

振动与波动物理学

[英] H. J. 佩因 著

陈难先 赫松安 译

人民教育出版社

本书是英国伦敦帝国学院物理学位课程之一“振动与波动导论”的教科书。原书1968年第一版,1976年第二版作了不少修改。中译本是根据 John Wiley & Sons, Ltd. 1976年出版的“The Physics of Vibrations and Waves”的第二版译出的。

本书共分十二章,内容包括:简谐运动和阻尼简谐运动、受迫振子、耦合振动、横波、纵波、传输线上的波、电磁波、二维波和三维波、傅里叶方法、光的干涉和衍射、非线性振动、波动力学。

本书可供高等学校理工科教师和学生参考,也可供有关科技工作者参考。

振动与波动物理学

[英] H. J. 佩因著

陈难先 赫松安 译

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 12.5 字数 300,000

1980年3月第1版 1980年12月 第1次印刷

印数 00,001—8,900

书号 13012·0443 定价 1.10 元

第一版序言

伦敦帝国学院物理学学位课程的第一学期中设有一门振动与波动物理学的导论，它的重点放在以后各阶段中将分别地、更详细地学习的概念的基本统一上。这本简要的教科书来源于作者多年来讲授的这门课程。为了扩大兴趣和应用的范围，增加了关于傅里叶变换和线性振动的章节。

开始阶段只采用中学水平的数学方法，在出现稍高深的方法时，都加以概略说明，其中包括指数级数的应用，复数和偏导数的表示法，以及微分方程的试探解法。书中仅仅考虑了平面波，同时除开两处外，通篇都采用笛卡儿坐标。此外，除了标量积和个别地方曾经用到矢量积之外，书中避免使用矢量方法。

广泛征求在校学生的意见表明，此书应该是既供“阅读”又供“练习”用的，结果写成这本简明教材，书中增加了许多内容广泛而又复杂的习题。根据下述原则对习题作了大量的提示：引导大学生得出一个具有物理意义的结果比完成一个单纯的运算练习更有收获。

本书的主题是要阐明，在波的传播中传输能量的媒质上相当于耦合振子的连续统一体。一个单一的振子是用三个参数来表征的，其中两个可用来表征能量的贮存和交换，而第三个则表征能量的耗散。这对任何媒质同样是正确的。

那两个贮能参数的乘积确定了波在媒质中的传播速度；在第三个参数为零时，两者之比决定媒质对波所呈现的阻抗。而能量耗散参数则导致了阻抗中出现衰减项；这时，波动系统中的能量被

吸收,因而波就出现衰减。

这种观点可用以讨论简谐振子、阻尼振子、受迫振子和耦合振子,这种讨论自然就导致了弦线上的横波、气体和固体中的纵波、传输线上的电压波和电流波以及电介质和导体中的电磁波的一系列性质。所有这一切都服从这种普遍的处理,这正是本书力图要阐明的为数不多的几条物理原理的广泛正确性。

H. J. 佩因

1968 年 5 月

第二版前言

本书的主题依然如故,不过增添了一章波动力学,阐述经典原理对现代物理的应用。

所有修改都是为了使读者更易于接受,特别是前几章和补充的习题。各章叙述中涉及到的习题,都和前面的内容有关。每章末均附有重要结果摘要。

本书第一版得到了各个方面的建设性的批评,其中不少意见来自用过本书的历届物理专业和工科学生。笔者对这些意见予以高度重视,第二版大量地吸取了这些意见。

H. J. 佩因

1976 年 6 月

常 数 表

电子电荷	1.602×10^{-19} 库仑
电子静止质量	9.1×10^{-31} 千克
原子质量单位	1.66×10^{-27} 千克
1 牛顿	10^5 达因
1 电子伏特	1.6×10^{-19} 焦耳
普朗克常数 h	6.62×10^{-34} 焦耳秒
波耳兹曼常数 k	1.38×10^{-23} 焦耳/度
	8.61×10^{-5} 电子伏特/度
阿伏伽德罗常数	6.022×10^{23} 每摩尔
光速 c	3×10^8 米/秒
真空导磁率 μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ 亨利/米
真空电容率 ϵ_0	$(36\pi \times 10^9)^{-1}$ 法拉/米

