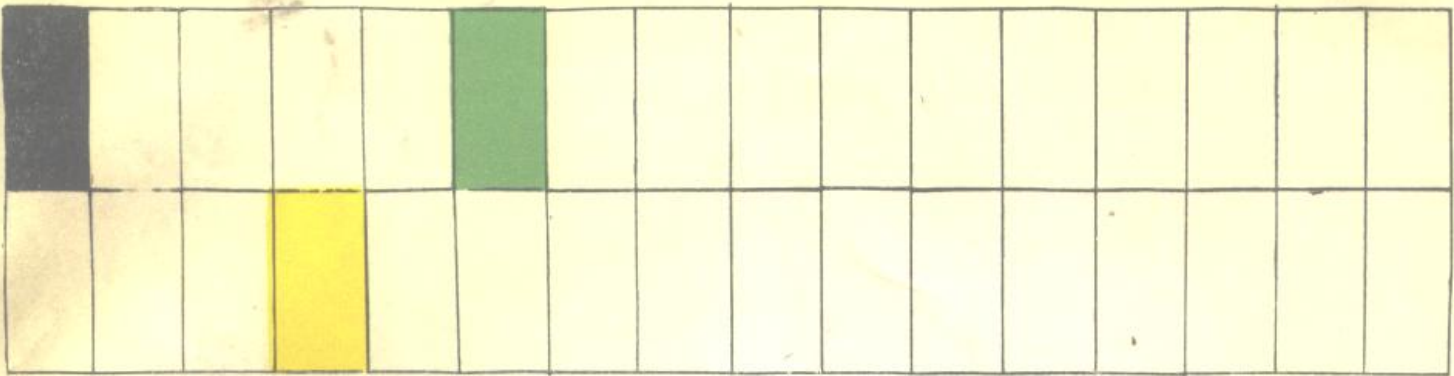
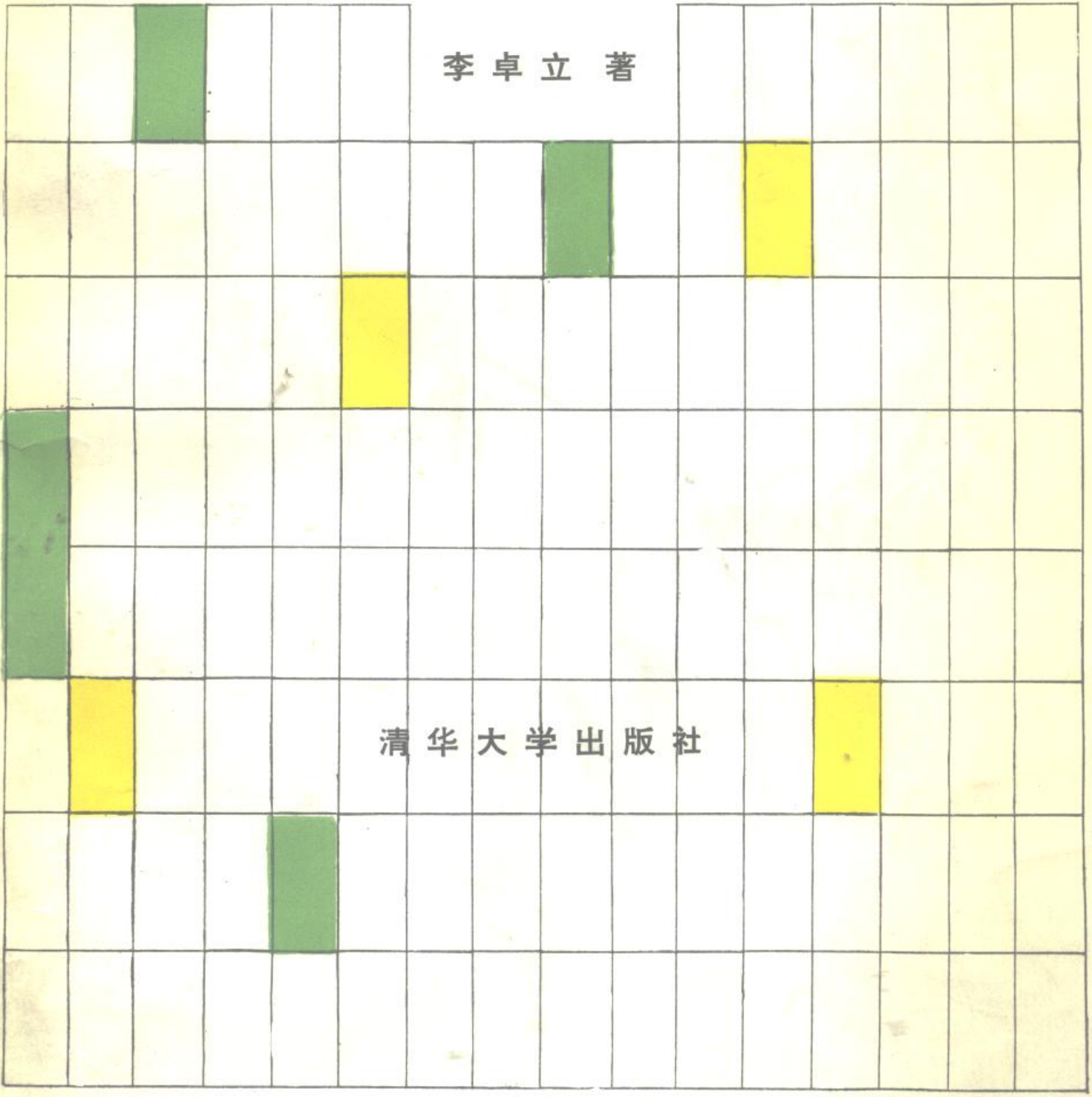




