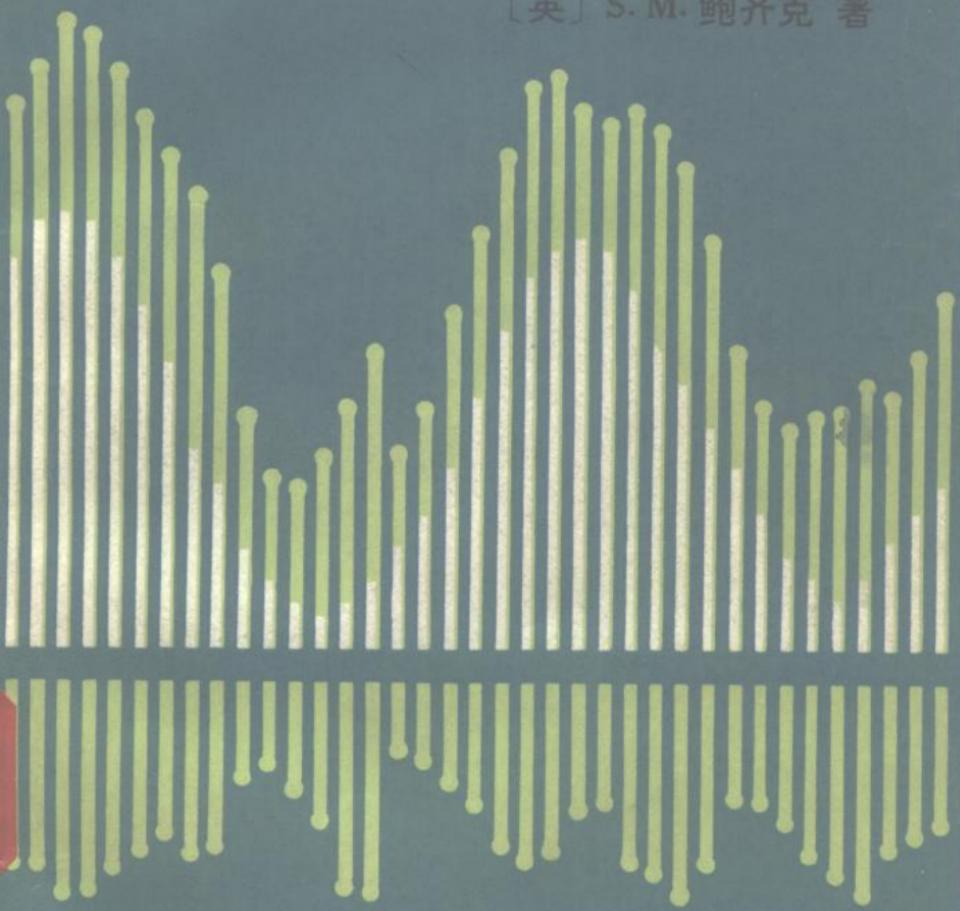


数字滤波和 卡尔曼滤波

〔英〕 S. M. 鲍齐克 著



科学出版社

73.412
901

数字滤波和卡尔曼滤波

[英] S. M. 维齐克 著

凌云旦 译 何永保 校



科学出版社

1984

1111189

内 容 简 介

本书是数字信号处理技术方面的一本专著，详尽地介绍了数字滤波、最优线性估计和线性预测理论。

全书共分两篇，计九章。第一篇介绍数字滤波理论，包括离散时间滤波引论，数字滤波器的特性，非递归滤波器的设计，递归滤波器的设计以及离散时间滤波概念的进一步讨论。第二篇介绍最优线性估计理论，包括噪声数据的数字滤波，标量信号的最优估计，向量信号的最优估计以及有关例题。书末还附有 11 条附录。

