

力学与实践

LIXUE YU SHIJIAN

(增 刊)

力学与实践编辑部编

北京大学出版社

1985

力学与实践 (增刊)

力学与实践编辑部编

*

北京大学出版社出版

(北京大学校内)

北京市海淀印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

787×1092毫米 16开本 10.25印张 160千字

1985年12月第一版 1985年12月第一次印刷

印数: 0001—3,200册

统一书号: 13209·130 定价: 1.80元

力学与实践

(增刊)

目 录

地下建筑物及高坝建设中岩体各向异性效应问题的探讨·····林天健	(1)
饱和土的Biot固结理论中由骤加荷载产生的初始附加场·····陈亦彰	(9)
抑制跨音速风洞背景噪声的试验研究·····陈玉清 谷嘉锦	(15)
机器中的爬行——原因和对策·····孙 铨	(22)
单深波纹膜的非线性变形·····曹志远	(26)
人卫摄影仪(DRS)跟踪轴的平衡·····杨建生	(32)
直缝焊管成型的有限元素分析·····蔡松庆 赖明道	(35)
建立振动系统运动方程的图论方法·····王宪民	(42)
用复线性代数方程组计算结构的动力响应·····王世忠	(46)
“立方体定律”在建筑物爆炸泄压研究中应用的可能性·····王宝兴	(51)
带钢卷取机动态力矩的研究·····傅文祖	(56)
柔绳与刚性圆柱体间的摩擦方程·····杨知新	(62)
一种高效折板结构有限元计算方法——杂交元和杂交算法的结合·····徐林生	(65)
梁的经典理论中的广义变分原理及其相关的推广的Galerkin方法·····	
·····李家仁 张慎学	(68)
刚架计算的一种近似法·····温文刚	(73)
点支承圆板和环形板的级数解·····胡企千	(77)
五弯矩方程·····许 楹 刘绍敏	(84)
幂强化的D-M模型修正·····文丕华	(88)
风轮机的效率和叶片扭偏角的计算·····潘 根	(92)
测试单向复合材料层间剪切强度试样存在偏角时的公式·····李顺林	(99)
多台脉冲X光机出光时间间隔的量测·····陈善良 金 辉	(103)
连续冲击时加速度和位移时间历程的测量·····戴诗亮 张元润 吴俊郊 张卓其	(109)
液压式材料试验机改为疲劳试验机的一种简易方法·····曾春华 袁丕坚 栗 彦	(114)
在任意荷载与支承条件下梁弯曲平面稳定性计算的实用方法·····刘景林译	(118)
附 录: 第二届全国计算流体力学会议文摘·····	(124)

MECHANICS AND PRACTICE

(Supplementary Issue)

CONTENTS

- Exploration of rock's anisotropy effect in building underground structures and high dams.....Lin Tianjian
- The initial additional fields resulted from suddenly applied loads in Biot's consolidation theory about saturated soil.....Chen Yizhang
- An experimental study of the suppressing background noise in a transonic wind tunnel.....Chen Yuqing Gu Jiajin
- Creeping in machinery—its mechanism and way of elimination.....
.....Sun Quan
- Nonlinear deformation of a single-wave corrugated circular membrane.....
.....Cao Zhiyuan
- Balancing of the tracking axis of the camera used in photographing earth satellites
.....Yang Jiansheng
- Finite element analysis for forming of pipes with straight welded seams.....
.....Cai Songqing Lai Mingdao
- Matrix analysis of cantilever structures using cantilever elements.....
.....Tao Shaonong
- Graph-theoretic method in establishing equations of motion for vibratory systems
.....Wang Xianmin
- Calculation of dynamic response of structures using complex linear algebraic equations.....Wang Shizhong
- Possibility of applying the "law of cubes" in the research of building explosion venting.....Wang Baoxing
- A study of dynamic torque for strip coilers.....Fu Wenzu
- Formulas for friction between flexible cord and rigid circular cylinder.....
.....Yang Zhixin
- An efficient finite element for folded plate structures—a combination of hybrid element and hybrid method.....Xu Linsheng
- The generalized variational principle and relevant generalization of Galerkin's method in classical beam theory.....Li Jiaren Zhang Shenxue
- An approximate method of rigid frame analysis.....Wen Wengang

A series solution for circular and annular plates supported at points.....Hu Qiqian
 Five-bending-moment equation.....Xu Ying Liu Shaomin
 Correction to D-M model for power-hardening materials.....Wen Pihua
 Calculations for efficiency of a wind turbine and deflection angle of its vane.....
Pan Gen
 A formula for measuring interlaminar shear strength of unidirectional composites for a
 specimen with off-angle.....Li Shunlin
 Measurement of time interval in multiple radiography..... Chen Shanliang Jin Hui
 Measurement of time histories of acceleration and of displacement
Dai Shiliang Zhang Yuanrun Wu JunJiao Zhang Zhuoq
 A simple method for adapting hydraulic material testing machine into one for fatigu
 testing.....Zeng Chunhua Yuan Pijian Li Yae
 A practical method for stability calculation for planar bending in a beam under arbin
 trary loads and with arbitrary end conditions (translated by) Liu Jingling

地下建筑物及高坝建设中岩体 各向异性效应问题的探讨

林天健

(珠江水利委员会科研所)

