，所以可以首先求出流过电源的总电流I。由图1-5（b），设电源的内阻可以忽略，且流过电阻R_4的电流为I_1，流经电阻R_5的电流为I_2，根据式（1-3）和图1-5（a）可得

$$I_{MDQ}=I_1\frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}$$

即
$$I_1=\frac{R_1+R_2+R_3}{R_3}I_{MDQ}=\frac{667+1800+4000}{4000}\times45=72.8\text{微安}$$

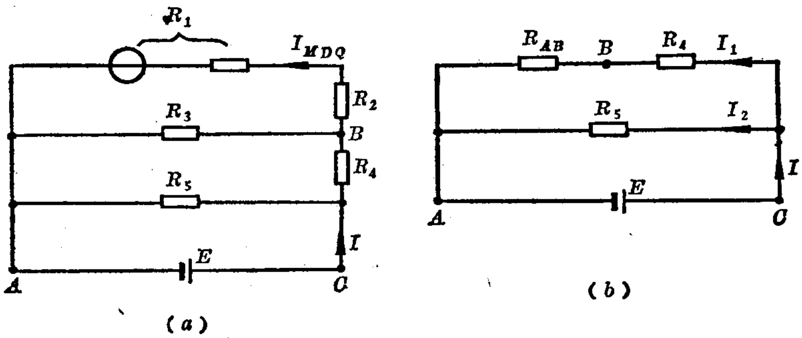


图 1-5 例题1-4附图

（a）电路图；（b）简化图

由图1-5（b）和式（1-3）可得

$$I_1=I\frac{R_5}{R_{AB}+R_4+R_5}$$

即
$$I=\frac{R_{AB}+R_4+R_5}{R_5}I_1=\frac{1526+15400+1290}{1290}\times72.8=1.03\text{毫安}$$

由此可以求出电源电压，即

$$E=IR_{AC}=1.03\times10^{-3}\times1199\approx1.23\text{伏}$$

2.基尔霍夫定律

基尔霍夫定律也是电路的基本定律之一，经常用来计算比较复杂的电路。

定律一：在电路中的任一结点上，流出结点的电流之和等于流入结点的电流之和。

定律二：在任何一个闭合回路内，电动势的代数和等于沿此闭合回路内电压降的代数和。

例题 1-5　在图1-6所示的电桥电路中，桥臂电阻$R_1=R_2=R_3=10$欧，$R_4=30$欧，检流计的内阻$R_5=100$欧，电源电压$E=10$伏，设电源内阻可以忽略，试求各支路的电流。

【解】 首先将各支路电流标在各条支路上。根据基尔霍夫第一定律可知，$I_3=I_1-I_5$，$I_4=I_2+I_5$，所以只要根据基尔霍夫第二定律列出三个方程，解出I_1、I_2和I_5，则其它支路电流就可根据第一定律求出来。

在$ABCEA$回路：$I_1R_1+(I_1-I_5)R_3=E$

即　$2I_1-I_5=1$　　（例1-5-1）

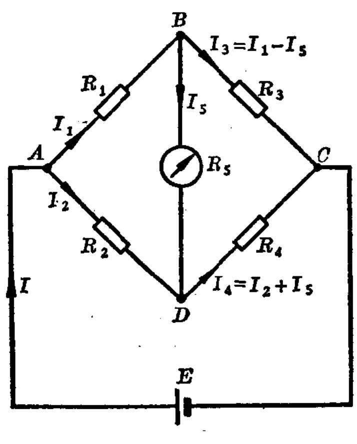


图 1-6 例题1-5电路图

在$ADCEA$回路：$I_2R_2+(I_2+I_5)R_4=E$

即 $4I_2+3I_5=1$　　（例1-5-2）

在 $ABDA$ 回路：$I_1R_1+I_5R_5-I_2R_2=0$

即 $I_1-I_2+10I_5=0$　　（例1-5-3）

解以上方程组可得

$$I_1=\frac{\begin{vmatrix}1&0&-1\\1&4&3\\0&-1&10\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}2&0&-1\\0&4&3\\1&-1&10\end{vmatrix}}=\frac{40+1+3}{80+6+4}=\frac{44}{90}=0.489\text{安}$$

$$I_2=\frac{\begin{vmatrix}2&1&-1\\0&1&3\\1&0&10\end{vmatrix}}{90}=\frac{20+3+1}{90}=0.267\text{安}$$

$$I_5=\frac{\begin{vmatrix}2&0&1\\0&4&1\\1&-1&0\end{vmatrix}}{90}=\frac{2-4}{90}=-0.0222\text{安}$$