实用经济计量学

李卓立 著

清华大学出版社



实用经济计量学

李卓立 著

清华大学出版社

经济计量学

本书将经济学、数学和统计学结合起来,努力吸取近几年来经济计量学上的最新成果,由浅入深地阐述了各种经济计量方法及其在经济分析、经济预测、政策研究等方面的应用,对于改进我国社会主义有计划商品经济的管理工作,有一定的参考作用。

本书分单方程回归模型、时间序列模型、多方程模拟模型三个部分共十七章,着眼于实际应用,并引用大量实例,可供政府经济管理部门、厂矿企业的领导干部、管理工作者和经济研究部门的科研人员阅读,也可作为大专院校有关系科师生教学参考书。

经济计量学

吴良镛 著

清华大学出版社出版

北京 清华园

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

★

开本: 787×1092 1/16 印张: 21.25 字数: 544 千字

1987年10月第1版 1987年10月第1次印刷

印数: 0001—6000

统一书号: 113235·325 定价: 3.50元

前 言

拙著《实用经济计量模型与经济预测》1981年出版以来,虽然受到国内广大读者的极大关注,但对于实际应用来说,总感到失之简略。为此,笔者根据自己近年来工作中的体会和经济计量学的最新发展,对原著彻底进行改编,并易名《实用经济计量学》。

现在,经济计量学已经发展成为两个分支:一是以经济计量原理和方法为研究对象的理论经济计量学,另一是以经济计量学的应用为研究对象的实用经济计量学。这次改编,保留了原著以实用为目的的特点,不对高深的理论问题进行深入探讨,但对基本的原理和方法,特别是实际应用中可能遇到的各种问题及其解决办法,都根据经济计量学的最新成果,尽可能阐述清楚,使读者在运用各种经济计量模型解决实际经济问题时,不致因误解而导致误用。

作为一种方法论,经济计量学是具有普遍意义的,但用它去解决实际经济问题,就不能不考虑到时间、地点和具体条件的不同。特别是,我们是社会主义国家,实行计划经济为主,我国的国情、历史、文化以及面临的经济问题,也有自己的特点,因此,西方的经济计量模型,决不能囫囵吞枣地搬到我国来使用。为了帮助读者更好地从实际出发,理解和运用各种经济计量模型,书中进一步增加了许多实例和例题,书后并附有习题和解答。遗憾的是,本书是笔者在香港工作期间编写的,手头缺乏有关国内资料,所以实例多是国外的,这一点请读者注意和谅解。