本书论述深入浅出，实用性较强，可供从事数字信号处理方面工作的工程技术人员参考，也可供大专院校电子工程与计算机科学系的学生、研究生和教师阅读。

S. M. Bozic

DIGITAL AND KALMAN FILTERING

Edward Arnold, 1979

数字滤波和卡尔曼滤波

〔英〕 S. M. 鲍齐克 著

凌云旦 译 何永保 校

责任编辑 刘兴民

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1984年2月第一版 开本：787×1092 1/32

1984年2月第一次印刷 印张：7 3/8

印数：0001—6,500 字数：183,000

统一书号：15031·544

本社书号：3362·15—7

定价：1.15元

译校者的话

数字大规模集成电路和数字电子计算机的飞速发展，为信号处理技术开拓了一个崭新的领域。近十多年来，在十六世纪发展起来的经典数值分析技术的基础上，迅速形成了数字信号处理这门崭新的学科，并正广泛地深入到通讯、遥感、地震测量、石油勘探、生物医学以及海洋学等各个科学领域中。与模拟处理相比，数字处理有灵活性强、精度高、处理成本低以及对环境没有特殊要求等优点。它不仅能实现模拟处理的大部分功能，而且还能完成模拟处理由于成本、可靠性等原因而无法具体实现的功能。因此数字信号处理技术正在为各个部门所普遍接受，并已成为现代电子技术发展的一个主流。

本书是数字信号处理技术方面一本颇为实用的基础性专著，主要论述数字信号分析方面的基本理论和处理方法。信号分析是信号处理的第一步，它使系统能从外部世界获得准确的或比较准确的原始信号，并从中提取某些特征参数，从而建立起观察对象的数学模型。本书以应用为目的，比较具体地介绍了各种数字滤波、最优估计以及线性预测的基本理论和实现方案。这些方案均可以在数字计算机或专用硬件设备上实现。

本书论述深入浅出，概念清楚。它除了能用作电子工程系和计算机科学系大学生和研究生的教材外，还可供从事数字信号处理方面工作的工程人员参考。全书结构严谨，各章重点突出。论述中还用了许多例题来对基本概念和处理过程

进行补充说明，因此特别适于自学。第一篇各章末附有一定数量的习题以巩固和加深概念的理解。第二篇的最后一章罗列了六个应用实例的详细解题过程，使读者对第二篇各章所述的分析方法有一个比较具体的认识。书末还附了一些常用的用 FORTRAN 程序语言写成的处理程序，可供工程技术人员学习和应用数字信号处理技术时参考。

由于我们水平有限，译文中错误和不妥之处一定不少。
恳请广大读者给予批评指正。

徐建华同志仔细阅读了本书的全部译稿，并提出了许多有益的修改意见。在此谨表示衷心的感谢。

凌云旦 何永保

1982年9月 于上海

序　　言

数字电子计算机的强大功能已经大大促进了数字信号处理技术(即时间序列分析)在包括工程技术以及诸如医学和经济学等各种不同领域中的应用。因此，在当前的专业文献中经常出现数字滤波、卡尔曼(Kalman)滤波以及其他处理技术方面的术语。本书包括两部分内容，目的在于对数字滤波和卡尔曼滤波给予比较概括的介绍。第一部分介绍与电机工程学中常规理解相一致的滤波运算和频域中特定的滤波运算。第二部分则在最优(最小均方误差)的意义下对带有噪声的数据进行滤波处理，以便从噪声中提取有用的数据信号。

数字滤波是本书要讨论的第一方面的内容，但这部分只限于对离散时间滤波进行介绍，它是数字滤波器和其它各类滤波器得以实现的共同理论基础。离散时间滤波器的实际实现可以采用采样数据的形式(由存储器件或电荷耦合器件构成)，也可以用数字的形式(采用二进制逻辑电路)，这些内容都不属本书讨论的范围。另外，离散时间滤波器还可以采用差分方程描述的算法在数字计算机上进行处理。