计算结果中I_5是负值，说明该电流方向与图示方向相反。

$$I=I_1+I_2=0.489+0.267=0.756\text{安}$$

$$I_3=I_1-I_5=0.489+0.022=0.511\text{安}$$

$$I_4=I_2+I_5=0.267-0.022=0.245\text{安}$$

图1-5所示的电路图中各支路的电流，用基尔霍夫定律也可以很方便地求出来，读者可试求之。

二、环路电流法

这是基尔霍夫第二定律的推广。也是计算电路的基本方法之一。这个方法的特点是把电流标注在每个环路上，而不是标注在每个支路上，未知电流的数目就等于闭合环路的数目，使计算有所简化。求出环路电流后，还需用计算环流电流代数和的方法求出每条支路的电流。

例题 1-6　用环路电流法求例题1-5的答案。

【解】 首先将环路电流 I，I_1 和 I_3 标注在环路中（见图1-7）。由图可见，在电流为 I_1 的 $ABDA$环路中，电动势为零，电压降分别有 $I_1(R_1+R_5+R_2)$，$-I_3R_5$和$-IR_2$。根据基尔霍夫第二定律，可以列出下述方程：

$$I_1(R_1+R_5+R_2)-I_3R_5-IR_2=0$$

将电阻数值代入并适当整理可得

$12I_1-10I_3-I=0$　　（例1-6-1）

同理，由$ADCEA$环路可得

$$I(R_2+R_4)-I_1R_2-I_3R_4=E$$

将电阻数值代入并经整理可得

$-I_1-3I_3+4I=1$　　（例1-6-2）

由$BCDB$环路可得

$$I_3(R_3+R_4+R_5)-I_1R_5-IR_4=0$$

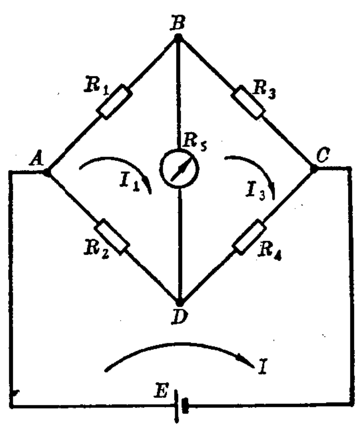


图 1-7　例题1-6电路图

即 $$-10I_1+14I_3-3I=0 \qquad (例1\text{-}6\text{-}3)$$

解由式(例1-6-1)、(例1-6-2)和(例1-6-3)构成的方程组，可得

$I_1=0.489$安，$I_3=0.511$安，$I=0.756$安。

这三个电流分别流经电阻R_1、R_3和电源内部。流过电阻R_2的电流为$I_2=I-I_1=0.756-0.489=0.267$安。流过检流计（电阻$R_5$）的电流为$I_3-I_1=0.511-0.489=0.022$安，方向与$I_3$相同。

三、叠加电流法

流经电路中任一个支路的电流，都可以认为是由于电路中各个电动势分别作用所产生的电流的代数和。因此，在计算电路中任何一个支路的电流时，可以依次假定只有一个电动势在起作用，另外的电动势为零并被短路。在电路中有n个电动势就计算n次。流经该支路的总电流就等于分别计算出的电流的代数和。