在本书编写过程中,承中山大学潘孝瑞、郑宗成、余望之提出宝贵意见。初稿写成后,又承北京大学秦宛顺、靳云汇和清华大学黎诣远先后细加审查修订。本书第十七章“确定性控制论在经济学中的应用”是笔者一次新的尝试;如无清华大学卢开澄的鼓励和帮助是决难完成的。清华大学谢文惠同志为本书的出版做了不少工作。在此,笔者致以衷心的感谢。

李卓立

1983年12月30日

目 录

绪论	1
第一篇 单方程回归模型	5
第一章 定式	6
1.1 模型的确定	6
1.2 模型的具体形式	6
1.3 模型确定错误的原因	7
第二章 估计	8
2.1 估计的步骤	8
2.2 估计量的小样本特性	9
2.3 估计量的大样本特性	10
2.4 一元回归模型的假设	13
2.5 最小平方估计法	14
2.6 多元回归模型的最小平方法估计法	16
2.7 极大似然估计法	19
第三章 一元回归与多元回归模型的一级检验	21
3.1 一元回归模型的无偏性检验	21
3.2 一元回归模型的有效性检验	22
3.3 一元回归模型的 σ^2 估计	23
3.4 一元回归模型的 $\text{Cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$	25
3.5 一元回归模型的方差分析	26
3.6 一元回归模型的 t 检验	27
3.7 一元回归模型的 F 检验	28
3.8 一元回归模型的 R^2 检验	28
3.9 多元回归模型的无偏性检验	29
3.10 多元回归模型的有效性检验	30
3.11 多元回归模型的 σ^2 的无偏估计量	31
3.12 多元回归模型的方差分析	32
3.13 多元回归模型的 R^2 检验	33
3.14 多元回归模型的 F 检验	33
3.15 多元回归模型的 t 检验	33
第四章 关于随机变数假设与非随机变数假设的二级检验	42
4.1 关于随机变数假设的非同方差性	42
4.2 关于随机变数假设的误差项一阶序列相关	51

4.3	关于随机变数假设的 $\text{Cov}(X, \varepsilon) \approx 0$	60
4.4	关于非随机变数假设的多重共线性	65
4.5	关于非随机变数假设的变数误差	70
4.6	关于非随机变数假设的模型确定错误	72
4.7	关于非随机变数假设的滞后变数	74
第五章	几个问题的探讨	77
5.1	贝塔系数	77
5.2	偏相关系数	77
5.3	弹性系数	78
5.4	虚拟变数	79
5.5	分组资料的估计和特点	82
第六章	抉择模型	86
6.1	线性概率模型	86
6.2	Probit 模型	87
6.3	Logit 模型	87
6.4	判别分析	89
第七章	非线性函数估计	93
7.1	非线性函数	93
7.2	几种非线性估计的方法	94
7.3	一个非线性估计的例子	95
7.4	线性函数与非线性函数估计结果的比较	96
第八章	单方程回归模型预测	98
8.1	预测	98
8.2	无条件预测	99
8.3	有条件预测	101
8.4	非线性函数预测	102
第二篇	时间序列模型	105
第九章	确定性时序模型	106
9.1	常用确定性时序模型	106
9.2	移动平均模型	109
9.3	季节性调整	110
第十章	随机性时序模型	112
10.1	随机时序的假设	112
10.2	随机时序的平稳性	113
10.3	随机时序模型的基本类型	118
10.4	MA(q) 与 AR(p) 的特定关系	120
10.5	自回归模型 AR(p)	121
10.6	移动平均模型 MA(q)	127
10.7	自回归与移动平均混合模型 ARMA(p, q)	133