目 录

第一章 简谐运动和阻尼简谐运动	1
§ 1 简谐运动中的位移	4
§ 2 简谐运动中的速度和加速度	7
§ 3 简谐振子的能量	8
§ 4 电系统中的简谐振动	11
§ 5 两个同方向简谐振动的迭加	13
§ 6 两个互相垂直的简谐振动的迭加	15
§ 7 n 个振幅均为 a 、依次位相差均为 δ 的简谐振动的迭加	20
§ 8 一些有用的数学	26
§ 9 阻尼简谐运动	30
§ 10 振子衰减的描述方法	37
习题	43
重要结果摘要	49
第二章 受迫振子	52
§ 1 i 对矢量的作用	52
§ 2 欧姆定律的矢量形式	53
§ 3 机械振子的阻抗	55
§ 4 受迫振子的性质	56
§ 5 速度 v 的数值和位相随驱动频率 ω 的变化关系	60
§ 6 位移随驱动频率的变化关系	62
§ 7 隔振问题	64
§ 8 位移曲线中两个分量的意义	66
§ 9 驱动力补充给振子的功率	68
§ 10 $P_{\text{平均}}$ 随 ω 的变化 吸收共振曲线	70
§ 11 Q 值和共振吸收宽度	70
§ 12 Q 值和放大因数	73
习题	74

重要结果摘要	76
第三章 耦合振动	78
§ 1 劲度(或电容)耦合振子	78
§ 2 简正坐标、自由度和简正振动	80
§ 3 求简正模式频率的一般方法	85
§ 4 质量耦合或电感耦合	86
§ 5 载荷弦线上的耦合振动	89
§ 6 波动方程	95
习题	96
重要结果摘要	103
第四章 横波	105
§ 1 偏微分	105
§ 2 波	106
§ 3 波动中的三种速度	107
§ 4 波动方程	108
§ 5 波动方程的解	110
§ 6 作为受迫振子的弦线的特性阻抗	115
§ 7 弦线上的波在边界上的反射和透射	116
§ 8 能量的反射和透射	119
§ 9 能量的反射系数和透射系数	120
§ 10 阻抗匹配	121
§ 11 两端固定的弦线上的驻波	124
§ 12 振动弦线的能量	127
§ 13 振动弦线的每个简正模式的能量	128
§ 14 驻波比	129
§ 15 波群和群速度	129
§ 16 多分量的波群 带宽定理	134
§ 17 周期结构中的横波	137
§ 18 离子晶体中两种原子的线性点阵	140
§ 19 离子晶体对红外辐射的吸收	143
§ 20 多普勒效应	144
习题	145

重要结果摘要	151
第五章 纵波	154
§ 1 气体中的声波	154
§ 2 声波中的能量分布	159
§ 3 声波的强度	161
§ 4 固体中的纵波	163
§ 5 对地震的应用	166
§ 6 周期性结构中的纵波	166
§ 7 声波在边界上的反射和透射	168
§ 8 反射和透射的声强	169
习题	170
重要结果摘要	174
第六章 传输线上的波	175
§ 1 理想或无耗传输线	177
§ 2 同轴电缆	178
§ 3 传输线的特性阻抗	179
§ 4 传输线终端的反射	181
§ 5 短路传输线	182
§ 6 电阻在传输线中的作用	184
§ 7 含电阻的传输线特性阻抗	186
§ 8 扩散方程和波动中的能量吸收	187
§ 9 具有扩散效应的波动方程	192
[附录] $\nabla^2\phi \equiv \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}$ 的物理解释	193
习题	194
重要结果摘要	196
第七章 电磁波	199
§ 1 麦克斯韦方程组	199
§ 2 具有有限磁导率 μ 和电容率 ϵ 但导电率 $\sigma=0$ 的介质中的电磁波	203
§ 3 电磁波的波动方程	205
§ 4 坡印廷矢量的图示	207

