

钟春生 编著
韩静涛

金属塑性 变形力计算基础

内容提要

本书包括绪论、塑性变形力学基础、变形力计算的初等解析法、滑移线理论及其应用、上限法在求解塑性变形力时的应用、刚塑性有限单元法及其在金属塑性加工中的应用，并在每章中加入了一定量的例题与习题。

冶金工业出版社

金属塑性变形力计算 基础

钟春生 韩静涛 编著

冶金工业出版社

(京)新登字 036 号

图书在版编目(CIP)数据

金属塑性变形力计算基础 / 钟春生, 韩静涛编著, — 北京: 冶金工业出版社, 1994. 10

ISBN 7-5024-1435-5

I. 金… I. ①钟… ②韩… III. 金属-塑性变形-变形力计算法 IV. TG111.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(94)第 03813 号

出版人 卿启云(北京沙滩嵩祝院北巷 39 号, 邮编 100009)

标准出版社印刷厂印刷; 冶金工业出版社发行; 各地新华书店经销

1994 年 8 月第 1 版, 1994 年 8 月第 1 次印刷

850mm × 1168mm 1/32: 9.625 印张: 251 千字; 298 页; 1-2000 册

15.00 元

内 容 提 要

本书系统地介绍了金属塑性变形力计算的方法和理论基础。全书共分六章,包括绪论、塑性变形力学基础、变形力计算的初等解析法、滑移线理论及其应用、上限法在求解塑性变形力时的应用、刚塑性有限单元法及其在金属塑性加工中的应用。为便于读者自学,在书中的附录部分介绍了求和约定、变分方法的理论基础和有关的计算图表,并在每章中加入了一定量的例题与习题。

本书可供从事金属塑性加工专业的工程技术人员在建立变形力计算公式和计算变形力时参考,也可作为大专院校金属塑性加工及相近专业师生的教学参考书。

序

变形力参数是塑性加工工程中的一个重要参数,精确确定其值一直是大家关心的一个重要课题。尽管变形力的计算方法和公式很多,但仍不能满足工程及教学要求,究其原因为:

(1) 缺乏系统的介绍,如有的专著偏重滑移线法^①,有的偏重于上界法^②等,而工程上广为应用的又是截面法。

(2) 由于国内教育专业归属的关系,一些书籍偏重轧制,一些则偏重锻造等,这给工程应用带来不便。

基于上述原因,编写一本介绍各种算法同时又兼有锻、轧、挤、拔等各种加工方式实例的通用书,就显得十分必要了。作者所编这本书恰恰能满足这一方面的要求,适应这方面的需要,故该书具有通用性、可读性和可操作性,它的出版必将对变形力工程计算起到良好的促进作用,而且有利于除截面法外其它工程算法的普及和推广。

本书简明扼要,行文简练。阅读本书几乎不需要其它前提条件,塑性加工专业的工程师、研究者和学生们即可从中获得启示和教益。我想,本书的出版将会受到读者的欢迎。

北京科技大学教授

贺毓辛

1992年10月

① W. Johnson, Engineering Plasticity, 1973.

② B. Avitzur, Metal Forming, 1980.

前 言

国内外介绍金属塑性变形力学方面的书籍较多,但面向非力学专业的著作还屈指可数。在这里奉献给读者的《金属塑性变形力计算基础》一书,主要面向非力学专业的读者。它的主要内容是阐述金属塑性变形力计算的基本原理和基本方法,并把这些基本原理和方法用于各种压力加工过程之变形力计算式的推导,这些变形力计算式,将为合理地设计和选择验算加工设备,制定最佳工艺提供依据。

《金属塑性变形力计算基础》与《金属塑性加工力学》等书的不同点是它更侧重实际应用,着眼于阐述变形力计算式的主要推导方法及应用实例。

本书为了便于初学者尽快掌握变形力计算式的推导方法,力求用最简捷的方式由浅入深地说明变形力计算的基本概念、基本理论与基本方法。在作为教材使用时,讲课学时数应在70学时左右,其中第6章“刚塑性有限单元法及其在金属塑性加工中的应用”可作为选修内容,若选用第6章,应以90学时左右为宜。在使用本书之前,应具备材料力学、弹性力学、高等数学及金属学等方面的基础知识。