10.8	自回归与移动平均结合模型 $ARIMA(p, d, q)$	138
10.9	多元自回归移动平均模型 $MARMA$	138
10.10	季节性	151
第十一章	随机时序模型预测	156
11.1	最小均方误差预测	156
11.2	预测	157
11.3	预测误差和预测置信区间	158
11.4	$ARIMA$ 的预测性质	158
第三篇	多方程模拟模型	163
第十二章	联立方程式的估计	164
12.1	偏倚性和不一致性的产生	164
12.2	多方程模型的类型	165
12.3	识别问题	166
12.4	间接最小平方法	174
12.5	二段最小平方法	176
12.6	Zellner 估计法	178
12.7	三段最小平方法	180
第十三章	模拟模型	184
13.1	乘数、加速数模拟模型	184
13.2	模拟模型的评价	188
13.3	一个模拟的例子	191
13.4	不同估计方法的不同模拟结果	197
13.5	模拟值的计算	198
第十四章	模拟模型的动态特性	201
14.1	模型的稳定性和振荡性	201
14.2	模型的动态反应	206
14.3	模型的调整	208
14.4	随机模拟	209
14.5	模型最后式	212
第十五章	主要组成要素法	219
15.1	主要组成要素法的作用	219
15.2	主要组成要素法的步骤	219
15.3	主要组成要素法的评价	225
第十六章	模拟模型实例	226
16.1	美国宏观经济计量模型	226
16.2	MAHALANOBIS 模型	239
16.3	财务模拟模型	240
第十七章	确定性控制论在经济学中的应用	251
17.1	控制论及其作用	251

绪 论

经济计量学问世五十多年了。它的产生有其历史背景。

西方的自由主义经济学、主张私人财产神圣不可侵犯,契约自由(包括雇工、解雇),自由竞争,自由放任(政府不干预私人企业活动)。它公开宣称:追求个人利益不仅不会危害公益,反而最大限度地增进公益。它认为社会上生产什么,生产多少,资源如何分配,所得归谁所有等等及其错综复杂的问题,都可以通过市场机制这只“看不见的手”安排得妥妥当当。市场有自我调节和反馈作用,用不着政府干预,更用不着什么国家经济政策。如果国家有什么经济政策,那就是自由放任。直到二十世纪二十年代,西方资产阶级学者还预言资本主义会长期繁荣。

然而,他们的主观愿望却受到现实的无情嘲弄。1929年10月,爆发了震撼整个资本主义世界的经济大萧条,大批企业倒闭破产,号称最富饶的美国,每四个劳动力中就有一个失业。与资产阶级学者预言相反,市场自我调节和反馈作用失灵,萧条持续四年之久。在这种情况下,美国总统罗斯福大力推行“新政”。主张政府干预经济,用国家财政手段和金融手段制造有效需求的凯恩斯学说应运而生,国家干预经济的理论成了经济学研究的热门。

西方国家放弃自由放任政策,主张干预社会经济,自然要求经济学提供经济政策的理论依据。制定经济政策不能脱离经济实际,必须对有关经济活动进行测定、分析和研究,以科学的测定方法研究人们经济行为的法则,而这门学问就是经济计量学。三十年代, J·Tinbergen, R·Frish 以及 G·Tintner 等开始创建经济计量学,从两个经济变数的相关分析开始,进而研究回归分析,并发展到复杂的方程式和包括千百个变数的联立方程式模型。经济计量学早期着眼于一般商情的研究和预测,进而研究市场供求关系,近年来集中于国家经济规划理论。自五十年代后期起,经济计量学的发展极为迅速。这除了因统计理论和数理经济学的发展外,快速电子计算机的不断完善和发展起了很大的作用。大量统计和调查资料的累积和运算,离开电子计算机几乎是不可能的。1930年世界经济计量学会在美国成立,首届学会主席是著名经济学家 I·Fisher, 这个学会对推动经济计量学的发展起了一定作用。

经济计量学是一门综合经济理论、统计学和数学的综合性科学。经济计量学是经济学的一个分支,用测定经济关系的方法分析和研究经济现象。一般来说,经济计量学是建立在经济理论基础上的,是在经济理论指导下测定、分析、研究经济现象的。日本经济学家辻村江太郎,将经济理论比作医学理论,而将经济计量学比作是临床学。但这也不是绝对的。由于经济现象错综复杂,千变万化,并非现有的经济理论所能囊括和具体解释清楚。经济计量学不能等待经济理论完全成熟之后再着手应用,它往往采取“让资料本身去说明事实”的证实观点,即由分析已占有的观察资料出发,对所研究的经济变数的相互关系作