一、引言

一般地说,岩体总是具有大小各种尺度、各种层次的结构和构造特征的,例如微观规模的晶格缺陷,晶体的解理、位错、晶洞和粒间空隙、微裂隙、各种形式的多晶体结构以及化学成份的局部波动、宏观规模的粗劈理、溶洞和断裂等。此外,还有这些结构特征的定向性(裂隙的定位或组成岩石的矿物的方位性)。所有这些因素导致岩体的不连续性和不均质性,并使得岩体在大多数情况下呈现出力学性质的各向异性。在图1(照片)中给出了一个辉长岩的薄片电子扫描显微照片。岩石的结构状态明显地预示出岩石的力学性质具有强烈的各向异性特征。

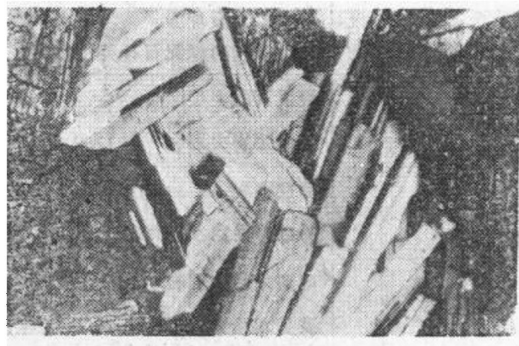


图1 辉长岩的结构(照片)

岩体的各向异性使得地下建筑物及高混凝土坝坝基稳定计算问题变得复杂,它与通常在解题时所用的各向同性弹性力学的假定往往出入较大,即使是在现时采用有限单元法的分析中,也往往会碰到确定岩石弹性常数以及分析计算上的困难。这些情况要求对岩石各向异性的力学效应作进一步的研究。本文即是根据上述情况所作的一些探索及初步结果。

考虑到在岩石力学的发展与实践中,较多的工作是偏重于对岩体的状态作某些简化,作出相应的力学模型,而各向异性结构对岩石力学性质的影响,则研究和报道的很少。因此,笔者根据历年在试验室条件下进行试验的部分资料,试图对这个问题作初步的探讨,其内容主要涉及岩体变形及破坏的各向异性及其效应、地下工程和高坝基础计算时考虑岩体各向异性的方法以及在施工中对岩体各向异性的处理和措施。

二、变形和破坏与各向异性

一般的各向异性体的应力应变关系在采用直角坐标时,可以由一个六阶系数的矩阵来表述

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

(1) 式可以简写为

$$\{\varepsilon\} = [A]\{\sigma\} \quad (1')$$

因此, 研究各向异性岩体的变形问题, 实质上是确定 (1) 或 (1') 式的具体形式问题。

表 1 岩石变形各向异性

工 程	岩 石	变 形 模 量 E (10^4kg/cm^2)		
		垂 直 层 理	斜 交 层 理	平 行 层 理
丹 江 口	变余麻状绿泥石片岩	14.1	20.8	41.8
	绿泥石云母片岩	18.1	16.8	69.9
	石英片岩夹绿泥石片岩	6.8	13.7	67.7
	石英绿泥石片岩	12.3	35.3	31.7
	含磁铁矿的绿泥石石英片岩	18.6	41.4	38.7
乌 江 渡	炭质页岩夹层	1.6		6.9
	炭质页岩夹层	31.4 ^①		56.3 ^①
隔 河 岩	薄层夹岩	9.1		23.6
	粉砂岩夹泥沙质页岩	1.9	0.3	4.2
虎 跳 峡	薄层细晶大理岩	2.2		2.9
	破碎理化玄武岩	4.5		2.8
三 三 〇	粉砂岩	0.9		0.7
小 井 沟	泥质粉砂岩	2.0		2.5
	粉砂质泥岩	0.9		1.2
	风化砂岩	1.5		1.5
	粉砂岩	0.9		1.2
	砂质泥岩—泥质粉砂岩	0.16		0.92

① 动力弹性模量。

从我们历年的试验成果中摘录下来的资料, 可以看出关于变形各向异性 (表 1) 和强度各向异性 (表 2) 的某些规律。在变形的各向异性方面, 除了沿平行层理方向的变形模量总是大于垂直层理方向的变形模量等一般规律外, 这里还进一步讨论了它的对称性质。图 2 所示为按照安康水电站岩石室内试验结果整理绘制的变形模量与层理面对最大主应力方向夹角的极限图, 它类似于一个椭圆束腰后形成的“8”字形。显而易见, 此曲线对于表征各向异性岩石的变形特性有着典型的意义, 并且当岩石的各向异性程度趋于零时, 归结为一个圆。由于通常试验时在大多数情况下只考虑两个典型的方向: $\alpha = 0$ 和 $\alpha = \pi/2$, 因此, 研究在区间 $[0, \pi/2]$ 内 E 值的变化规律是很有意义的。

岩石的泊桑比 μ 随 α 的变化规律具有与变形模量类似的图形, 但绕原点旋转了 $\pi/2$ 的角

表 2 岩石强度各向异性

工 程	岩 石	摩 擦 系 数 μ		抗压强度 σ_c (kg/cm^2)		
		垂直层理	平行层理	平行层理	斜交层理	垂直层理
虎 跳 峡	粗晶大理岩			579		884
	巨晶大理岩			398		747
	云母片岩石英片岩互层			608		1006
	石英云母片岩			359		839
	石英岩			2918		1859
	细晶大理岩			710	928	
丹 江 口	变余辉长辉绿岩 (剥风化层)	1.98	0.81			
	片状糜棱岩			297		569
	矽化片岩			625	216	670
	矽化片岩			1096		1285
三 山	条带状灰岩 (风干)			1096		
	条带状灰岩 (浸水)			1153		1133