当计算三相交流仪表时，也可以采用这个方法，因为三相交流电源可以看作是三个不同的单相电源。

例题 1-7 设有一直流电路如图1-8（a）所示。图中电动势$E_1=E_2=10$伏，$R_1=R_3=100$欧，$R_2=50$欧，求电流I_3。

【解】 图1-8（a）可以认为是图1-8（b）和图1-8（c）合成的。由图1-8（b）和式（1-3）可知：

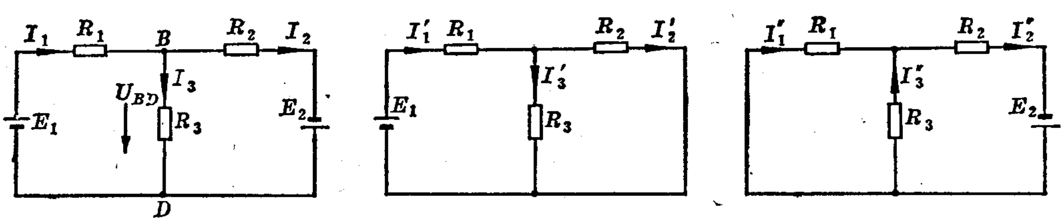
$$I_3'=I_1'\frac{R_2}{R_2+R_3}=\frac{E_1}{R_1+\dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}}\times\frac{R_2}{R_2+R_3}$$

$$=\frac{E_1}{R_1+R_3+\dfrac{R_1R_3}{R_2}}=\frac{10}{100+100+\dfrac{100\times100}{50}}=0.025安$$

同理 $$I_3''=I_2''\frac{R_1}{R_1+R_3}=\frac{E_2}{R_2+R_3+\dfrac{R_2R_3}{R_1}}=\frac{10}{50+100+\dfrac{50\times100}{100}}=0.05安$$

所以$I_3=I_3''-I_3'=0.05-0.025=0.025$安，方向与$I_3''$相同。即图1-8（$a$）中$I_3$的方向标反了，应根据计算结果予以改正。

用同样的方法，可以求得$I_1=0.125$安，$I_2=0.15$安。



(a) (b) (c)

图 1-8 例题1-7附图

（a）电路图；（b）、（c）只有一个电势起作用的等效分图

四、结点电压法

这是一种求电路中任意两点之间的电位差的方法。它的内容是：在任何电路中，设结点0和0′之间的各支路的电导有G_1，G_2，…，G_n，相应支路的电动势分别为E_1，E_2，

…，$\dot{E}_n$（如图1-9所示），则结点 0 和0′之间的电位差$U_{00'}$可用下式表示：

$$U_{00'}=\frac{E_1G_1+E_2G_2+\cdots+E_nG_n}{G_1+G_2+\cdots+G_n} \tag{1-4}$$

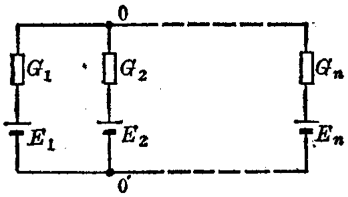


图 1-9 结点电压法解释示意图

任何一个支路的电流I_i可用下式表示：

$$I_i=\frac{E_i-U_{00'}}{R_i}=(E_i-U_{00'})G_i \tag{1-5}$$

在这里，我们是选取点 0 作为参考结点，凡流向结点的电流为正，否则为负。

用结点电压法解"点少路多"的电路比较方便。以后将会讲到，用这种方法解三相交流电路也很方便。

例题 1-8 用结点电压法求例题1-7的各电流值，见图1-8（a）。

【解】 该电路有三个支路，仅有B和D两个结点，设以点B为参考结点，则结点间的电位差为U_{BD}，由式（1-4）可知：

$$U_{BD}=\frac{E_1\frac{1}{R_1}+0-E_2\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_2}}=\frac{\frac{10}{100}-\frac{10}{50}}{\frac{1+1+2}{100}}=-2.5\text{伏}$$

$$I_1=\frac{E_1-U_{BD}}{R_1}=\frac{10-(-2.5)}{100}=0.125\text{安（由}D\text{流向}B\text{）}$$

$$I_2=\frac{E_2-U_{BD}}{R_2}=\frac{-10-(-2.5)}{50}=-0.15\text{安（由}B\text{流向}D\text{）}$$

$$I_3=\frac{E_3-U_{BD}}{R_3}=\frac{0-(-2.5)}{100}=0.025\text{安（由}D\text{流向}B\text{）}$$