本书第1章、第2章的2.1~2.2、第3章、第5章及附录Ⅱ由钟春生同志编写;第2章的2.3~2.4、第4章、第6章、附录Ⅰ及附录Ⅲ由韩静涛同志编写。

在本书的编写过程中得到了贺毓辛教授及其他同志的大力支持和热情帮助,我们在此一并表示衷心的感谢。

由于我们的经验不足,水平有限,书中难免有不当之处,诚望读者批评指正。

编 者

1992年10月

书中符号说明

- P —外力或变形力, kN
 p —单位压力, MPa
 \bar{p} —平均单位压力, MPa
 σ —正应力, MPa
 n_σ —应力状态影响系数
 τ —剪应力, MPa
 σ_{ij} —应力张量, MPa
 $\dot{\sigma}_{ij}$ —偏差应力张量, MPa
 ϵ_{ij} —应变张量
 $\dot{\epsilon}_{ij}$ —偏差应变张量
 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ —主应力, MPa
 $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ —主应变
 $\left. \begin{array}{l} \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z \\ \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx} \end{array} \right\}$ —应力张量分量, MPa
 $\left. \begin{array}{l} \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z \\ \epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{zx} \end{array} \right\}$ —应变张量分量
 $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ —工程剪应变
 σ_m —平均(正)应力, MPa
 ϵ_m —应变球张量
 δ_{ij} —克氏符号(Kronecker delta)
 τ_{\max} —最大剪应力, MPa
 ϵ_{\max} —最大剪应变
 σ_8 —八面体正应力, MPa
 τ_8 —八面体剪应力, MPa
 $\bar{\sigma}$ —等效应力(应力强度), MPa

$\bar{\epsilon}$ — 等效应变(应变强度),MPa
 k — 剪切屈服极限,MPa
 K — 平面变形抗力($K = 1.155\sigma_s$),MPa
 S — 全应力或合应力,MPa
 σ_s — 屈服极限(初始屈服应力),MPa
 σ_b — 强度极限,MPa
 u, v, w — 位移分量
 $\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}$ — 速度分量
 $\dot{\epsilon}_x, \dot{\epsilon}_y, \dot{\epsilon}_z$ — 应变速率分量, s^{-1}
 ϵ — 相对应变(工程应变), %
 e — 对数应变(真应变)
 δ — 延伸率, %
 ϕ — 断面收缩率, %
 W — 变形功, J
 μ_σ — 罗德应力参数
 E — 弹性模量, MPa
 μ — 摩擦系数
 ν — 波松比
 T_i — 表面力, N
 l_i — 方向余弦
 T_i^* — 假想表面力, N
 σ_{ij}^* — 假想应力张量, MPa
 ϵ_{ij}^* — 假想应变张量
 V — 变形体体积
 F_D — 速度不连续面
 F_u — 位移边界面
 F_T — 力边界面
 Δh — 压下量绝对值, mm
 θ — 体积应变速率, s^{-1}

目 录

1 绪 论	1
1.1 研究金属塑性变形力计算方法的的目的与意义	1
1.2 求解金属塑性变形力的若干理论及方法	1
1.3 金属塑性变形力计算的有关概念	5
1.4 金属塑性变形的热力学条件及其表达方法	8
1.5 真实应力—应变曲线的简化	14
2 塑性变形力学基础	16
2.1 应力分析	16
2.2 应变分析	32
2.3 屈服条件	40
2.4 应力与应变的关系	47
习 题	54
3 变形力计算的初等解析法	56
3.1 初等解析法的简化条件与解题步骤	56
3.2 矩形件墩粗时的变形力	59
3.3 用于冷轧变形力计算的斯通公式	61
3.4 卡尔曼方程及由其推导的变形力公式	64
3.5 奥罗万方程及由其推导的西姆斯公式	73
3.6 外端的影响	78
3.7 圆柱体冷态墩粗时的变形力	79
3.8 挤压时的变形力	82
3.9 拉拔时的变形力	89
3.10 薄壁筒旋压轴向变形力的推导	98
习 题	100