§ 5	电介质对电磁波的阻抗·····	208
§ 6	由 μ , ϵ 和 σ ($\sigma \neq 0$) 所表征的介质中的电磁波·····	209
§ 7	趋肤深度·····	212
§ 8	导体中的电磁波速度和反常色散·····	213
§ 9	什么时候介质是导体或电介质?·····	214
§ 10	为什么电磁波不传入导体?·····	216
§ 11	导电介质对电磁波的阻抗·····	217
§ 12	电磁波(正入射)在边界上的反射和透射·····	219
§ 13	阻抗和折射率的关系·····	221
	习题·····	222
	重要结果摘要·····	226
第八章 二维波和三维波 ·····		229
§ 1	平面波的二维和三维表示·····	229
§ 2	二维波动方程·····	230
§ 3	波导·····	232
§ 4	简正模式和分离变量法·····	235
§ 5	二维的情况·····	237
§ 6	三维情况·····	238
§ 7	矩形薄膜上的二维简正模式·····	238
§ 8	三维简正模式·····	241
§ 9	三维波在平面边界上的反射和透射·····	246
	习题·····	249
	重要结果摘要·····	256
第九章 傅里叶方法 ·····		258
§ 1	傅里叶级数·····	258
§ 2	傅里叶正弦级数对三角形函数的应用·····	265
§ 3	对振动弦线简正模式中能量的应用·····	267
§ 4	弦线上矩形速度脉冲的傅里叶级数分析·····	270
§ 5	傅里叶级数的频谱·····	274
§ 6	傅里叶积分·····	276
§ 7	傅里叶变换·····	278
§ 8	傅里叶变换举例·····	279

§ 9 狭缝函数	280
§ 10 傅里叶变换对光学上单缝衍射的应用	280
§ 11 高斯分布或正态误差分布	283
习题	286
重要结果摘要	290
第十章 光的干涉和衍射	291
§ 1 双缝(或双源)干涉	291
§ 2 两个相距为 f 的等同源的干涉	293
§ 3 N 个等同源的线性阵列的干涉	298
§ 4 单狭缝衍射	302
§ 5 强度分布的宽度	305
§ 6 N 个等同狭缝的干涉和衍射的强度分布	306
§ 7 两个等同狭缝的衍射	307
§ 8 透射-衍射光栅	309
§ 9 衍射光栅的分辨率	310
§ 10 用带宽定理表示分辨率	312
§ 11 矩孔衍射	313
§ 12 圆孔衍射	316
习题	319
重要结果摘要	322
第十一章 非线性振动	324
§ 1 非简谐振子的振动——单摆的大幅度运动	324
§ 2 受迫振动——非线性回复力	326
§ 3 晶体的热膨胀	329
§ 4 电子器件中的非线性效应	331
§ 5 声波中的非线性效应	333
§ 6 激震前沿的厚度	337
§ 7 守恒方程	337
§ 8 马赫数	339
§ 9 激震前沿前后的气体性质之比	340
§ 10 强激波	341
习题	342

第十二章 波动力学	345
§ 1 现代量子论的起源.....	345
§ 2 海森伯测不准原理.....	349
§ 3 薛定谔波动方程.....	351
§ 4 一维无限深势阱.....	353
§ 5 波函数的振幅 $\psi_n(x)$ 的意义.....	357
§ 6 三维势阱中的粒子.....	358
§ 7 在 E 到 $E+dE$ 之间的能态数.....	360
§ 8 势跃变.....	361
§ 9 方势阱.....	369
§ 10 谐振子.....	373
习题.....	376
重要结果摘要.....	380
索引	383