卡尔曼滤波是本书要讨论的第二方面的内容，更确切地说，这部分将介绍在离散时间域中推出的线性估计理论。尽管这部分只初步论述了数字滤波器的结构，但还是引入了它特有的术语。这部分还介绍了最小均方误差准则以及标量维纳(Wiener)滤波、向量维纳滤波、标量卡尔曼滤波、向量卡尔曼滤波等。在所有这些论题中，最主要的、最有实际意义的是卡尔曼滤波算法。在大多数应用场合，这种处理都需要用数

字计算机来实现。

五年来，笔者已把这本书的绝大部分内容编入了研究生用的教材。本书的叙述采用“个别讲授”的形式进行的，假定读者对基本电路理论、统计平均以及基本矩阵运算比较熟悉。书中的每个主要论题都通过大量的例题和附有答案的习题逐步引出。因此本书是一本适合研究生和大学生用的入门读物。

伯明翰大学电子电机工程系 J. A. 爱德华博士与笔者进行了有益的讨论，他还对编制本书的一些计算程序给予了帮助。对此笔者表示衷心的谢意！

S. M. 鲍齐克

目 录

译校者的话

序言

第一篇 数字滤波	1
绪论	1
第一章 离散时间滤波引论	4
1.0 引言	4
1.1 连续时间和离散时间分析	4
1.2 雷达跟踪问题的离散时间处理	9
1.3 z 变换	13
1.4 z 变换和拉普拉斯变换的关系	16
1.5 习题	20
第二章 数字滤波器的特性	22
2.0 引言	22
2.1 数字传递函数	22
2.2 逆变换	26
2.3 频率响应	29
2.4 数字滤波器的实现方案	32
2.5 数字滤波器的分类	37
2.6 习题	40
第三章 非递归滤波器的设计	45
3.0 引言	45
3.1 非递归滤波器的特性	47
3.2 设计过程	50
3.3 利用窗函数修改滤波器的设计	57

3.4	习题	62
第四章	递归滤波器的设计	64
4.0	引言	64
4.1	冲激恒定法	65
4.2	双线性 z 变换法	73
4.3	低通滤波器的频率变换	80
4.4	数字滤波器设计中的精度问题	88
4.5	习题	89
第五章	离散时间滤波概念的进一步讨论	92
5.0	引言	92
5.1	离散傅里叶级数的推导	92
5.2	有限时间序列——离散傅里叶变换	97
5.3	反滤波器	101
5.4	有限反滤波器的最优化	104
5.5	习题	108
第二篇	最优(维纳和卡尔曼)线性估计	110
绪论	110
第六章	噪声数据的数字滤波	112
6.0	引言	112
6.1	数字滤波的简要回顾	112
6.2	非递归估计器	118
6.3	递归估计器	121
第七章	标量信号的最优估计	125
7.0	引言	125
7.1	最优非递归估计器(标量维纳滤波器)	125
7.2	由最优非递归估计器推得的递归估计器	132
7.3	最优递归估计器(标量卡尔曼滤波器)	137
7.4	最优递归预测器(标量卡尔曼预测器)	145
第八章	向量信号的最优估计	150
8.0	引言	150

8.1	信号向量和数据向量	150
8.2	向量问题的表示	156
8.3	向量卡尔曼滤波器	158
8.4	向量卡尔曼预测器	165
8.5	向量维纳滤波器	166
第九章	例题	173
9.0	引言	173
9.1	标量维纳滤波器	174
9.2	标量卡尔曼滤波器	175
9.3	向量卡尔曼滤波器	176
9.4	卡尔曼滤波器应用于落体	179
9.5	维纳滤波器应用于落体	185
9.6	雷达跟踪系统的卡尔曼滤波器的表示	190
习题答案	196
附录	201
参考文献	218
汉英名词对照索引	220