出假设,然后用实践结果来检验假设。假如检验满意,便认为假设是可以接受的。但总的说来,经济理论的不断完善和发展,无疑会推动经济计量学向前发展。

经济计量学虽然以数学方式表达经济关系,但不同于数理经济学。主要区别在:数理经济学并不涉及误差项,并不研究有关参数的具体估计量。但数理经济学既然以数学方式研究经济变数之间的相互关系,就为经济计量学提供了经济关系的数学表现形式,为确定模型奠定了良好基础。

统计分析是经济计量学必不可缺的工具。我们往往需要从观察到的样本估计总体参数,而统计检验更是离不开统计分析。经济计量学的应用,需要懂经济计量学的专门人才、系统的可靠的统计资料,以及电子计算机。其中以系统的可靠的统计资料最难得到,也最费人力、物力和时间。然而,缺乏统计资料,经济计量学的应用便成为无米之炊。所以,资料建设是实际应用经济计量学的头等大事。

研究经济计量学的目的有三:①分析和检验经济理论;②制定经济政策,预计政策实施引起的一系列连锁反应和深远后果;③预测未来的经济变化。这三个目标,特别是第二、第三个目标,是政府和大企业极其关注的。不难理解,为什么许多国家的政府和大企业愿意投放大量的人力、物力和时间,发展各式各样的宏观经济模型和微观经济模型。苏联也不例外。

正如前言中已经提到的,经济计量学的方法虽然具有普遍意义,但必须从各国实际情况出发。印度著名经济学家 P. C. Mahalanobis 曾指出:西方宏观经济模型是建立在凯恩斯经济理论基础之上的,这个理论的历史背景是二十世纪三十年代初期西方经济的大萧条时期。当时,西方社会出现一种非常奇特的现象:存货堆积如山,原料、燃料不缺,现代化机器大批闲置,而大量工人要工作而不可得,被迫排队领取少得可怜的救济金。原因何在?据凯恩斯理论,这是缺乏有效需求,即社会上缺少购买力去购买货物和劳务,因此鼓吹政府运用金融手段特别是财政手段去制造有效需求。所以,这个理论被称为需求管理理论。印度是个穷国,人多,缺乏资金,缺乏技术,和西方发达国家大不一样。如果鼓励人们多消费,只能穷上加穷,走进死胡同。因此,在凯恩斯理论指导下建立的西方宏观经济模型,不能生硬地应用到印度。印度要自力更生,节衣缩食,积累资金,着手工业化,改变穷困落后的面貌。Mahalanobis 很有志气,创建了一个以他的名字命名的模型,印度的第二个中期计划,就是使用这个模型编制的。

笔者在实践中体会到,辩证唯物论是学习和应用经济计量学的正确方法。因为,实践(以反应实践的可靠资料为代表)是经济计量的依据,而模型是否反映客观,也要由实践来加以检验。社会经济是在不断变化的,旧的矛盾解决了,又会出现新的矛盾,前一阶段处于次要地位的矛盾,有的会在下一阶段转化为主要矛盾,而矛盾的主要方面也在变化。因此,模型要能反映客观,就必须随着客观事物的变化而不断地加以修订、修改乃至推倒重来。

到目前为止,经济计量学还不能说是一门象数学、物理、化学那样严谨的科学,在某种程度上类似于气象学和气象预报,所以有人称之为:“既是科学,又是艺术”。这是因为,无论哪一种经济计量模型,都是建立在若干假设之上的,而且往往受到某些条件的限制,因而既有其优点,也有其弱点;这还因为,无论哪一种经济模型,都不可能将所有现实的经济因素全部包罗无遗,何况除经济因素外,还有社会因素、政治因素、心理因素等都在起作

用。所以,在实际工作中,最好是同时采用两个或两个以上的经济模型,然后将不同的结论互相比较,择优采用。一般说来,这些结论也只能作为决策时的依据或参考,而不宜直接作为决策。