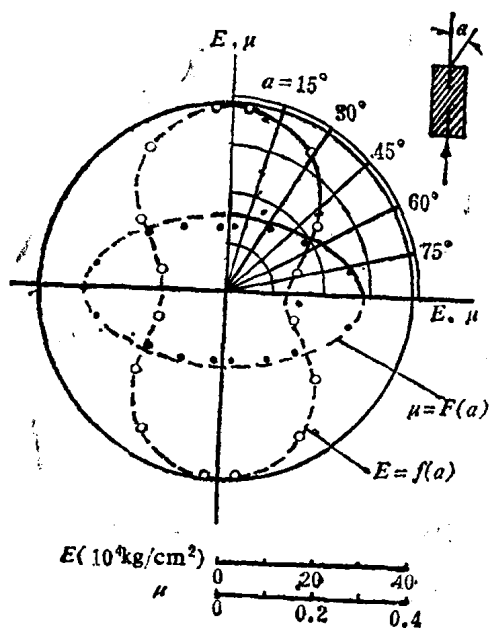


图 2 各向异性岩石 $E=f(\alpha)$ 和 $\mu=F(\alpha)$ 关系 (绿泥石绢云母千枚岩)

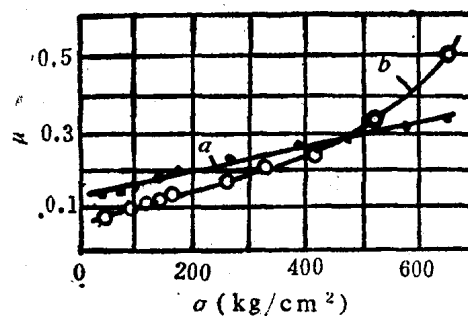


图 3 各向异性岩石的泊桑比与应力关系曲线
a——有明显片理 b——无明显片理

度, 而且由于 μ 值微小, 曲线在 $\alpha = 0$ 和 $\alpha = \pi$ 时的凹进并不明显, 可以近似地用椭圆代替。但应该说明的是, 泊桑比的变化规律并不像变形模量那样稳定。在某一定的 α 角时, 在岩石变形与破坏的过程中, μ 保持常数的阶段很短或几乎没有。在图 3 中给出了有明显片理和无明显片理的两种绢云母钠长片岩的泊桑比与应力关系曲线。由此图可见, 有明显片理的岩石 μ - σ 关系几乎自始至终都按线性规律变化, 而无明显片理的岩石在应力达到极限应力的三分之二以前, μ - σ 关系近似直线, 而在这以后, 横向变形急速发展, μ 显著增大, 直至破坏时的 μ 超过 0.5。

在表 3 中给出了丹江口工程坝基几种岩石在三轴应力条件下测得的变形各向异性资料。

表 3

三轴应力条件下岩石强度和变形的各向异性

岩 石	侧 压 力 σ_3 (kg/cm^2)	极限强度 σ_1 (kg/cm^2)			极限应变 ϵ_1 (10^{-4})			变 形 模 量 E (10^4kg/cm^2)		
		$\alpha=0^\circ$	$\alpha=30-40^\circ$	$\alpha=90^\circ$	$\alpha=0^\circ$	$\alpha=30-40^\circ$	$\alpha=90^\circ$	$\alpha=0^\circ$	$\alpha=30-40^\circ$	$\alpha=90^\circ$
变余砾 状绿泥 石片岩	0	450	528	837	145	109	109	3.8	6.7	10.1
	10	628	641	1274	73	72	133	13.9	10.9	14.4
	25	530	874	1078	408	185	114	—	8.0	14.0
	50	722	815	1082	91	121	142	11.0	10.3	12.0
	70	884	1214	1505	114	115	136	9.7	13.6	14.9
绿泥石 云母片 岩	0	642	352	768	39	49	75	16.1	10.4	10.5
	25	923	574	873	49	53	83	18.7	12.7	13.2
	50	531	739	860	42	59	84	13.5	14.5	11.9
	70	553	226	763	35	30	74	13.5	7.8	12.5
	100	924	483	853	126	50	89	8.2	12.1	11.2

顺便指出, 有关各向异性的三轴试验资料现时在文献中还是少见的。

从上述资料可以得出如下几个经验性结论:

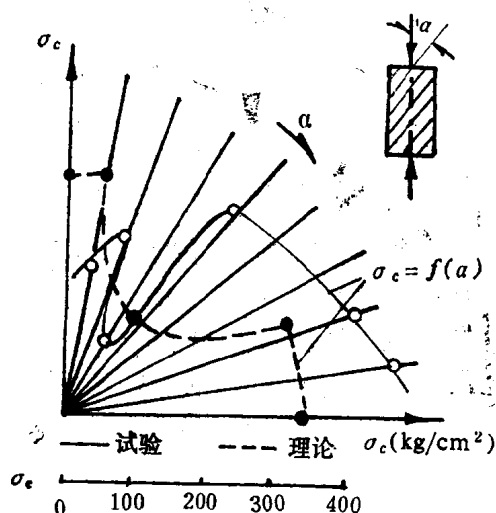
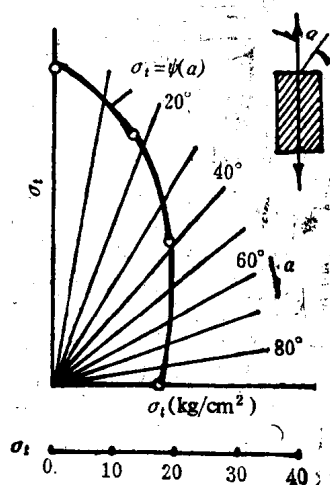
1. 沿平行层理方向的变形模量总是大于垂直层理方向的, 而变形模量的最小值一般出现在 $\alpha=30^\circ$ 时。

2. 岩体中不连续面的存在以及沿不连续面存在的充填物和裂隙, 使得岩体的变形呈现明显的非弹性和非线性性质。

3. 对于三轴应力作用下的岩石, 由于侧压力所产生的作用在某种程度上改善了岩石的连续性, 从而导致岩石变形的各向异性程度减低, 但由于表3中所列各种岩石试验中采用的侧压力并不高 ($\sigma_3 \leq 100 \text{kg/cm}^2$), 所以这种转化现象还不太明显。

4. 各向异性还可能导致岩体中某些特殊的力学效应, 例如在泥岩或软弱夹层周围岩层的弹性模量差别很大时, 由于在荷载作用下的变形不一致, 层与层间会产生错动。

关于岩石强度的各向异性, 情况则较为复杂一些。试验结果的分散性在一定程度上掩盖了各向异性效应的显现, 这使得强度与层理面倾斜度的关系和理想的图形偏离较大。作为例子, 在图4和图5中给出了由试验得到的抗压强度与层理面对最大主应力方向夹角 α 的关

图4 $\sigma_c = f(\alpha)$ 关系 (绿泥石绢云母千枚岩)图5 $\sigma_t = \psi(\alpha)$ 关系 (石英绿泥石片岩)

系。图6所示则是在三轴应力条件下绿泥石绢云母千枚岩 $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\alpha)$ 关系曲线。从这三个图可以看出:

1. 从所试验的岩石可以看出一种倾向即强度约在 $\alpha = 30^\circ$ 时为最小, 并且在三轴受压情况下, 强度随着 σ_3 的增大而较均匀地增大。而 α 角变化的影响却相对地减小。这种规律以及力学效应的对称性受到破坏的原因可以这样简单地来解释: 按照最大剪应力理论, 破坏面应该产生在与主应力方向成 45° 角的斜面上, 但由于岩石中内摩擦力的作用, 破坏时的剪应力有所降低, 从而使主应力 σ_1 的方向与破坏面所成的角度减小。在剪切破坏情况下, 破坏面与 σ_1 方向的夹角为

$$\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \quad (2)$$

式中, φ ——岩石的内摩擦角。由于岩体中弱面的摩擦角一般为 $0^\circ \leq \varphi \leq 30^\circ$, 因此, θ 角在 $30^\circ - 45^\circ$ 的范围内变化。对于胶结良好的层面, θ 角偏于 30° , 而胶结差的弱面则可能趋向于 45° 。当层理面与最大主应力方向夹角 $\alpha = 30^\circ$ 时, 该角度与破坏角正好重合, 所以强度最低。有的岩石在其特殊的形成条件下, $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\alpha)$ 关系表现出良好的对称性。例如文献[1]报道的千枚岩 (图7), 其强度的最低值恰巧在 $\alpha = 45^\circ$ 处。这一族曲线为抛物线型, 准线垂直于 $\sigma_1 - \sigma_3$ 轴, 顶点为 $[m, (\sigma_1 - \sigma_3)_{\min}]$, 焦点为 $[m, (\sigma_1 - \sigma_3)_{\min} + a]$, 对称轴为直线 $x = m$ 。其标准方程可写成如下形式:

$$(a - m)^2 = 4a[(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)_{\min}] \quad (3)$$

式中, a ——抛物线焦点与顶点间的距离; m ——相应于 $\alpha = 45^\circ$ 时的坐标 x (按 $\sigma_1 - \sigma_3$ 轴比例化为相同的单位)。

2. 从图6可见, 侧压力 σ_3 的增大使曲线的凹度逐渐减小, 这反应了各向异性程度的退化。从已有的试验结果和资料估计, 各向异性岩石 $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\alpha)$ 关系的变化趋势大致如图8所示。曲线上的两个特征点约在 $\alpha = 30^\circ$ 和 $\alpha = 50^\circ$ 处。曲线之所以出现第二个转折点, 就物理意义而言, 是表明随着 α 角的变化, 层理面的应力状态也是改变的。若以应力状态类型参数 ω 来作比较, 在轴对称的三轴应力条件下, ω 实际上是 α 的隐函数, α 角变化时, ω 值也变化。而

$$\omega = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (4)$$

这里, 只需举出大致的趋势和极端情况便可说明:

当 $\alpha = 0^\circ$ 时, 在层理面上 $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$, $\sigma_2 = \mu(\sigma_1 + \sigma_3)$, 所以