第一篇 数字滤波

绪 论

虽然本篇的题目是数字滤波，但我们只限于论述数据采样信号的时间序列。然而，本篇中所叙述的有关离散时间信号的基本理论却是一般的，也适用于数字滤波。

现需对本篇和一般信号处理领域中使用的术语进行一些说明。模拟信号或称连续时间信号的含义是信号不论在时间上还是在幅度上都是连续的。然而，连续时间这个术语仅有自变量在取值范围连续这个意思，并不要求幅度限制在一个有限的数值集合中（见文献[1]）。离散时间的含义是信号只对时间的离散值有定义，也就是说，时间是量化的。这种离散时间信号常常称作采样数据或模拟采样信号。广泛使用的“数字化”这个术语则指时间和幅度都是量化的。因此，所谓数字系统是指这样一种系统，在这种系统中信号被表示为一系列数，它们仅在有限集合中取值。

对本篇所用的符号进行一些说明也是很重要的。在数学上，时间的增量或减量用符号 Δt 来表示。而在数字滤波器中通常用 T 来表示采样时间间隔。输入信号在 $t = kT$ 时刻的采样值记作 $x(k)$ ，其中省略了符号 T （即把 T 作为单位元素），而且取 k 为整数。同理，对于输出我们也有 $y(k)$ 。在许多论文和教科书中，特别是在数学上有关差分方程的论著中，往往把上述两个符号表示为 x_k 、 y_k 。本书将采用 $x(k)$

和 $y(k)$ 这种表示方法,其理由是:

- (1) 这两个符号是连续时间函数中大家所熟悉的记号 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的直接推广;
- (2) 这种表示法适合推广到状态变量符号,此时下标表示状态,即 $x_1(k), x_2(k), \dots$;
- (3) 对于较复杂的标记,它也可以比较方便地进行处理,例如: $x(N - \frac{1}{2})$.

以后我们可以看到,数字滤波包括两方面:一是对连续时间函数进行等间距的离散时间(指一般情况)采样,即取某离散时间过程的值;二是实现诸如离散时间延迟、乘上常数、加法等运算来得到所要求的结果.

第一章用一些简单的且大家熟知的模拟滤波器来引进离散时间的概念,同时也向大家展示了如何根据系统(例如雷达跟踪系统)运行的类型直接得到离散时间描述.然后,作为离散时间序列的简洁表示形式引进了 z 变换,并介绍了它与拉普拉斯变换的联系.第二章则进一步对第一章所建立的基本概念进行推广.首先处理离散时间系统的时间响应(差分方程),然后引进并讨论传递函数、从 z 变量到时间变量的反变换以及数字滤波器的频率响应.这一章的结尾还介绍了数字滤波器的实现方案以及把它们划分为非递归型和递归型两种基本类型的情况.这两类滤波器的设计方法将分别在第三章和第四章中阐述.为了说明这两种滤波器的各种设计方法,我们还给出它们的设计实例和用计算机计算响应的过程.第五章我们回过来再对第一章中引入的几个基本关系进行讨论,并论述离散时间处理中的两个重要内容.其一是对周期序列的离散傅里叶级数表示进行推广,使非周期有限序列的离散傅里叶变换(DFT)也能用公式来表示.其二是引进反滤波器的概念,这在需要消除或减少数据序列中不需要部份的许

多场合都是很重要的概念。我们还将引入最小误差能量这个基本概念来对有限长度反滤波器的系数进行优化。每章的末尾都给出了大量的习题，并在书末附上这些习题的答案。

值得一提的是，本书是采用从连续时间系统（模拟系统）过渡到离散时间系统（数字系统）的形式来进行论述的，这是因为大多数学生已经用连续时间的概念学习了电机工程这门课程。当然，也可以采用另一种方法，即不通过连续时间系统而直接用离散时间的概念来学习电机工程学，这对未入门的人看来似乎是很自然的，但经过连续概念方面基本训练后就会感到这是特别费解的了（见文献[2]第 VIII 页）。