本书按模型的种类分为单方程回归模型、时间序列模型、多方程模拟模型三篇,依次分别加以论述。

第一篇 单方程回归模型

在单方程回归模型中,最简单的是一元回归模型,只包括两个变数:一个因变量,一个自变量。例如, $y = f(x)$ 。同时,还有多元回归模型,包括两个以上的变数,即一个因变量和几个自变量。例如, $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。实用经济计量的研究,致力于经济关系各参数的测定,并借助于其估计量预测经济变数的未来值。

任何经济计量的研究,都可分为以下四个阶段:

- ① 定式阶段: 确定经济变数间的因果关系,并用数学方程式表达出来。
- ② 估计阶段: 根据观察到的样本资料,用适当的经济计量方法,估计总体回归函数(或其他函数模型)的参数。
- ③ 检验阶段: 检验估计量是否符合一定的统计标准和经济计量标准。
- ④ 预测阶段: 用通过检验认为可用的估计量,计算因变量的未来数值。

以下关于单一回归模型的论述,大体上也遵循这个次序。

单一回归模型阐明经济计量模型的基本理论和应用,是全书的基础。读完这一部分后,既可阅读第二篇,也可以直接阅读第三篇。本部分涉及若干统计概念和矩阵,如读者需要,可查阅书后附录。

第一章 定 式

关于定式的若干基本原则,在绪论中已经提到,不再赘述,这里只谈几个具体问题。

1.1 模型的确定

模型的确定,需要解决以下三个问题:①总体回归函数包括哪些变数?哪个变数是因变量,哪个变数或哪几个变数是自变量?所谓自变量,也称独立变数或解释变数,是指可以独立变化的变数。按因果关系来说,自变量是因。因变量,是指随着有关自变量的变化而变化的变数。按因果关系来说,因变量是果。②总体回归函数有哪几个参数,其大小和符号(正号或负号)是怎样的?③函数的数学形式,是线性函数还是非线性函数?具体方程式是怎样的?

如果所研究的问题,已有明确而具体的经济理论可循,则上述①、②问题不难解决。否则,只有按实证的观点,“让资料本身去说明事实”。关于函数的数学形式,经济理论一般没有具体给出。人们之所以采用线性函数,是因为它计算方便,成本较低。但随着数理统计、数理经济和快速电子计算机的发展,非线性函数的应用有日益增多的趋势。

1.2 模型的具体形式

现以消费函数为例,说明单一回归模型的具体形式。消费函数是经济理论中论述比较具体的题目之一,用数学方式表达为:

$$C = f(Y)$$

其中

$$C = \text{消费}$$

$$Y = \text{收入}$$

假设这个函数关系是线性的,则有

$$C = \alpha + \beta Y + \varepsilon$$

其中

$$\varepsilon = \text{误差项}$$

β 是所谓边际消费偏向,缩写为 MPC ,指的是消费增量占收入增量的份额。如某人月收入新增加 10 元,消费新增加 8 元, MPC 便是 0.8。 MPC 的值一般应小于 1,但不应是负数,故有 $0 < MPC < 1$ 。

α 是函数的截距,应是正值。即当收入为 0 时,消费不会降到 0,人们可以消费过去的储蓄,或用其它办法应付必要的开支。

人们消费多少,不完全取决于收入的多少。价格,嗜好,气候,对将来收入的期望,或为将来某种打算而积蓄,等等,都会影响消费。所有这些,在上述消费函数中并没有明确表示出来。如果这些因素对消费的影响不大,便都汇集到误差项内。如果影响相当大,说明上述消费函数形式不正确,漏掉重要的自变量,需要重新定式。

