研究生教材

数字系统诊断与综合

郑崇勋 编

西安交通大学出版社

研究生教材

数字系统诊断与综合

郑崇勋 编

西安交通大学出版社

内 容 简 介

本书综述了近十几年来数字电路故障诊断及逻辑综合（设计）方面的主要研究成果。全书共十章，内容基本上围绕如何设计性能良好、易于维护（诊断）、可靠性好的数字系统这一中心。前三章介绍现代开关理论的数学基础，包括布尔代数、矢量开关代数、布尔微分学等。四至六章讨论数字电路的故障分析和诊断的基本理论及测试算法。第七章介绍如何从电路设计方面提高数字系统的可靠性和可测试性。八至十章结合中、大规模集成电路的应用论述了组合逻辑、时序逻辑综合及数字系统设计的基本理论和方法。

本书主要对象是工科院校电类和自控类有关专业研究生，也可作为有关专业工程技术人员和教师更新知识、深化其数字电路理论的学习参考书。

数字系统诊断与综合
郑崇勋
责任编辑 曹晓梅
*
西安交通大学出版社出版
（西安市咸宁路28号）
西北电讯工程学院印刷厂印装
陕西省新华书店发行 各地新华书店经售
*
开本 850×1168 1/32 印张 9.625 字数：242千字
1987年7月第1版 1987年11月第1次印刷
印数：1——3 000册
ISBN7-5605-0017-×/TN-1 定价：2.05元

书号：15340·140

《研究生教材》总序

研究生教育是我国高等教育的最高层次，是为国家培养高层次的人才。他们必须在本门学科中掌握坚实的基础理论和系统的专门知识，以及从事科学研究工作或担负专门技术工作的能力。这些要求具体体现在研究生的学位课程和学位论文中。

认真建设好研究生学位课程是研究生培养中的重要环节。为此，我们组织出版这套《研究生教材》，以满足当前研究生教学，主要是公共课和一批新型的学位课程的教学需要。教材作者都是多年从事研究生教学工作，有着丰富教学和科学研究经验的教师。

这套教材首先着眼于研究生未来工作和高技术发展的需要，充分反映国内外的最新学术动态，使研究生学习之后，能迅速接近当代科技发展的前沿，以适应“四化”建设的要求；其次，也注意到研究生公共课程和学位课程应有它最稳定、最基本的内容，是研究生掌握坚实的基础理论和系统的专门知识所必要的。因此，在研究生教材中仍应强调突出重点，突出基本原理和基本内容，以保持学位课程的相对稳定性和系统性，内容有足够的深度，而且对本门课程有较大的覆盖面。

这套《研究生教材》虽然从选题、大纲、组织编写到编辑出版，都经过了认真的调查论证和细致的定稿工作，但毕竟是第一次编辑这样高层次的教材系列，水平和经验都感不足，缺点与错误在所难免。希望通过反复的教学实践，广泛听取校内外专家学者和使用者的意见，使其不断改进和完善。

西安交通大学研究生院
西安交通大学出版社
1986年12月

前　言

当今，数字技术已成为现代科学技术的重要组成部分和有力的开发手段。数字系统的基础理论研究也在迅速发展之中。数字技术的广泛应用和高速发展，使得正在从事和将要从事数字技术工作的、以及与其有关的技术人员和研究生越来越感到，大学中所学的数字电路基础已不能满足发展的需要，希望能从理论和实践方面对原有的知识进行必要的补充和更新。本书就是为了深化他们的数字电路知识而编写的，主要对象是电类和自控类有关专业的大学毕业生、研究生及从事这方面工作的工程技术人员。