第一章 离散时间滤波引论

1.0 引言

在连续时间中, 滤波运算往往与 RC 型或 LC 型电路联系在一起。因此, 本章 1.1 节首先讨论用微分方程所描述的连续时间中的两种简单的滤波电路 (RC 电路和 RLC 电路), 然后再找出它们在离散时间中的相应方程, 即差分方程。也有一些场合, 如 1.2 节所指明的, 可以直接求得差分方程。在连续时间中, 我们通常用拉普拉斯变换, 在复频 s 域中描述微分方程。根据这些微分方程, 我们可以直接获得沿 $s = j\omega$ 轴的频率响应。同样, 我们也可以通过 z 变换, 把离散时间中的差分方程变换到 z 域。本章的 1.3 节将扼要地论述这方面的内容。最后, 本章 1.4 节还推出了 z 域和 s 域之间的变换关系。

1.1 连续时间和离散时间分析

我们大家都很熟悉如何用微分方程来描述连续时间动态系统。为了说明离散时间描述方法和滤波过程, 我们先考察几个微分方程, 然后把它们变换为离散时间中的相应形式, 即差分方程。

图 1.1(a) 是一个典型的一阶 RC 滤波器。图中 x 和 y 分别代表输入电压和输出电压。对于这个简单网络, x 和 y 的关系可用微分方程表示为

$$RC \frac{dy}{dt} + y = x \quad (1.1)$$

若输入一个单位阶跃信号,而初始条件为零,则此微分方程的解如图 1.1(b) 所示。采用后向差分的方法(见参考文献

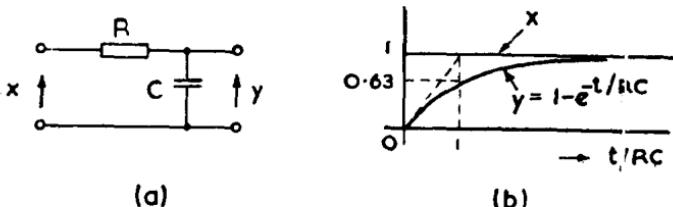


图 1.1 (a) 简单的一阶 RC 滤波器; (b) 单位阶跃输入时的解

[3]) 可推得方程 (1.1) 对应的离散时间的差分方程,即

$$RC \frac{y_k - y_{k-1}}{\Delta t} + y_k = x_k$$

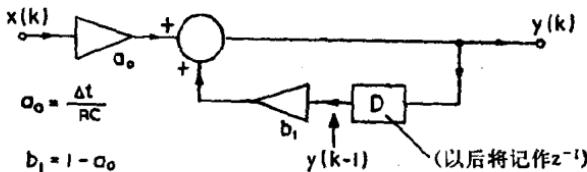
其中采用的是标准数学符号。解出 y_k , 得

$$y_k = \frac{1}{1 + \Delta t / RC} y_{k-1} + \frac{\Delta t / RC}{1 + \Delta t / RC} x_k$$

利用近似公式 $(1 + \Delta t / RC)^{-1} \approx 1 - \Delta t / RC$, 也就是忽略高阶项,便得

$$y(k) = a_0 x(k) + b_1 y(k-1) \quad (1.2)$$

式中 $a_0 = \Delta t / RC$, $b_1 = 1 - a_0$ 。注意,这里我们已经如本篇绪论所讨论的那样,把采样符号作了改变。即用 k 代替 t ($t = k \Delta t$) 来表示离散整数时间参数。根据上述结论,我们就能够画出与图 1.1(a) 所示的连续时间系统相对应的离散时间系统,见图 1.2(a) 所示。图中,三角形用来表示乘上它近旁因子的乘法运算;矩形代表延迟单元,也记作 D ($D = \Delta t$);圆圈则表示加法。若取初始条件为 $a_0 = \Delta t / RC = 0.1$, $b_1 = 1 - a_0 = 0.9$, $y(-1) = 0$, 我们就得到图 1.2(b), 其中指出了用计算尺算出的开始十个点的值。



(a)