关于消费函数是否呈线性,也是有争议的。人们发现:收入越高, MPC 越小。这是可以理解的。一个人收入 50 元,生活很困难,全部都消费掉还难以度日, MPC 很可能接近 1,即新增收入可能全部消费掉。另一个人收支 1000 元,钱花不了, MPC 很可能降至 0.3 以下。要描述这种情况,线性的消费函数显然是做不到的。有些学者主张用非线性的消费函数,例如:

$$C = \beta_0 + \beta_1 Y^{\beta_2} + \varepsilon$$

又如凯恩斯理论关于流动性偏好的定理,用数学方式表达为:

$$M = \beta_0 + \beta_1 Y + \beta_2 i + \varepsilon$$

其中

M = 对货币的需求量

Y = 收入

i = 利率

ε = 误差项

按照凯恩斯理论, M 与 Y 成正比,即 Y 越大, M 越大。这是因为,收入多了,便需要更多的货币进行交易。而 M 与 i 成反比,即 i 越高, M 越小。这是因为:①利率越高,如果不将现款存入银行或借出,损失越大;②利率增高,意味着其它有价证券落价,为牟利便将现款购买有价证券。基于上述原因,可以认为 β_1 是正值,而 β_2 是负值。至于 β_1 和 β_2 之大小,凯恩斯理论没有具体说明,但可以参考过去企业和个人的习惯加以确定。

1.3 模型确定错误的原因

在经济计量研究工作或实际经济工作中,模型的确定是最重要的,也是最困难的,因为没有一定的准则可循。对某种经济现象的研究,用简单回归方程模型,还是用联立方程模型或时间序列模型,都得由经济计量工作者自己决定。一个大型模型的建立,往往需要投入大量人力、物力和较长时间,经过反复验证,这绝不是轻而易举一下子就能得到的。

模型确定错误通常表现在:函数漏掉某些主要的变数(在多方程模型中漏掉某些方程式);模型的数学形式不正确。其所以发生错误,部分原因是:①没有完善的经济理论可循,或经济理论阐述得不够清楚;②人们对被研究的事物本质的内在联系还不认识,没有抓住主要矛盾或矛盾的主要方面;③缺乏系统的可靠的资料,导致判断错误。

第二章 估 计

2.1 估计的步骤

模型确定之后,紧接着就是估计。估计就是从观察到的样本资料算出估计量,以估计总体回归模型的参数。估计大体上分下面几个步骤:

2.1.1 收集有关观察到的样本资料。这是一项很艰巨的工作。一方面要核实资料,保证确实可靠;另一方面要求资料全面而又系统,残缺不全的资料不能使用。观察次数不宜太少,至少在30次以上。为此,人们往往选用季度资料而不用年度资料。回归模型有一个基本假设,即预测期与样本期的社会经济结构大体不变。如果用战争期间的资料去预测和平时期的经济关系,或以大萧条期间的资料去预测繁荣期间的经济关系,很可能与现实脱节,所以选用资料必须细加分析。

2.1.2 检验函数的识别条件。识别问题在第三篇还要详加讨论,这里只简略解释一下识别的概念。所谓识别,就是判明通过估计得到的估计量,是否确属我们所需要的估计量。例如,我们试建立一需求函数 $Q_d = f(P)$, 即需求量 Q_d 随价格 P 的变动而变动。同样, $Q_s = f(P)$, 即供给量 Q_s 也随价格 P 变动而变动。而在市场上,以一定价格成交时, $Q_d = Q_s$ 。因此,如果我们收集到市场成交价格 and 成交数量的资料进行估计,我们便难以辨别所得到的估计量,是需求函数的参数,还是供给函数的参数。

2.1.3 检验函数在综合资料过程中可能发生的误差问题。函数往往使用综合性的变数。例如,总收入是个人收入的综合;某大类商品(例如食品类)的价格是属于该大类各个商品(例如米、糖等)价格的综合,通常以物价指数表示;年度资料是季度、月度资料的综合;某大地区的资料是该地区内各城乡资料的综合。在综合过程当中,很可能发生误差,影响到估计的准确性,因此有必要严加检查,尽早杜绝一切可能发生的误差。

2.1.4 检查自变量之间是否存在多重共线性。如果函数存在两个以上的自变量,便需要进行自变量之间的相关分析。若自变量之间存在着不同程度的线性关系,则称自变量之间具有多重共线性。如果两个自变量之间相关系数绝对值等于1,则不能确定参数估计量。关于多重共线性,在第四章还要详加讨论。