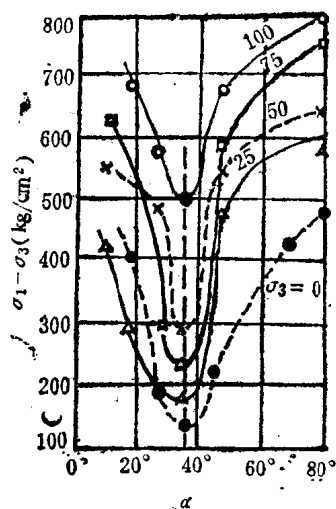


图6 $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\alpha)$ 关系
(绿泥石绢云母千枚岩)

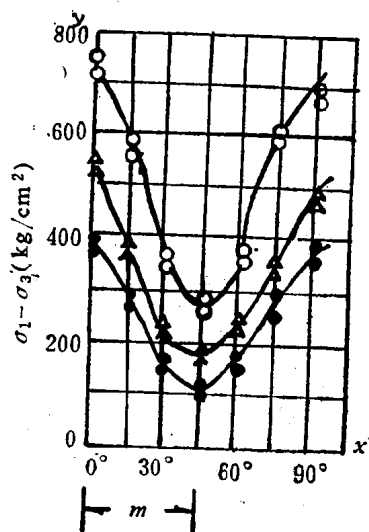


图7 $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\alpha)$ 关系
(千枚岩)

$$\omega = \frac{\mu(\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3)/2}{(\sigma_1 - \sigma_3)/2} = \frac{2(\sigma_1 + \sigma_3)(\mu - 1/2)}{\sigma_1 - \sigma_3} \leq 0$$

可见,层理面处于压缩或剪切状态;当 $\alpha = 90^\circ$ 时,层理面则处于压缩状态, $\omega = -1$ 。在 $0^\circ <$

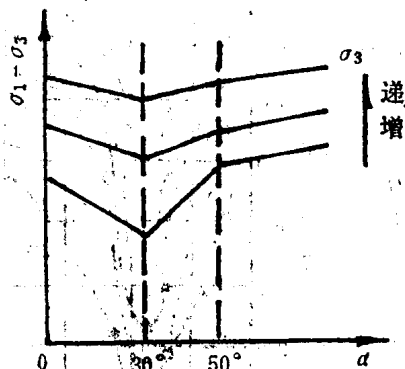


图8 $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\alpha)$ 关系变化趋势

$\alpha < 90^\circ$ 范围内,层理面的应力状态由压缩向剪切再向压缩转化。在压缩状态时,层理面上的正应力 σ 大于剪应力 τ ;而在剪切状态时, τ 大于 σ 。在这整个过程中, $\alpha = 30^\circ$ 和 $\alpha = 50^\circ$ 是应力状态转化的两个临界点,而且由于剪应力对层理面的作用远较正应力对层理面的作用为敏感,所以曲线在 $\alpha = 30^\circ$ 以前急剧直下,而在 $\alpha > 50^\circ$ 后转为平缓。 $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\alpha)$ 曲线在纵轴方向上向直线转化,是由于侧压力对层理面或裂隙产生压密作用,在一定程度上恢复了力学的连续性,因而各向异性在某种程度上向各向同性转化。在非常高的侧压力下,即在超过脆性——延性转化

临界压力时,各向异性的作用显然会比弹性状态时降低,因为出现了新的因素,为各向异性向各向同性的转化提供了条件,这些因素是裂隙的发展和塑性流动的发生等。

表4 岩石抗拉强度的各向异性

岩 石	抗 拉 强 度 σ_t (kg/cm ²)			$(\sigma_{\text{平行}}/\sigma_{\text{垂直}})$
	平行层理	斜交层理	垂直层理	
云母片岩石英片岩互层	50		9	5.5
石英云母片岩	59		8	7.3
石英岩	67		87	0.8
细晶大理岩	34	24	14	2.4
粗晶大理岩	35	33	31	1.1
含磁铁矿的绿泥石石英片岩	76.8	24.0	16.4	4.6
石英绿泥石片岩	51.5	30.2	16.9	3.0
石英片岩夹绿泥石片岩	50.2		4.9	10.2
绿泥石云母片岩	44.3		5.9	7.5
变余砾状绿泥石片岩	40.8		10.7	3.8

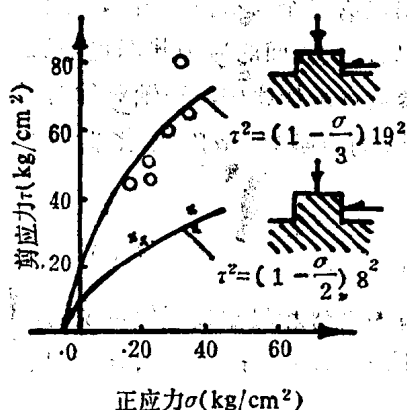


图9 各向异性岩体抗剪强度特性实例(页岩的情况)