又如，对于例题1-3来说（参看图1-4），用结点电压法求解也比较方便，因为可以把这个电路看作只有A和B两个结点，有三个支路。

五、等效电源定理

这个定理也称戴维南定理，它的含义是：网络中的任何一个支路里的电流，都可以认为由一个具有内阻为R_0、电动势为E_0的等效电源供给的。即可用图1-10（b）来代表图1-10（a）。设该支路的电阻为R，则其支路电流I可按下式求出：

$$I=\frac{E_0}{R_0+R} \tag{1-6}$$

式中的E_0和R_0可以用实验法测出来，也可以用计算法求出来。

当用计算法求电动势E_0时，应该采用图1-10（a），并把在电阻R支路开路的情况

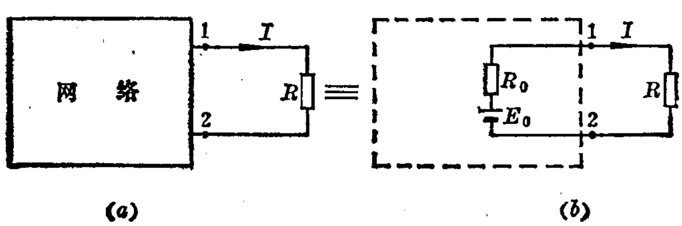


图 1-10 等效电源定理解释示意图

（a）电路图；（b）等效图

下，求出的点 1 和 2 之间的电位差作为E_0；当计算R_0时，除了把电阻R支路断开外，还应在网络中的所有电动势均被短路的假设条件下求出端点 1 和 2 之间的电阻作为R_0。

这个定理在计算某一特定支路的电流时比较方便。应用十分广泛。

例题 1-9 利用等效电源定理求例题1-7中的电流I_3，参看图1-8（ a ）。

【解】 图1-8（ a ）可以改画成如图1-11（ a ）的形式。根据等效电源定理，图 1-11（ a ）的等效电路又可画成1-11（ b ）的样子。由图1-11（ a ）可知，当电阻R_3开路时，该网络中的环流为I_0，即

$$I_0=\frac{E_1+E_2}{R_1+R_2}=\frac{10+10}{100+50}=0.133\text{安}$$

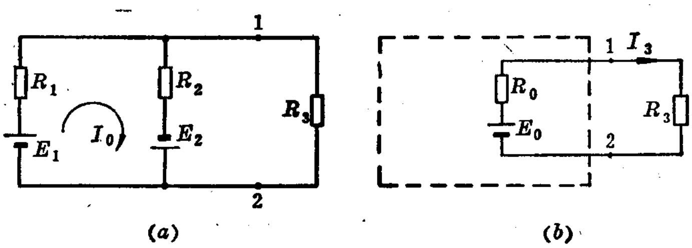


图 1-11 例题1-9附图

（a）电路图；（b）等效电路图

由此可以求出端点 1 和 2 之间的电位差E_0和电阻R_0分别为

$$E_0=E_1-I_0R_1=10-13.33=-3.33\text{伏}$$

$$R_0=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{100\times50}{100+50}=33.3\text{欧}$$

由式（1-6）可得

$$I_3=\frac{E_0}{R_0+R_3}=\frac{-3.33}{33.3+100}=-0.025\text{安}$$

例题 1-10 欧姆表某档的电路图如图1-5（ a ）所示。已知$E=1.23$伏，$R_1=667$欧，$R_2=1800$欧，$R_3=4000$欧，$R_4=15400$欧，$R_5=1290$欧，求表头满刻度电流I_{MDQ}是多少？