2.1.5 选择适当的经济计量方法估计参数。就单一回归方程模型来说,估计方法主要有:①最小平方方法(或古典最小平方方法或普通最小平方方法)。②间接最小平方方法或简化式技术。③二段最小平方方法。④极大似然估计法。此外,还有各种混合估计法。其中,以最小平方方法和二段最小平方方法使用最广。本章着重讨论最小平方方法。又因应用矩阵进行最小平方方法估计非常方便,也很实用,故引进矩阵符号。本章也扼要地介绍极大似然估计法。关于二段最小平方方法及简化式技术,将在第三篇进行阐述。上述四种估计法各有优缺点,待全面介绍后再详加比较。

2.2 估计量的小样本特性

用小样本资料得到的估计量,可以用下面六个标准来衡量,以便决定是否是一个好的估计量:无偏性,最小方差,有效性,最好线性无偏性(BLU),最小均方差(MSE),充分性。

2.2.1 无偏估计量: 一个估计量的偏倚 Bias 规定为:

$$\text{Bias} = E(\hat{\beta}) - \beta$$

如果一个估计量的偏倚为零,即 $E(\hat{\beta}) - \beta = 0$ 或 $E(\hat{\beta}) = \beta$, 它就是无偏估计量。这就是说,对给定的样本容量,当随机抽取的观察值数目增加时,无偏估计量便趋近于参数的真实值。无偏性只有和最小方差同时存在时才显得重要。

2.2.2 最小方差估计量: 一个估计量如果和用其它经济计量方法所获得的任何估计量相比较,方差最小,便认为是最好估计量或最小方差估计量。设用两种不同经济计量方法所获得的估计量的方差,具有如下关系:

$$E[\hat{\beta} - E(\hat{\beta})]^2 < E[\tilde{\beta} - E(\tilde{\beta})]^2$$

或

$$\text{Var}(\hat{\beta}) < \text{Var}(\tilde{\beta})$$

便说与 $\tilde{\beta}$ 相比, $\hat{\beta}$ 是个好的估计量。

最小方差只有兼具最小偏倚才有意义。如果一个估计量偏倚很大,但方差最小,只不过说明该估计量(是个变数)紧紧聚集在远离参数真实值的周围。

2.2.3 有效估计量: 这是指在所有无偏估计量中方差最小的估计量,它(设为 $\hat{\beta}$) 具备无偏和最小方差的特性,即满足两个条件:

① $E(\hat{\beta}) = \beta$

② $E[\hat{\beta} - E(\hat{\beta})]^2 < E[\beta^* - E(\beta^*)]^2$

其中, β^* 为真实参数 β 的任何其它无偏估计量。

2.2.4 最好线性无偏估计量 (BLUE)

线性估计量: 如果一个估计量是样本观察值的线性函数, 这个估计量就是线性估计量。例如样本平均数 $\bar{Y}$, 就是一个线性估计量, 因为

$$\begin{aligned}\bar{Y} &= \frac{\sum Y_i}{N} = \frac{1}{N} \sum Y_i = \frac{1}{N} (Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_N) \\ &= \frac{1}{N} Y_1 + \frac{1}{N} Y_2 + \cdots + \frac{1}{N} Y_N\end{aligned}$$

一个估计量如果是线性无偏的,且与其它线性无偏估计量相比方差最小,它就是最好线性无偏估计量。

2.2.5 最小均方差估计量 (MSE)

设 $\hat{\beta}$ 是最小均方差估计量,其均方差达最小值: $MSE(\hat{\beta}) = E(\hat{\beta} - \beta)^2$

可以证明 $MSE(\hat{\beta}) = \text{Var}(\hat{\beta}) + \text{Bias}^2(\hat{\beta})$

[证明] $MSE(\hat{\beta}) = E(\hat{\beta} - \beta)^2$

$$= E\{[\hat{\beta} - E(\hat{\beta})] + [E(\hat{\beta}) - \beta]\}^2$$

$$= E[\hat{\beta} - E(\hat{\beta})]^2 + E[E(\hat{\beta}) - \beta]^2$$