3. 关于抗拉强度的各向异性,表4中列出了几种岩石测得的结果。可以看出平行层理的抗拉强度最大,斜交层理的抗拉强度次之,垂直层理的抗拉强度最小。片岩的各向异性系数 $\lambda (= \sigma_{\text{平行}}/\sigma_{\text{垂直}})$ 比较大,而石英岩 $\lambda < 1$,这是由于岩石的非均质性在一定程度上掩盖了各向异性的缘故。而粗晶大理岩的各种异性程度则较弱, λ 接近于1。抗拉强度随 α 角的变化是单调递减的,但它也有一个特征角度 $\alpha = 30^\circ$,这个规律也可以从断裂力学的观点中得到解释。

关于岩体各向异性力学效应的定量趋势目前尚未完全搞清楚,从已有的资料来看,上述规律一般也适用

于岩体,只不过是岩体有原岩应力及某些宏观因素的影响,需要视具体情况考虑而已。图9中给出了岩体抗剪强度各向异性的一个实例,它表明,在与层理面较接近平行的方向剪切时,抗剪强度变得较小^[2]。

限于篇幅,有关各向异性岩体中的界面问题、岩体非线性各向异性以及由于岩石试验与岩体试验求出的各向异性的相关关系等,这里就不再叙述了。

三、地下工程和高坝基础建设中考虑岩体各向异性的方法

在地下工程和高坝基础建设中考虑岩体各向异性的方法,目前正在由多种途径探索,还不完善。一般各向同性体只有一个屈伏条件,而对于各向异性岩体,当它具有2—3组节理面时,就需采用两个以上的屈伏条件(在数学上能有 $n < 6$ 个屈伏条件),因此,分析过程是复杂的。通常采用经验准则、模型试验以及有限单元法分析等手段来处理。对于大型水电站地下厂房和高坝基础,应该采用后面两种方法或综合使用。具体作法不属于本文讨论的范围,这里只就有关方面作简要阐述。

1.用模型试验来检验各向异性岩体,方法较简单、直观,但相似条件不能完全满足,如岩体超过弹性范围后的应力分布、变形和破坏型式等都不满足相似率,试验结果带有相当程度的近似或定性成份。

2.有限单元法需要确定用于计算的数据,如弹性模量、泊桑比、内摩擦角等,对于层状岩基,需要7个系数;如系块状岩基,则必须决定12个系数。这些系数大都要通过现场或试验室条件下的试验来测定,而且试验方法必须与计算方法相适应。当然,近些年来,有限单元法在理论和技巧上都有了一些新的进展,例如应用杂交有限单元法、发展了各种稀疏矩阵技巧等。

3.考虑到有限单元法在离散单元内不满足微分方程,不能保证某一区域内离散单元之间应力和应变等参数的连续性,而且它还存在着一些特有的困难,例如人工边界反射等问题^[3],笔者认为,近年来提倡的边界单元法有着许多独特的优点,它的计算效率远胜于有限单元法,在解决岩体各向异性问题上,将来很可能取有限单元法而代之。这个方法对于解无限域的问题如地下洞室的围岩等有其特殊的优点,它无需确定任意的外部边界,因而不存在这些边界所涉及的边界条件问题,而且计算机程序只需要少量的数据。

4.针对岩体各向异性情况采用正确的现代施工方法和程序(例如新奥法、加肋法等),可以有效地减小或加强岩体各向异性的力学效应。

5.岩体各向异性力学效应对称性的用处是很广的,例如,传统的连续介质力学模型是用几何尺度无穷小的点模型来模拟原型的单元体,应力应变张量是对称的。近代在不连续体裂隙介质力学的研究中,单元体或者不再由无穷小尺度的数学点来模拟,或者用多参量的高维示态空间的点来模拟。这种新的尝试引起人们的注意,而且发现一些新的性质,例如可以遇到应力应变的非对称张量性以至非张量性。

这里,我们应用各向异性力学效应的对称性来讨论圆形压力隧洞的衬砌设计问题。根据文献[4]中水压法试验结果,圆形隧洞压水变形后呈椭圆形。取主轴向为坐标轴, $\theta = 0$ 对应于短轴, $\theta = \pi/2$ 对应于长轴。此时,单位抗力系数 K_0 是 θ 的函数,Winkler假定为:

$$P = K_0 \frac{1}{r_0} y \quad (5)$$

式中, P ——隧洞承受的内水压力; r_0 ——隧洞变形前的半径; y ——围岩的径向变形。

由变形规律(正交异性), 计及 K_0 远大于 1 (通常 $k_0 = 500-2000 \text{ T/M}^2$), 易知

$$k_0(\theta) = \frac{\lambda K_0(0)}{[1 - (1-\lambda)\cos^2\theta]} \quad (6)$$

其中各向异性系数

$$\lambda = \frac{K_0(\pi/2)}{K_0(0)} \leq 1$$

当 $\lambda = 1$ 时, 即得各向同性介质。

在水压力作用下, 岩体与衬砌发生变形, 注意 $r^5 K_0/EJ$ 远大于 1, 得到基本方程:

$$\frac{d^5 y}{d\theta^5} + 2 \frac{d^3 y}{d\theta^3} + H \frac{dy}{d\theta} + H' y = 0 \quad (7)$$

其中

$$H = \frac{r^5 K_0(0)}{EJ}$$

由于对称性, y 是以 π 为周期的偶函数, 定解条件为:

(i) $\theta = 0$ 时, 倾角与剪力为 0,

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{d^3 y}{d\theta^3} = 0$$

(ii) $\theta = \pi/2$ 时, 也是这样。

(iii) 设计中要求最大变形是受控的, 于是

$$y(\pi/2) = [y_0]$$

方程 (7) 是恰当的, 它的一个中解积分是

$$\frac{d^4 y}{d\theta^4} + 2 \frac{d^2 y}{d\theta^2} + Hy = C \quad (8)$$

C 对 θ 为常数。上式宜用级数法求解, 首先将 y 展成 Fourier 级数,

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} \cos 2n\theta \quad (9)$$

在这里, 级数直到四阶导数都是一致收敛的。求得 y 的近似解后, 即可计算衬砌的弯矩、剪力和轴心力。

用突变理论 (Catastrophy theory) 来描述各向异性岩体的力学过程可能效果较好, 但这只能在另外的专文中来讨论了。

参 考 文 献

- [1] Paterson, M.S., Experimental rock deformation-The brittle field (1978).
- [2] 日比野敏, 岩体的各向异性, 土C基础, 223, 9 (1976).
- [3] Robinson, A.R., The transmitting boundary, structural and geotechnical mechanics (1977).
- [4] Rocha, M.S., Silveira, L., Da, A.F. and Neto, J.M.R., Deformability of foundation rocks, Proc. V ICOLD (CIGB), Vol. II, Paris (1955).

(本文于1983年7月8日收到)

饱和土的Biot固结理论中由 骤加荷载产生的初始附加场

陈亦彰

(黑龙江省合江地区水利勘测设计队)

一般说来,在Biot固结理论中,任何时刻 t 的骤加荷载(例如逐级加载的每级荷载)都可能引起土体的位移、应力和孔隙压力的突变,因而形成这些场对时间坐标来说是间断的情况。我们称这些场在时刻 t 的右极限与左极限之差为 t 时刻骤加荷载产生的初始附加场。

本文论述初始附加场的偏微分方程组的形式和需满足的边界条件以及它的若干解析解。最后指出,骤加荷载产生的初始附加场是Biot固结理论的一个必要的组成部分。

一、定义和符号

设在某时刻 t ,骤加面荷载 $\vec{P}$ 和体积力 $\vec{f}$ 。又设饱和土体内在 t 时刻的位移的左极限为 $\vec{u}'$,右极限为 $\vec{u}''$,则称 $\vec{u} = \vec{u}'' - \vec{u}'$ 为骤加荷载 $\vec{P}$ 和 $\vec{f}$ 产生的初始附加位移。仿此,可定义初始附加应变、初始附加应力和初始附加孔隙压力等。

符号:

u, v, w 和 u_r, u_φ, u_z ——分别为卡氏坐标系和柱面坐标系中的初始附加位移分量;

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ ——卡氏坐标系中的初始附加应变;

ε_v ——初始附加体应变;

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ 和 $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_z, \tau_{r\varphi}, \tau_{\varphi z}, \tau_{zx}$ ——分别为卡氏坐标系和柱面坐标系中的初始附加有效应力;

U ——初始附加孔隙压力;

$\vec{P}, P_x, P_y, P_z$ ——骤加面荷载及其分量;

$\vec{f}, f_x, f_y, f_z$ ——骤加体积力及其分量;

l, m, n ——表面外法线方向余弦;

E, μ, G ——饱和土骨架的弹性模量、泊松比和剪切模量。

文中,法向应力和法向应变一律以压、缩为正。

二、微分方程组和边界条件

设在 t 时刻骤加面荷载 $\vec{P}$ 和体积力 $\vec{f}$ 。又设 x 向位移分量、体应变、孔隙压力、体积力分量在 t 时刻的左极限为 $u', \varepsilon_v', U', f_x'$,其右极限为 $u'', \varepsilon_v'', U'', f_x''$ 。对于饱和土体,左、右极限分别满足Biot固结理论的平衡方程^[1]

$$-G\nabla^2 u' + \frac{G}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon'_v}{\partial x} + \frac{\partial U'}{\partial x} - f'_x = 0 \quad (2.1)$$

$$-G\nabla^2 u'' + \frac{G}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon''_v}{\partial x} + \frac{\partial U''}{\partial x} - f''_x = 0 \quad (2.2)$$

根据上节的定义, 初始附加体应变

$$\varepsilon_v = \varepsilon''_v - \varepsilon'_v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\varepsilon''_v(t+\Delta t) - \varepsilon'_v(t-\Delta t))$$

式中 $\varepsilon'_v(t-\Delta t)$ 和 $\varepsilon''_v(t+\Delta t)$ 分别为 $t-\Delta t$ 和 $t+\Delta t$ 时刻的体应变, 由于饱和土的连续性, 它两之差, 应等于单位土体排出的孔隙水体积。当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 单位土体排出的孔隙水应趋于零, 因此

$$\varepsilon_v = 0 \quad (2.3)$$

将式(2.2)减(2.1), 注意到式(2.3), 有

$$-G\nabla^2 u + \frac{\partial U}{\partial x} - f_x = 0 \quad (x, y, z) (u, v, w) \quad (2.4)$$

式中, u, U, f_x 为前一节定义的初始附加位移分量、初始附加孔隙压力、骤加体积力分量。同理可得, 在外力已知的边界 s_p 上, 初始附加有效应力、初始附加孔隙压力和骤加面荷载应满足