【解】 在表头开路的条件下，电阻R_3两端的电位差就是输出的空载电压E_0，设通过R_3的电流为I_3，则

$$E_0=I_3R_3=\frac{ER_3}{R_3+R_4}=\frac{1.23\times4000}{4000+15400}=0.254\text{伏}$$

$$R_0=\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}=\frac{4000\times15400}{4000+15400}=3175\text{欧}$$

$$R=R_1+R_2=667+1800=2467\text{欧}$$

由式（1-6）可得表头满刻度（即指针指 0 欧时）电流为

$$I_{MDQ}=\frac{E_0}{R_0+R}=\frac{0.254}{3175+2467}=45\text{微安}$$

例题 1-11 某万用电表的直流电压档的内阻为每伏20千欧。当用10伏档测量某线性电路的电压时，读数为 5 伏；当用50伏档测量该电压时，读数为15伏。假定仪表的读数都是可靠的，问被测电压的实际值是多少？内阻多大？

【解】 设被测线性电路的空载电压为E_0，内阻为R_0。依题意可知，该万用电表10伏电压档的内阻是$10\times20=200$千欧；而50伏档的内阻为$50\times20=1$兆欧。两次测量结果相差很大，这是由于万

用电表电压档的内阻不同且较低的缘故。因为该万用电表电压档的满刻度工作电流是50微安，所以当用10伏档测量时，读数为5伏，通过电压表的电流是25微安；而当用50伏档测量时，其读数为15伏，通过电压表的电流为15微安。根据等效电源定理，可以列出下列方程：

$$25\times10^{-6}=\frac{E_0}{R_0+200\times10^3}\qquad(例1\text{-}11\text{-}1)$$

$$15\times10^{-6}=\frac{E_0}{R_0+1000\times10^3}\qquad(例1\text{-}11\text{-}2)$$

解此方程组可知$E_0=30$伏，$R_0=1$兆欧。

例题 1-12 当将内阻为7.8欧的毫安表，串联在负载电阻为56.4欧的输出端测量电流时，毫安表的读数为12.6毫安。该电路的内部接线情况不清楚，只知道两输出端子之间的等效电阻（负载开路，电源拆除并短路后测量）是8.8欧，问当不接入该毫安表时的实际电流I_0是多少？

【解】 依题意，首先根据式（1-6）列出下述方程以求空载电势E_0。

$$12.6\times10^{-3}=\frac{E_0}{8.8+7.8+56.4}$$

由上式可解得$E_0=0.92$伏。再根据式（1-6）可以求出不接电流表时的实际电流I_0，即

$$I_0=\frac{E_0}{R_0+R}=\frac{0.92}{8.8+56.4}=0.0141安=14.1毫安$$

六、补偿定理

补偿定理的内容是：如果电路中任何一个支路的电阻在数值上改变ΔR时，整个电路的电流都要发生变化，而电路中电流的变化量就象有一个在方向上和该支路原来电流方向相反、数值上等于$I\Delta R$（ΔR可以是正或负）的电动势，在这个变化了的支路中产生的电流一样。

这个定理在分析由于电阻值改变而引起的误差，或在估算电阻仪器的线路灵敏度等方面都很有用。

例题 1-13 在图1-12（a）中，$R_1=100$欧，$R_2=50$欧，$R_3=80$欧，毫安表的内阻为20欧。若已知该毫安表的读数是25毫安，问若不接毫安表时该电路的实际电流是多少？其它两个支路的电流将怎样变化？

【解】 在毫安表接入的情况下，该支路的电流是25毫安。所以，如果不接入该毫安表，即当该支路的电阻有－20欧的变化时，该支路的电流就会变大。其虚拟电势为

$$E=I_3\Delta R_3=25\times(-20)=-500毫伏$$

所以该支路电流的增加量是

$$\Delta I_3=\frac{I_3\Delta R_3}{R_3+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}}=\frac{-0.5}{80+\dfrac{100\times50}{100+50}}=-4.41\times10^{-3}安$$