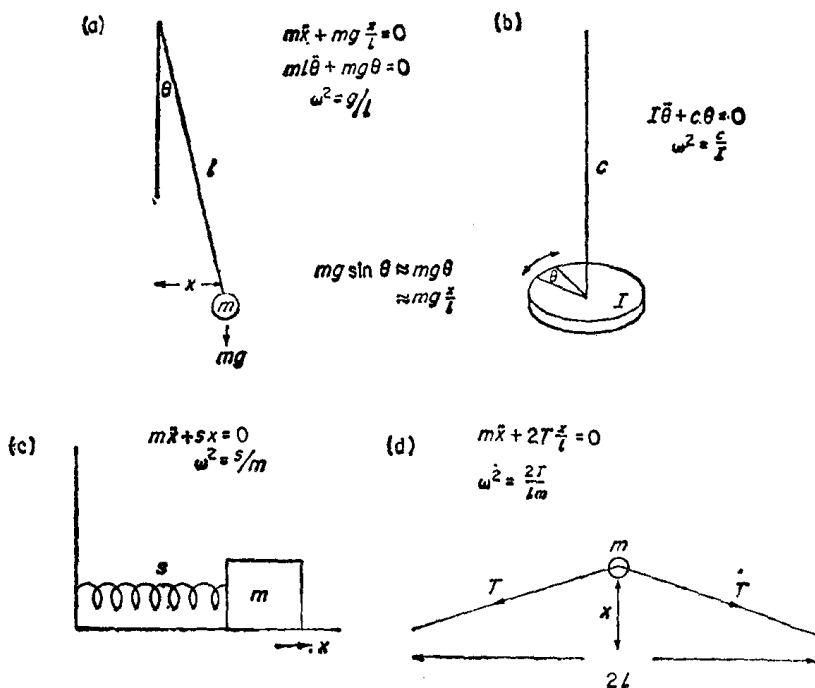
第一章 简谐运动和阻尼简谐运动

乍看起来, 图 1.1 中的八个物理系统似乎没有什么共同之处。

1.1(a) 是单摆, 一个质量为 m 在长为 l 的轻质刚性杆下端摆动着的质点。

1.1(b) 是一个被悬挂在一条刚性细绳下的扁平圆盘 (细线通过盘心), 此盘在其本身的圆周平面内作小角度的往复扭动。

1.1(c) 是一个质量为 m 、通过一根劲度系数为 s 的轻质弹簧而固定于墙上的质点, 它在光滑平面上沿 x 方向往复运动。



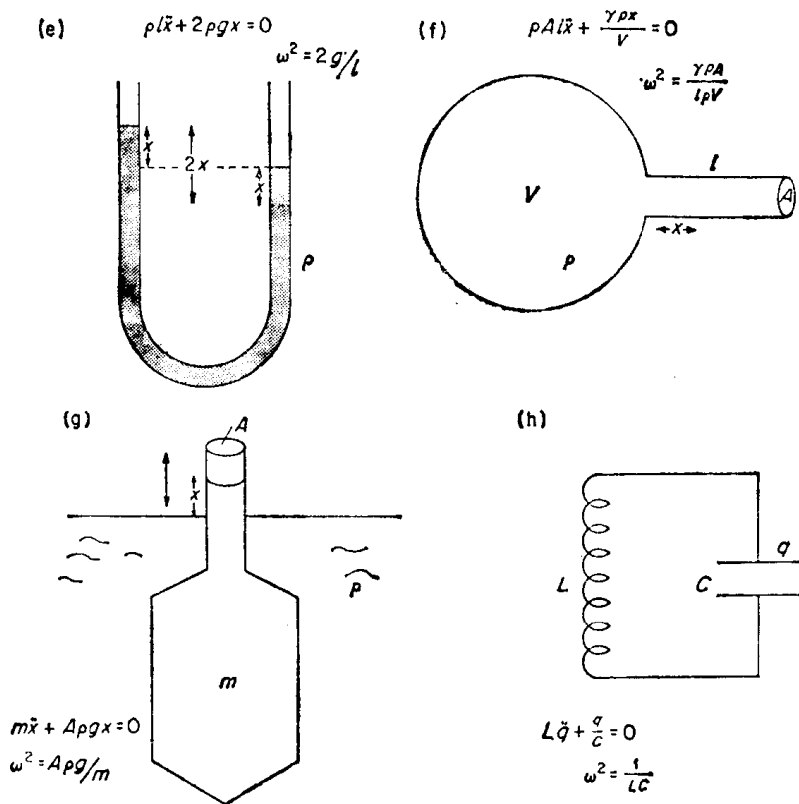


图 1.1 简谐振子及其运动方程和振动角频率 ω 。(a) 单摆。(b) 扭摆。
 (c) 一个质量为 m 的质点通过弹簧而被系于墙上。(d) 一个质量为 m 的质点位于一条弦的中点, 它受到一个恒定不变的张力 T 作用。(e) 处在具有均匀截面的 U 形管中的长度一定的无粘滞性液体。(f) ① 声学亥姆霍兹共鸣器。(g) 一只质量为 m 的比重计, 漂浮在密度为 ρ 的液体中。(h) LC 谐振电路

1.1(d) 是一个质量为 m 的质点, 位于长为 $2l$ 、两端固定的轻质弦线中点, 它受到恒定张力 T 的作用而在纸平面内作振动。

1.1(e) 是截面积均匀的、无摩擦的 U 形管, 其内盛有密度为

① 图 1.1(f) 中 $\rho A l \ddot{x} + \frac{\gamma P x}{V} = 0$, 应为 $\rho A l \ddot{x} + \frac{\gamma P A^2}{V} x = 0$ 。——译者