本书在内容上基本围绕如何设计性能良好、易于维护及诊断、可靠性高的数字系统这一中心。这也是近二十多年来，数字电路技术理论与工程界研究的中心课题。主要内容包括：现代开关理论；数字电路故障分析与诊断；数字系统的综合及可靠性设计。其中一至三章介绍现代开关理论，这是本书的基础理论，除了有针对性地介绍离散数学基础和有实用价值的布尔微分学外，还讨论了被认为有发展前途的矢量开关代数和模糊逻辑理论。第四、五、六章分别介绍数字电路故障分析、故障检测和诊断方面的基本理论和较为成熟的实用算法。这些知识都是设计、调试数字系统，尤其是要设计易于维护和诊断的数字电路所必须具备的基础。第七章讨论数字系统可靠性设计的基本理论和方法，把故障诊断和电路设计结合起来加以讨论。八至十章介绍数字系统的综合，也就是讨论如何综合考虑各方面要求，设计出性能较好的数字电路或系统。既把逻辑电路的设计与相应的器件水平结合起来加以论述，又介绍了计算机辅助逻辑综合基本方法。这部分内容是理论联系实际的桥梁。

总之，在内容选编上，尽量做到“少、精、新”，并把理论与实践统一起来。由于作者水平和学识所限，书中不妥和谬误之处在所难免，衷心希望读者及专家学者们不吝赐教。

本书编写过程中承蒙沈尚贤教授经常鼓励和支持。郑守淇教授仔细审阅了全书初稿，提出了许多宝贵意见。作者谨此表示衷心的感谢。

作　者

1987.4　于西安

目　录

第十章 数字系统设计

第一章　集合、格与布尔代数

以离散量为研究对象的现代开关理论是数字逻辑电路的基础，在数字电路的描述、分析、测试与故障诊断、逻辑综合、容错及可靠性设计等方面，它都起着重要的指导作用。系统地了解现代开关理论，有助于我们在数字电路技术领域的深入学习。

本章重点介绍格与布尔代数。其中从集合基本概念导出偏序集，又以偏序集的特殊子类——“格”作为研究对象，并从一般到特殊，引出“布尔格”，定义了布尔代数系统。最后，初步研究了布尔代数的性质。

1—1　集　合

1-1-1　基本概念

每一个数学分支，都可看成是研究具有某种共同性质的事物集合的科学。例如，几何学可看成研究“点”的集合的科学，而代数则离不开“数与运算”的集合。布尔代数是建立在一种特殊的集合——“布尔格”的基础上的。“集合”是一个不能用别的概念去精确定义的最基本的概念。具有共同性质的事物汇集成一个整体，就形成“集合”，如整数的集合、字母符号集等。通常用大写字母 A、B、C、…表示集合，而用小写字母 a、b、c、…表示集合中的元素，并用 $\in$ 和 $\notin$ 表示元素与集合的关系，$x\in A$ 表示 x 是集合 A 的元素，$y\notin A$ 表示 y 不是集合 A 的元素。

不含任何元素的集合称为空集，记之为 ϕ。具有某种共同特性的全部事物的集合称为全集，记之为 I。

两个集合 A 与 B 之间可以有下列几种关系：

(1) 包含关系

$A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$ 表示 A 包含于 B 之中，或称 B 包含 A，A 称为 B 的子集(合)。

$A \subset B$ 或 $B \supset A$ 表示 B 真包含 A，或说 B 绝对包含 A，A 真包含于 B 中，这时 B 中至少有一个元素不属于 A，A 称为 B 的真子集(通常仍称 A 是 B 的子集)。

(2) 相等关系

若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$，则集合 A 等于集合 B，记之为 $A = B$。

(3) 幂关系

若给定集合 A，则由 A 的所有子集为元素组成的集合称为集合 A 的幂集(合)，记之为$\mathscr{P}(A)$。

例如，$A = \{a,b,c\}$，则 $\mathscr{P}(A) = \{\phi,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$。

显然，具有 n 个元素的有限集合，其幂集合具有 2^n 个元素，是 2 的 n 次幂关系。

1-1-2 集合的运算

常用的集合运算有如下几种：

(1) 并(union)