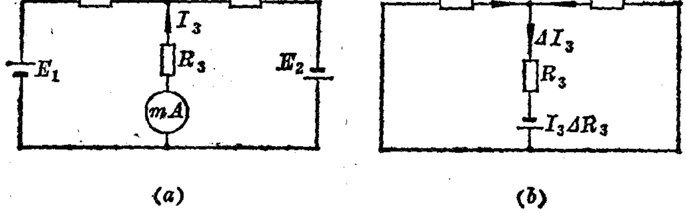


图 1-12 例题1-13附图

(a)电路图；(b)考虑虚拟电势后的电路图

即当除去毫安表以后，该支路的实际电流是25＋4.41＝29.4毫安。其它两个支路的变化分别为

$$\Delta I_1=\Delta I_3\frac{R_2}{R_1+R_2}=-4.41\times\frac{50}{100+50}=-1.47\text{毫安}$$

$$\Delta I_2=\Delta I_3-\Delta I_1=-4.41-(-1.47)=-2.94\text{毫安}$$

计算结果中的负号表明电流方向和图1-12(b)中所示的方向相反。

七、电阻的星形-三角形接法变换

如图1-13(a)所示，在a、b和c三点分别接以电阻R_a、R_b和R_c，并把这三个电阻的另一端连接成一个公共点0，这种接法叫星形接法，俗称Y接法。如果把图1-13(b)中的三个电阻R_{ab}、R_{bc}和R_{ca}接成闭合三角形，就叫三角形接法，俗称△形接法。为了计算方便，往往需要把一种接法化成另外一种接法，为保证a、b、c各点间的总电阻值不变，需用下述公式换算。

当将Y形变换成△形时，三角形相应边的电阻是

$$\left.\begin{aligned}R_{ab}&=R_a+R_b+\frac{R_aR_b}{R_c}\\R_{bc}&=R_b+R_c+\frac{R_cR_b}{R_a}\\R_{ca}&=R_c+R_a+\frac{R_cR_a}{R_b}\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{-}7)$$

当$R_a=R_b=R_c=R_y$时，$R_{ab}=R_{bc}=R_{ca}=3R_y$。

当将△形变换成Y形时，Y形接线相应臂的电阻是

$$\left.\begin{aligned}R_a&=\frac{R_{ab}R_{ca}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}}\\R_b&=\frac{R_{ab}R_{bc}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}}\\R_c&=\frac{R_{bc}R_{ca}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}}\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{-}8)$$

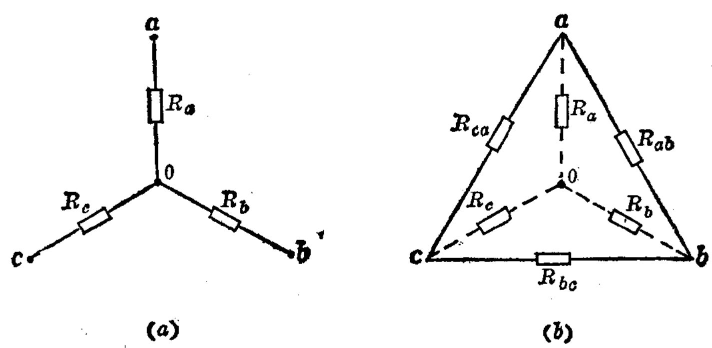


图 1-13 电阻的星形-三角形接法变换

(a)星形接法；(b)三角形接法

例题 1-14 如图1-14(a)中，电阻$R_1=R_2=R_3=10$欧，$R_4=30$欧，$R_5=100$欧，$E=10$伏，试求A和C之间的电阻以及总电流I。