4 滑移线理论及其应用	101
4.1 平面应变问题的基本方程	101
4.2 滑移线	104
4.3 边界条件与基本边值问题	110
4.4 速度场问题	117
4.5 简单滑移线场问题	122
4.6 滑移线场理论在金属塑性成形工艺分析中的应用	134
习题	151
5 上限法在求解塑性变形力时的应用	153
5.1 基本概念及基本原理	153
5.2 下限定理	159
5.3 上限定理	160
5.4 求解上限变形力的方法—上限法	162
5.5 上限法的典型举例	165
5.6 上限元法及其应用	170
习题	190
6 刚塑性有限单元法及其在金属塑性加工中的应用	192
6.1 概述	192
6.2 刚塑性广义变分原理	194
6.3 有限单元法的一般解题步骤	200
6.4 刚塑性有限单元法	230
6.5 刚塑性有限单元法在塑性加工中的应用	249
习题	262
附录	264
附录 I 求和约定	264
附录 II 变形抗力曲线与经验式	268
附录 III 变分方法的理论基础	288
参考文献	297

限于篇幅,在本书的绪论中不想再从介绍金属压力加工的诸多方法以及金属的塑性与塑性变形特征入手,而是集中精力介绍与金属塑性变形力计算方法有关的知识与概念。

1.1 研究金属塑性变形力计算方法的目的是与意义

研究金属塑性变形力计算方法的目的主要有以下三点:

(1) 研究塑性变形过程中应力与应变的基础理论和变形力学方程,为变形力计算提供理论基础;

(2) 研究变形力计算的各种理论及推导方法,为具体计算变形力,验算工具的强度和制订合理的工艺制度提供依据;

(3) 研究与评价变形力计算式的可靠性。

从事金属压力加工的工程技术人员在进行工艺规程设计、设备设计或者选择验算加工工具强度时,都要首先进行塑性变形力的计算,它是设计、验算加工工具强度的重要依据。变形力计算式的优劣,将直接影响加工工艺设计与设备设计的质量,这是变形力计算的意义所在。

1.2 求解金属塑性变形力的若干理论及方法

到目前为止,据文献记载,求解金属塑性变形力的常见理论及方法有十几种之多。概括起来大约可以分为以下三大类:

- | | | |
|------|------|--|
| 第一类: | 解析法 | 理论解析法
初等解析法(工程法或切块法或截面法)
半实验解析法(视塑性法、塑性材料力学法等) |
| 第二类: | 滑移线法 | |

第三类： 近似能量法

- 变形功平衡法
- 上界法(上限法)
- 上限元法
- 变分法(刚塑性材料的变分原理、
弹塑性材料的变分原理等)
- 有限元法

本书着重介绍初等解析法、滑移线法、上限法、上限元法与适用于理想刚塑性材料的有限单元法等。

在研究金属塑性变形力计算理论及方法时,我们不能忘记对此做出过重大贡献的国内外学者们。如:特雷斯卡(Tresca, H.)、密赛斯(Mises, R. V.)对屈服准则的贡献;希尔(Hill, K.)应用变分原理进行金属成型过程分析,提出更为严格的数学计算方法的贡献;纳达依(Nadai, A.)在理论解析方法方面的贡献;列维(Levy, M.)、汉基(Hencky, H.)、盖林格(Geiringer, H.)和约翰逊(Johnson, W.)等人对滑移线场理论的贡献;普拉格(Prager, W.)和霍奇(Hodge, P. G.)对上限法的理论贡献;约翰逊(Johnson, W.)和阿维茨(Avitzur, B.)等人对上界法在平面应变问题上的应用(刚性三角形法的提出);汤姆森(Thomsen, E. G.)及其同事,进行理论与实验两方面的研究,直观塑性法的应用;卡尔曼(Karman, Th. V.)对切块法做出的贡献。在变形力学著述方面做出贡献的有前苏联学者古布金(Тубкин С. И.)、采利柯夫(Целиков, А. И.)、塔尔诺夫斯基(Тарновский, И. Я.)和中国学者王仲仁、徐秉业、汪大年、赵志业等。他们都是值得我们学习和尊敬的。

下面将常见的若干理论与方法的特征作一概述。

1.2.1 理论解析法

该方法将应力平衡方程、变形协调方程、物理方程进行联解,以求出金属塑性变形时的应力分布及变形力。在联解过程中必然用到积分方法,其积分常数可以根据自由表面和接触表面上的边界条件来确定。应该指出,并不是所有情况下都能利用此种方法,

对于空间问题,则可能由于偏微分方程数目及未知数数目太多(13个)、边界条件不好处理,甚至无法求解,故此种方法只是在理论上成立,如不简化很难实际应用。

1.2.2 初等解析法

在实际应用解析法的时候,常常是将问题简化。例如,把变形问题视为轴对称问题或平面问题,或者使边界条件简化,使用简化了的微分平衡方程,或者用切块法建立的微分方程同屈服条件联解,从而求出接触面上的应力分布方程,进而通过积分求出变形力。因为它是经过简化的近似的解析法,故称为初等解析法。由于微分方程的建立方法不同又称切块法、截面法主应力法或工程法。