设 A 和 B 是两个集合，A 与 B 的并(集)记为 $A \cup B$，它由下式定义

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

(2) 交(intersection)

集合 A 与 B 的交(集)记为 $A \cap B$，由下式定义

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

集合的“并”和“交”还可写成更一般的形式：

设 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_n$ 为集合，则 它们的并集$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cdots \cup A_n = \bigcup_{k=1}^{n} A_k$ 是这样一个集合，该集合中的元素至少属于相“并”集合中的一个。

它们的交集 $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cdots \cap A_n = \bigcap_{k=1}^{n} A_k$ 是这样一个集合，该集合中的元素必须所有相“交”的集合都含有的。

(3) 补(complement)

集合 A 的补集记为 $\bar{A}$，$\bar{A} = \{x | x \notin A\}$。

此外，集合还有“差”运算，此处不再赘述。

集合运算具有下列基本性质(定律)：

① 自反(idempotent)律： $A \cup A = A \quad A \cap A = A$

② 交换(communicative)律： $A \cup B = B \cup A \quad A \cap B = B \cap A$

③ 结合(associative)律 $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

④ 分配(distributive)律： $C \cup (A \cap B) = (C \cup A) \cap (C \cup B)$

$C \cap (A \cup B) = (C \cap A) \cup (C \cap B)$

⑤ 对偶律——狄·莫根定律(De Morgan's Law)：

$$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B} \qquad \overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

从上述基本定律，还可得到下列关系：

$$A \cup \bar{A} = I, \quad A \cap \bar{A} = \varnothing, \quad \overline{(\bar{A})} = A$$

必须注意，一般地说 $(A \cup B) \cap C \neq A \cup (B \cap C)$。

1-1-3 序偶和笛卡尔积(Cartesian product)

现在进一步讨论集合元素之间的基本关系。序偶是一种最简单的二元关系。“序偶”本身是一个二元素的集合，它的两个元素具有确定的顺序关系。用圆括号把一对具有确定顺序关系的元素括起来就表示一个序偶，如 (a,b)。特别注意，$(a,b) \neq (b,a)$，因为这两个序偶内的元素的顺序关系不同。序偶 (a, b) 中的两个元素可以来自不同的集合，分别代表不同的事物。例如

设 a 代表操作码，b 代表地址码，则序偶 (a,b) 就可以代表一条指令。显然，如将 a 与 b 的顺序关系改变，就不再代表一条指

令。序偶(a,b)中，a 称为第一元素，b 称为第二元素。

序偶表达了一个简单的二元关系。设 S 为序偶(a,b)的集合，其中 a 为集合 A 的元素，b 为集合 B的元素。那末在集合 S 中就可以确定这样一个二元关系 R，R 代表序偶中两个元素之间的某种关系，记之为 aRb，或写成 $(a,b)\in R$。但这并不意味着 A 中的任意元素与 B 中的任意元素都具有 R 关系，都可构成序偶。例如，A 为地址码的集合，B 为操作码的集合，那末，只有其中一部分元素可以搭配成指令。这些构成指令关系的所有(a,b)序偶就是关系 R，R就代表了指令中地址码和操作码之间的关系。我们把具有这种关系序偶的集合称为 R 集合，记之为

$$R=\{(a,b)|a\in A,\ b\in B\}，或(a,b)\in R。$$

由二元序偶可以推广到三元组序偶、四元组序偶等。三元组序偶中的一个元素本身又是一个二元序偶，记之为$((a,b),c)$。如(a,b)代表一条指令，c 代表该指令执行周期，那末，三元组序偶$((a,b),c)$就更详细地描述了一条指令。