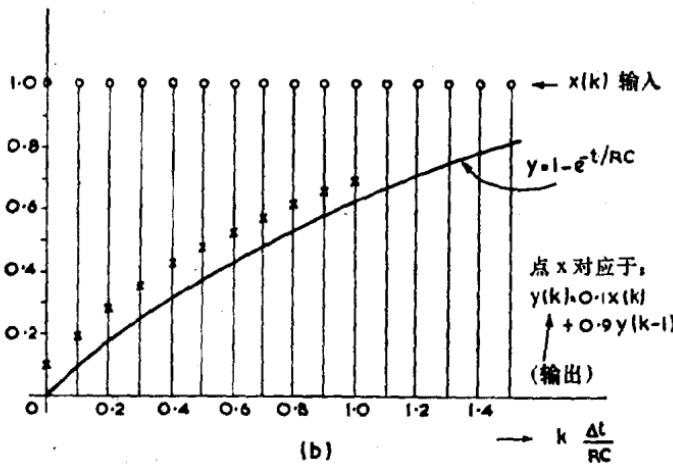


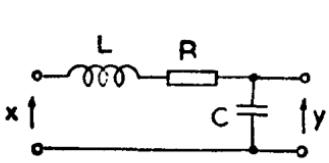
图 1.2 (a) 图 1.1(a) 的离散时间表示; (b) 单位阶跃输入时的解

下面是一个典型的二阶微分方程：

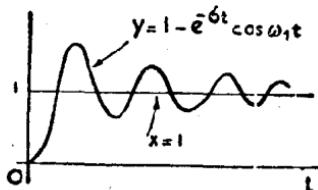
$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\sigma \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = \omega_0^2 x \quad (1.3)$$

同样， x 和 y 分别表示输入和输出。这个微分方程可以用图 1.3(a) LRC 电路的例子来说说明。方程中 $\sigma = R/L$, $\omega_0^2 = 1/LC$ 。当输入为单位阶跃信号时，方程的解如图 1.3(b) 所示。当 $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \sigma^2} \geq 1$ 时，系统呈弱阻尼状态。用后向差分方法可写出方程(1.3)的离散时间形式

$$y(k) = a_0 x(k) + b_1 y(k-1) + b_2 y(k-2) \quad (1.4)$$



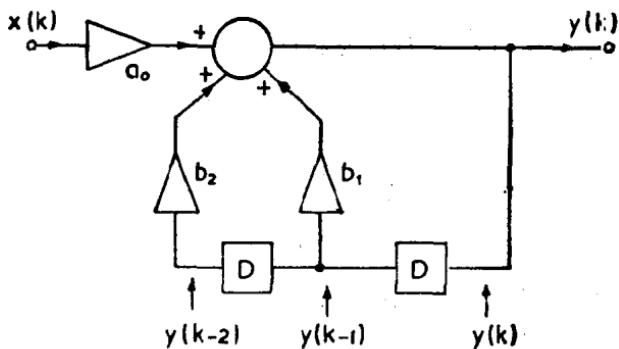
(a)



(b)

图 1.3 (a) LRC 滤波器; (b) 阶跃输入时的解

式中的系数皆为 σ 和 ω_0 的函数(见附录第 1 节). 图 1.4 是二阶差分方程式(1.4)的离散时间运算流程, 图中所采用的符号的意义和图 1.2(a) 完全相同. 图中设有计算离散时间的单位阶跃响应, 有兴趣的读者可以作为练习自行计算.



$$a_0 = 1, \quad b_1 = 2e^{-\sigma \Delta t} \cos \omega_1 \Delta t, \quad b_2 = -e^{-2\sigma \Delta t}$$

图 1.4 图 1.3(a)的离散时间表示

在方程(1.1)和(1.3)中, 输入变量 $x(t)$ 和输出变量 $y(t)$ 之间的关系是用微分方程来描述的. 在连续时间系统中另一种表示它们关系的方式是卷积积分的形式, 即