1.2.3 滑移线法

由于最大切应力成对正交,则可把塑性变形体内各点的最大切应力的轨迹连接起来组成被称之为滑移线网的滑移线场。

滑移线法利用滑移线场的几何属性及其边值特征来求解变形区中各点的应力分布,从而追踪、计算接触表面上的应力分布及变形力。该法得出的解被认为是平面问题的完全解。该法仅适用于求解平面变形问题。

1.2.4 变形功平衡法

变形功平衡法是建立在能量守恒定律基础上的变形力求解方法。

在塑性变形的某一瞬间,外载荷所做的功增量 dW_e 。总是要等于物体内部的塑性变形功增量 dW_d 与外摩擦阻力所做的功增量 dW_f 之和,即:

$$|dW_e| = |dW_d| + |dW_f|$$

针对具体的变形过程,推导出各功增量的表达式,代入上式,即可求出变形力(外载荷)。

1.2.5 上限法与上限元法

在上述各方法中,除理论解析法与滑移线法外,其解都属于下限解,因为它们的解总是不大于真实的变形力。为了使设计与选择的加工工具十分安全,迫使人们不得不去寻求确定变形力的更为

可靠和更为简单的方法,使所得到的变形力总是大于或等于真实的变形力,这种方法称为极限分析法、上界法或上限法。

该方法是利用基本能量方程式(虚功原理)和最大塑性功原理,在变形体内虚拟一个运动许可位移增量场 du_i (位移速度场 \dot{u}_i 或应变速度增量场 $d\epsilon_i$)。由于真实外力的功率决不会大于按运动许可位移增量场(位移速度场或应变速度增量场)所确定的功率,所以给出所需功率的上界值。用此方法求出的变形力为上界变形力。当把变形体视为由若干刚性块组成时,即为“上限元法”。由于运动许可的速度场求解简便,因此此法较为简捷。

1.2.6 变分法

变分法又称初等能量法,该法也是以虚功原理能量表达式为基础的,它对变形体首先设定一个初始可容速度场,对所求问题建立系统能量表达式(能量泛函),并通过能量表达式进行泛函极小值化处理,从而求解外载荷(即变形力),该法通用性较传统的上限元法好得多,它不但可以用于平面变形问题,也可用于较为复杂的三维变形问题。

1.2.7 有限元法

有限元法同上述第 4.5.6 种方法都属近似能量法。

有限元方法主要有弹塑性有限元法、刚塑性有限元法及粘塑性有限元法。它的特征可以形象地比喻为“化整为零”及“由零化整”的方法,因为它正是用这样一种方式来解决某些具体问题的数值解析问题的。

有限元方法把变形体假想分成有限个用结点连接的单元,以结点上的位移或位移速度作为未知量,利用最小能量原理和相应方程组的求解来确定这些未知量,按结点位移或速度与单元内的应变与应力关系确定各单元的应力和应变分布。

有限元法理论较为严谨,计算结果精度高,随着计算技术的迅速发展及计算机的普及,将会在工程应用与理论研究方面有更广泛的应用。

此外,还有材料力学方法,特征线法以及视塑性(或称直观塑

性)法等等。

1.3 金属塑性变形力计算的有关概念

1.3.1 外力、内力及变形力的概念

作用于物体上的力有两种类型,表面力(外力)及体积力(如重力与惯性力),它们均可使物体在一定的条件下产生弹性变形或塑性变形。对大多数金属与合金材料来说,塑性变形是由表面力来完成的,体积力与表面力相比,在塑性变形过程中所起的作用甚小,故一般忽略不计。

圆柱体工件在平锤头下镦粗(如图 1-1)时,工件受上下锤头之力 P 的作用而产生高向压缩,工件高度减小,断面直径增大。由于工具与金属接触表面处有相对运动,当接触表面有摩擦时,将出现接触摩擦阻力 T ,使变形的进一步发展受到阻碍,从而增加了力 P 的数值。此外,当侧表面有附加外力 F 时,也将影响力 P 的数值。