设 A 与 B 为两个集合，若序偶的第一元素是集合 A 的元素，序偶的第二元素为集合 B 的元素，则所有这种序偶的集合被定义为集合 A 与 B 的笛卡尔积，或称直积，记作 $A\times B$。即

$$A\times B=\{(a,b)|a\in A,\ b\in B\}$$

同理，集合 $A_1,A_2,\cdots A_n$ 的直积为

$$A_1\times A_2\times\cdots\times A_n=\{(a_1,a_2,\cdots a_n)|a_i\in A_i,\ i=1,2,\cdots,n\}$$

例 1 设$A=\{0,1,2\}$，$B=\{3,4\}$，求 A 与 B 的直积。

解 根据定义可得

$$A\times B=\{(0,3),\ (0,4),\ (1,3),\ (1,4),\ (2,3),\ (2,4)\}$$

1—2 偏序集

元素间具有特定顺序关系的集合称为有序集，大小关系。因子关系等都可以认为是一种特定的顺序关系。其中最有普遍意义

的一种关系叫做偏序关系，它联系着最重要的一种有序集，即偏序集。偏序关系和偏序集由下列定义给出。

定义 1 设 R 是集合 A 内的关系，当且仅当下列条件满足时，R 称为集合 A 内的偏序关系，序偶 (A, R) 称为偏序集。

① 自反性：对所有的 $a \in A$ 都存在 aRa。

② 反对称性(antisymmetric)：对所有 $a, b \in A$，如 aRb 且 bRa，则 $a = b$。

③ 可传递性(transitive)：如 $a, b, c \notin A, aRb$ 且 bRc，则 aRc。

许多文献中采用"≤"表示偏序关系，注意不要与代数中的"小于或等于"的关系混淆。"小于或等于"也是一种偏序关系，读者不难以上述定义验证之，然而，偏序关系绝不仅限于此。本书为了和一般的关系 R 区别，也采用"≤"表示某种偏序关系，因而，记偏序集为 $(A, \leqslant)$。

例 2 设 $A = \{2,3,6,18\}$，令"≤" $= \{(x, y) \mid x$ 整除 $y\}$，试验证"≤"是一个偏序关系。

证明： ① 显然当 $x \in A$ 时，x 能被 x 整除，满足自反性。

② 设 $x, y \in A$ 且 $x \leqslant y, y \leqslant x$，则必有 $x = y$，满足反对称性。

③ 显然，整除关系是具有可传递性的。

因而，"≤"的偏序关系成立。"≤" $= \{(2,2),(3,3),(2,6),(3,6),(6,6),(2,18),(3,18),(6,18),(18,18)\}$

有限集的二元关系可用"关系图"来表示。在关系图中，用小圆圈表示元素，用有向弧定向连结有关系的序偶，如 $xRy(x \leqslant y)$，就可用从 x 出发的有向弧指向 y 来表示。图 1-2-1 即上例的关系图。关系图是一种有向图，它不仅表示出偏序集元素间的偏序关系，还揭示了元素间的层次关系。

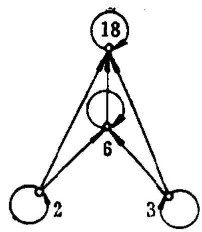

图 1-2-1 例2之关系图

为了更清楚简便地表示偏序集中元素间

的关系，使用“覆盖图”表示元素间的覆盖关系更为方便。在给定偏序集$(A,\leqslant)$中，如$x,y\in A$，$x\leqslant y$，$x\neq y$,且没有其它元素z能满足$x\leqslant z,z\leqslant y$，则称元素$y$覆盖元素$x$.