【**解**】 为计算方便，可将图1-14(a)中点A、B和D之间的△形接法按式(1-8)换算成如图1-

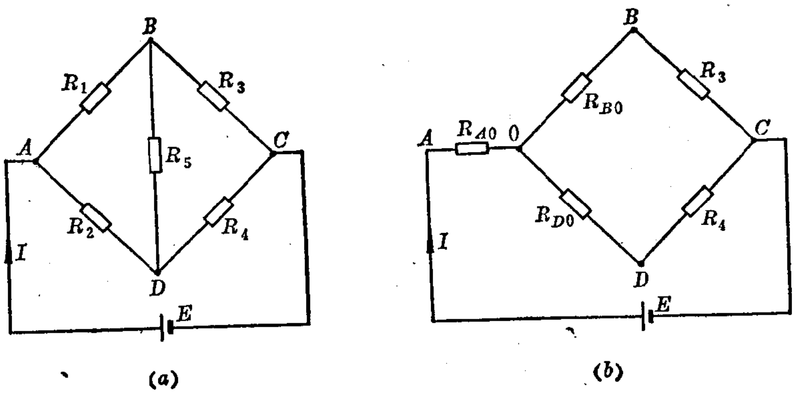


图 1-14　例题1-14附图

(a)电路图；(b)变换后电路图

14(b)所示的Y形接法，即

$$R_{A0}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_5+R_2}=\frac{10\times10}{10+100+10}=0.833\text{欧}$$

$$R_{B0}=\frac{R_1R_5}{R_1+R_5+R_2}=\frac{10\times100}{10+100+10}=8.33\text{欧}$$

$$R_{D0}=\frac{R_5R_2}{R_1+R_5+R_2}=\frac{100\times10}{10+100+10}=8.33\text{欧}$$

所以点A、C之间的总电阻R_{AC}为

$$R_{AC}=R_{A0}+\frac{(R_{B0}+R_3)(R_{D0}+R_4)}{R_{B0}+R_3+R_{D0}+R_4}=0.833+\frac{(8.33+10)(8.33+30)}{8.33+10+8.33+30}=13.2\text{欧}$$

从而可求得

$$I=\frac{E}{R_{AC}}=\frac{10}{13.2}=0.756\text{安}$$

对于平衡的单电桥来说，因为检流计两端的电位相等，所以这时可以认为图1-14(a)中的B和D两点直接相连。因此，当计算这种电路的总电阻时，就不需进行△-Y变换，只要令$R_5=0$再按并联电路计算就可以了。

第二节　交流仪表电路的计算

一、利用欧姆定律计算交流仪表电路

在交流电路里，当外加电压的大小一定时，电路中电流的大小，除了决定于回路电阻之外，还决定于回路电感L和电容C。电感越大，频率越高，对电路电流的限制作用越大。常用感抗X_L来表征电感的这种作用，即

$$X_L=\omega L=2\pi fL \tag{1-9}$$

电感上的压降为U_L，即

$$U_L=IX_L=I\omega L \tag{1-10}$$

式中　ω——角频率；

　　f——频率；

I ——流经电感的电流。

电容的作用则与电感相反，电容越大，频率越高，对电流的限制作用越小。常以容抗X_C来表征电容的这种作用，即

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC} \tag{1-11}$$

电容器两端的电压降为U_C，即

$$U_C=IX_C=\frac{I}{\omega C}=\frac{I}{2\pi fC} \tag{1-12}$$

此外，因为通过电感线圈的电流，在相位上滞后于电感上电压的相位为90°；通过电容器的电流，在相位上则超前于电容器上电压的相位为90°。所以在串联电路中，感抗和容抗的作用是互相抵销的，其合成电抗为X，即

$$X=X_L-X_C=\omega L-\frac{1}{\omega C} \tag{1-13}$$

又因为电阻R和电抗X在相位上也差90°，所以交流串联电路的总阻抗Z（一般以z表示阻抗绝对值，而以Z表示复数阻抗）为

$$z=\sqrt{R^2+X^2}=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{1-14}$$

式（1-14）表明了在交流电路中的阻抗z、电阻R和电抗X之间的关系。这个关系也经常用图1-15所示的阻抗三角形来表示。电阻R和阻抗z之间的夹角φ实际上就是在该交流电路中的电流和外加电压之间的夹角，一般叫功率因数角。当电流滞后于电压时φ为正值，电流超前时φ为负值。

$$\varphi=\operatorname{arctg}\frac{X}{R} \tag{1-15}$$

$$\cos\varphi=\frac{R}{z} \tag{1-16}$$

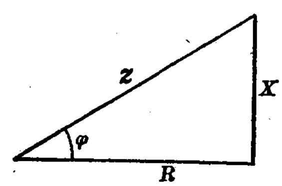


图 1-15　阻抗三角形

式中　$\cos\varphi$——电路的有功功率因数。

和欧姆定律表达式（1-1）相对应，在交流电路中有

$$I=\frac{U}{z}\quad 或U=Iz\quad 或z=\frac{U}{I} \tag{1-17}$$

当计算并联电路的总电流时，可以把每个支路当作一个独立的串联电路来计算，分别计算出电流的大小和该电流与电压（或其它参考向量）之间的夹角。各分支电流的几何和就是该并联电路的总电流。