ρ 、长为 l 的一段液体，它围绕其平衡位置（即两臂液面等高处）上下振荡。

1.1(f) 是体积为 V 的开口长颈瓶，颈部的长度为 l 、具有均匀截面积 A 。当声波通过瓶颈时，瓶内密度为 ρ 的空气就发生振动。

1.1(g) 是一只比重计，其质量为 m 的物体漂浮在密度为 ρ 的液体中，而均匀截面积的颈部部分地伸出于液面。当它稍被压下而离开其平衡位置时，它就会在竖直方向上作小振动。

1.1(h) 是一电路，电感 L 被接在电量为 q 的电容 C 的两端。

上述所有系统都是简谐振子，当受到微扰而稍偏离其平衡位置或静止位置时，它们就作简谐振动，这是单个质点或一维系统的最基本的振动。偏离平衡位置的微小位移 x 产生一个指向平衡位置的回复力，其数值与 x 成正比。

因此，回复力 F 可写成

$$F = -sx$$

式中比例常数 s 称为劲度常数；负号表示力和位移的方向相反，且指向平衡位置。位移 x 必须是小量才能使劲度保持常数（这就是胡克弹性定律）。显然常数就是单位距离（或位移）的回复力，其量纲为

$$\frac{\text{力}}{\text{距离}} \equiv \frac{MLT^{-2}}{L}.$$

考虑作用于受扰系统上各个力之间的动力学平衡，就可得到这种系统的运动方程，即由牛顿定律可知

$$\text{质量} \times \text{加速度} = \text{回复力}$$

或

$$m\ddot{x} = -sx,$$

式中

$$\ddot{x} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

表示加速度。由此即得到

$$m\ddot{x} + sx = 0$$

或

$$\ddot{x} + \frac{s}{m}x = 0.$$

其中 s/m 的量纲为

$$\frac{MLT^{-2}}{ML} = T^{-2} = \nu^2,$$

式中 T 是时间或振动周期, 其倒数 ν 就是该系统的振动频率。

但是, 当我们去解这个运动方程时就会发现, x 随时间的变化关系是正弦函数或余弦函数的关系, 这就说明, 考虑角频率 $\omega = 2\pi\nu$ 要比 ν 更为适当, 于是, 周期表示式为

$$T = \frac{1}{\nu} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{s}},$$

式中的 s/m 现在就可以写成 ω^2 。因此, 简谐运动方程

$$\ddot{x} + \frac{s}{m}x = 0$$

成为

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

 (1.1)

(习题 1.1)

§1 简谐运动中的位移

一个简谐振子在任意确定时刻的行为, 可以用它在该时刻的位移、速度、加速度来描述。若以

$$x = A \cos \omega t$$

为试探解, 其中 A 是与 x 具有相同量纲的常数。我们看到, 由于

$$\dot{x} = -A\omega \sin \omega t$$

和

$$\ddot{x} = -A\omega^2 \cos \omega t = -\omega^2 x,$$

所以这个试探解满足运动方程

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0.$$

另一个解

$$x = B \sin \omega t$$

也同样满足, 式中 B 的量纲和 A 的相同。于是显然有

$$\dot{x} = B\omega \cos \omega t$$

和

$$\ddot{x} = -B\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 x$$

将 x 的上述两个解迭加起来就得到方程 (1.1) 的完全解或通解:

$$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t, \quad (1.2)$$

这时

$$\ddot{x} = -\omega^2 (A \cos \omega t + B \sin \omega t) = -\omega^2 x,$$

式中 A 和 B 由指定时刻的 x 和 $\dot{x}$ 的数值所确定。若将这两个常数改写为

$$A = a \sin \phi \quad \text{和} \quad B = a \cos \phi,$$

式中 a 和角 ϕ 均为常数, 则有

$$A^2 + B^2 = a^2 (\sin^2 \phi + \cos^2 \phi) = a^2,$$

于是

$$a = \sqrt{A^2 + B^2},$$

且有

$$\begin{aligned} x &= a \sin \phi \cos \omega t + a \cos \phi \sin \omega t \\ &= a \sin (\omega t + \phi). \end{aligned}$$

$\sin (\omega t + \phi)$ 的极大值为 1, 所以常数 a 就是 x 的极大值, 称为位移