一个偏序集的覆盖关系是唯一的，其作图规则为：

① 用小圆圈代表元素；

② 如$x\leqslant y$，且$x\neq y$，则将y的小圆圈画在x的上方；

③ 如y覆盖x，则x与y之间用直线连接。

例 2 的覆盖图如图 1-2-2 所示，覆盖图又称相关图。

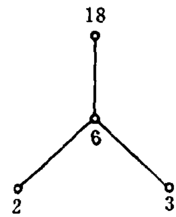

图 1-2-2 例 2 的覆盖图

定义 2 设$(A,\leqslant)$为偏序集，B为A的非空子集，$b_0\in B$，如对所有$b\in B$，均满足$b_0\leqslant b$,则称b_0为B的最小元(素)。如对部分$b\in B$,满足$b_0\leqslant b$,则称b_0为极小元(素)。

显然，最小元一定是极小元，极小元不一定是最小元。相应地，可定义出最大元和极大元。最大元和最小元是唯一的，极大元和极小元可以有多个。

为简单起见，以后把偏序集$(A,\leqslant)$简记为偏序集A。

两个偏序集的笛卡尔积也是一个偏序集。

定理 1 设A，B为两个具有覆盖关系的偏序集，即在A集合上$a_1\leqslant a_2$，在B集合上$b_1\leqslant b_2$,则$A\times B$也是具有覆盖关系的偏序集，即$(a_1,b_1)\leqslant(a_2,b_2)$。

证明：$A\times B$的每一个元素均为序偶，序偶的覆盖关系是指序偶中的第一元素和第二元素分别具有覆盖关系，由于第一元素的集合A与第二元素的集合B都是具有覆盖关系的偏序集，所以它们的序偶也具有覆盖关系。

例 3 设$A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,2,5,10\}$均为偏序集，偏序关系为算术整除关系。试画出A，B及$A\times B$的覆盖关系图。

解：偏序集A，B及$A\times B$的覆盖关系如图 1-2-3 所示。

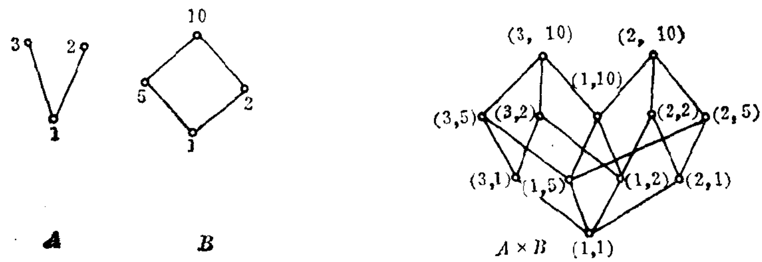

图 1-2-3　$A\times B$ 覆盖关系

既然偏序集的元素之间具有一定的偏序关系，那末偏序集的元素就可以实现一定的运算关系。

定义 3　设 p 为偏序集，x、y、b 及 m 为 p 的元素，如 b 是 x 和 y 的“交”，则 b 被说成是 x 和 y 的最大下限，如 m 是 x 和 y 的“并”，则 m 为 x,y 的最小上限(图 1-2-4)。最大下限用 g.l.b(greatest lower bound)表示，最小上限用 l.u.b (least upper bound)表示。记之为

$$\text{g.l.b}[x,y]=x\cap y=b$$

$$\text{l.u.b}[x,y]=x\cup y=m$$

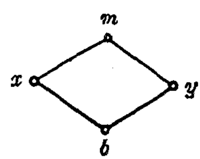

图 1-2-4　g.l.b.与 l.u.b 示意图

对给定的 x,y，如果它们的“交”和“并”存在，则是唯一的。

为了简便，常用“·“和“+”来代替“∩”和“∪”表示有序集元素间的“交”和“并”运算，而且用 x,y,z 代表一般元素，用 a, b, c,…代表特定元素。

现在，我们可以进一步研究偏序集的代数运算规律。

定理 2　设偏序集 A 的两个元素 x 和 y 的 g.l.b 和 l.u.b 存在，则当且仅当 $x\cdot y=x$，$x+y=y$ 成立时，$x\leqslant y$ 成立。

证明： 因为只有当且仅当 y 覆盖 x 时，x 是它们的最大下限，y 是它们的最大上限，即满足 $x\cdot y=x$ 与 $x+y=y$。y 覆盖 x，当然就意味着 $x\leqslant y$。