当计算并联电路的总阻抗Z时，为了计算方便，一般都是不直接求总阻抗，而是求它的倒数Y。在电工学上把Y叫导纳（一般以Y表示复数导纳）。导纳的绝对值是

$$y=\sqrt{G^2+(B_L-B_C)^2}=\sqrt{G^2+B^2} \tag{1-18}$$

式中　G——总电导；

B——总电纳；

B_L——感性电纳；

B_C——容性电纳。

设每个支路的电导分别为G_1，G_2，…，G_n，则

$$G=G_1+G_2+\cdots+G_n=\frac{R_1}{z_1^2}+\frac{R_2}{z_2^2}+\cdots+\frac{R_n}{z_n^2} \tag{1-19}$$

其中 R_1、z_2，R_2、z_2——分别为各个支路的电阻和阻抗。

又设各支路电纳分别为B_1，B_2，…，B_n，则

$$B=B_1+B_2+\cdots+B_n=\frac{X_1}{z_1^2}+\frac{X_2}{z_2^2}+\cdots+\frac{X_n}{z_n^2} \tag{1-20}$$

其中 X_1，X_2，…，X_n分别是每个支路的电抗。

电导、电纳和导纳的单位都是姆欧。它们之间的关系也可以用所谓"导纳三角形"来表示（见图1-16）。由图可见

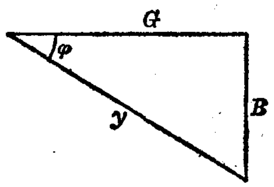


图 1-16 导纳三角形

$$\varphi=\operatorname{arctg}\frac{B}{G} \tag{1-21}$$

$$\cos\varphi=\frac{G}{y} \tag{1-22}$$

当计算混联电路时，还需要把并联电路的导纳换算为电阻R和电抗X：

$$R=\frac{G}{y^2}=Gz^2=z\cos\varphi \tag{1-23}$$

$$X=\frac{B}{y^2}=Bz^2=z\sin\varphi \tag{1-24}$$

例题 1-15 在某功率表的电压电路中，75伏档的电阻是2500欧，电路电感等于13.4毫亨，试分别求频率为50赫和1000赫时的满量限电流和该电流与外加电压的相位角。

【解】 由式（1-17）、式（1-14）和式（1-15）可知，当频率为50赫时的电流和它与电压 夹角分别是

$$I=\frac{U}{z}=\frac{75}{\sqrt{2500^2+(2\pi\times50\times0.0134)^2}}=30\text{毫安}$$

$$\varphi=\operatorname{arc\,tg}\frac{X}{R}=\operatorname{arc\,tg}\frac{2\pi\times50\times0.0134}{2500}=0.1^\circ$$

当频率为1000赫时，有

$$I=\frac{U}{z}=\frac{75}{\sqrt{2500^2+(2\pi\times1000\times0.0134)^2}}=29.98\text{毫安}$$

$$\varphi=\operatorname{arc\,tg}\frac{X}{R}=\operatorname{arc\,tg}\frac{2\pi\times1000\times0.0134}{2500}=1.9^\circ$$

例题 1-16 某功率因数表的电压电路如图1-17（a）所示。已知电压为110伏，使用频率为50赫，$R_1=3300$欧，$R_2=100$欧，$C=0.47$微法。设线圈的感抗可以忽略，求电流I_U、I_1、I_2值和它们与电压U的夹角，并画出向量图。

【解】 由图可知：

$$X_C=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{10^6}{2\pi\times50\times0.47}=6770\text{欧}$$

$$I_1=\frac{U}{R}=\frac{110}{3300}=33.3\text{毫安}$$