这里所指的外力,除了变形的有效作用力 P 之外,还包括摩擦阻力 T ,以及侧表面可能存在的附加外力 F 。

在物体内部,平衡外力的力称为内力,它与外力相平衡,且大小相等、方向相反。

沿工具运动方向产生的有效作用力 P ,在每一瞬间总是与物体沿工具运动方向抵抗变形的力大小相等,方向相反,故称其为变形力。它是外力作用的体现,但与外力并非是一个概念。

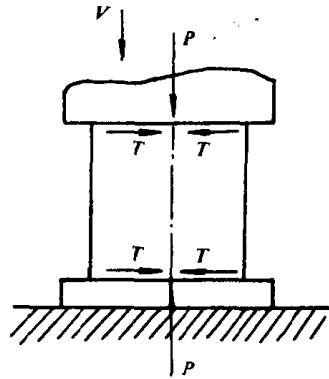


图 1-1 镦粗时的外力图

1.3.2 以面投影代替力投影的法则

设在某塑性变形过程中,工具 G 对工件 M 进行压缩,其接触表面为 AB ,其正应力分布如图 1-2 所示,变形力 P 作用在如箭头 P 所示的工具运动方向。在接触表面上如取一微分段 dF_N ,则作用在这一微分段上的法向力为 dP_N ,则:

$$dP_N = \sigma_N dF_N$$

式中 σ_N —— 正应力。

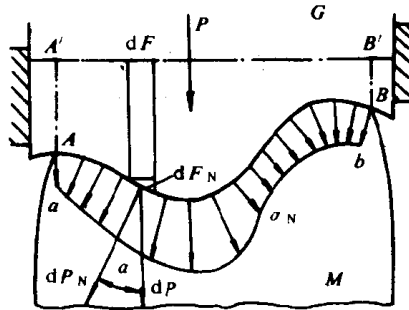


图 1-2 接触表面正应力分布

而沿工具运动方向作用着的力 dP 是 dP_N 沿该方向的分力，即：

$$dP = dP_N \cos \alpha$$

式中 α —— 正应力与工具运动方向（亦即变形力作用方向）的夹角。

由上式可知：

$$dP = \sigma_N dF_N \cos \alpha$$

乘积 $dF_N \cos \alpha$ 正是接触面上所取微分段 dF_N 在与工具运动方向垂直的平面（即与变形力作用方向相垂直的平面）上的投影面积 dF ，即：

$$dF = dF_N \cos \alpha$$

因而

$$dP = \sigma_N dF$$

也就是说，某力在某一单元面法线方向上的投影等于该力与其作用面在该单元面上的投影的乘积。这就是所谓“以面投影代替力投影”的法则。该法则对力的计算将带来方便。

1.3.3 变形力的求解步骤

为了确定总变形力 P ，我们把前述“以面投影代替力投影”的法则推广至整个投影面积 $A'B'$ (F)，该面积为接触面 AB 在与工

具运动方向垂直的平面上的投影,此时将有:

$$P = \int_0^F \sigma_N dF \quad (1-1)$$

若 σ_N 可表示成投影面积 F 上坐标的函数,则式 1-1 总可以用积分求解;在直角坐标与极坐标系中,又可表示为:

$$P = \iint_F \sigma_N dy dx \quad (1-1a)$$

$$\text{或 } P = \iint_F \sigma_N \rho d\rho d\theta \quad (1-1b)$$

σ_N 是坐标的函数,将由各理论方法所建立的方程及边界条件来确定。

如令平均单位变形力 \bar{p} 为:

$$\bar{p} = \frac{P}{F}$$

此时总变形力可以表示为:

$$P = \bar{p}F \quad (1-2)$$

平均单位变形力又称平均工作应力,它通常由变形抗力 σ_s 与应力状态系数 n_s 的乘积来表示:

$$\bar{p} = n_s \sigma_s \quad (1-3)$$

应力状态系数 n_s , 是一个无因次的量,它与变形区几何参数及接触表面摩擦系数等有关。

对于一定变形条件下的某种给定材料而言,金属塑性变形过程的工作应力的大小仅取决于应力状态影响系数的值。因而采用不同的理论与方法推导变形力计算式仅仅是寻求不同的 n_s 的表达式。

例如,圆柱体压缩时,在假设摩擦力在接触表面上等于常数的情况下,用初等解析法得到的 n_s 计算式为:

$$n_s = \left(1 + \frac{\mu D}{3h}\right) \quad (1-4)$$

式中 μ ——摩擦系数;
 D ——圆柱体直径,mm;