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_x + U)l + \tau_{xy}m + \tau_{xz}n &= -p_x \\ \tau_{yx}l + (\sigma_y + U)m + \tau_{yz}n &= -p_y \\ \tau_{zx}l + \tau_{zy}m + (\sigma_z + U)n &= -p_z \end{aligned} \right\} \quad (\text{在 } s_p \text{ 上}) \quad (2.5)$$

在位移已知的边界 s_u 上, 初始附加位移应满足

$$u = v = w = 0 \quad (\text{在 } s_u \text{ 上}) \quad (2.6)$$

初始附加应变与初始附加位移的关系

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= -\frac{\partial u}{\partial x} \\ \gamma_{xy} &= -\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \end{aligned} \right\} \quad (x, y, z) (u, v, w) \quad (2.7)$$

初始附加有效应力与初始附加应变的关系

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 2G\varepsilon_x \\ \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (x, y, z) \quad (2.8)$$

这样, 在 t 时刻骤加荷载 $\vec{P}$ 和 $\vec{f}$ 产生的初始附加位移场和初始附加孔隙压力场, 可以用求解式(2.4)与(2.3)组成的方程组满足边界条件(2.5)与(2.6)的解得到, 而初始附加应变和初始附加有效应力则由解得的初始附加位移代入式(2.7)与(2.8)求得。

将(2.4)三式分别乘以 x, y, z 向的单位矢量然后相加, 即得

$$-G\nabla^2 \vec{u} + \nabla U - \vec{f} = 0 \quad (2.9)$$

而式(2.3)可写成

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.10)$$

式(2.9)与(2.10)是骤加荷载产生的初始附加场微分方程的矢量形式, 用它能方便地写出曲线坐标系中初始附加场的微分方程, 例如, 对于柱面坐标系 (r, φ, z) , 可写出初始附加场方程组

$$\left. \begin{aligned} -G\nabla^2 u_r + \frac{\partial U}{\partial r} - f_r &= 0 \\ -G\nabla^2 u_\varphi + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U}{\partial \varphi} - f_\varphi &= 0 \\ -G\nabla^2 u_z + \frac{\partial U}{\partial z} - f_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (2.12)$$

式中

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

对式(2.9)求散度, 注意到(2.10), 有

$$\nabla^2 U = \nabla \cdot \vec{f} \quad (2.13)$$

特别是, 若 $\nabla \cdot \vec{f} = 0$, 有

$$\nabla^2 U = 0 \quad (2.14)$$

因此若骤加体积力的散度为零, 则骤加荷载产生的初始附加孔隙压力场是一个调和函数。

三、忽略端盖摩擦力情况下三轴仪不排水试验试样内的初始附加场的理论解

在柱面坐标系中, 设

$$\left. \begin{aligned} U &= A \ln r + B \\ u_r &= Ar/G \\ u_\varphi &= 0 \\ u_z &= -2Az/G \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

不难验证, 式(3.1)是方程组(2.11)、(2.12)的特解。它可以用来寻找忽略端盖摩擦力情况下三轴仪不排水试样内的初始附加场。

考察图1所示的饱和土圆柱体, 周边承受骤加压力 P_3 , 刚性端盖上骤加压力 P_1 , 则在忽略端盖摩擦力情况下, 边界条件要求

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_r + U)_{r=R} &= P_3 \\ \int_0^R (\sigma_z + U)_{z=h} \cdot 2\pi r dr &= \pi R^2 P_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

由式(3.1)求得附加有效应力代入(3.2), 即得

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{2}{11} (P_1 - P_3) \\ B &= P_3 - \frac{2}{11} (\ln R - \frac{1}{2}) (P_1 - P_3) \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

试样内的附加孔隙压力和附加有效应力可表为

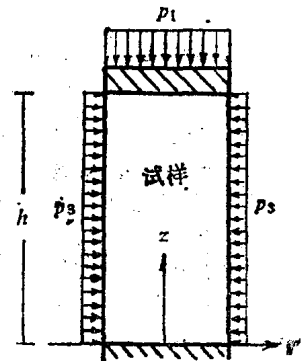


图 1

$$U = P_3 + \frac{2}{11}(p_1 - p_3) \left(\ln \frac{r}{R} + 2 \right) \quad (3.4)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r = \sigma_\varphi &= -\frac{4}{11}(p_1 - p_3) \\ \sigma_z &= \frac{8}{11}(p_1 - p_3) \\ \tau_{r\varphi} = \tau_{\varphi z} = \tau_{zr} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

这个解答，虽然忽略了端盖的摩擦，但是端盖上的摩擦力自成平衡力系，对于离端盖较远的中间部分，影响很小。

对于分析三轴仪不排水试验有关数据^[2]，以下几点是值得注意的：

1. 由式(3.4)可知，从Biot理论的观点看来，三轴不排水试验试样内的附加孔隙压力分布，径向是不均匀的（图2）。

2. 试样内的附加有效主应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{8}{11}(p_1 - p_3) \\ \sigma_3 = \sigma_2 &= -\frac{4}{11}(p_1 - p_3) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

3. 由以上两点， p_1 、 p_3 不代表附加总应力，主面上的附加总应力（ $\sigma_1 + U$ ）和（ $\sigma_3 + U$ ）也是径向分布不均匀的（图2）。

4. 最大附加剪应力面与Z面的夹角为45°，剪应力值为（图3）

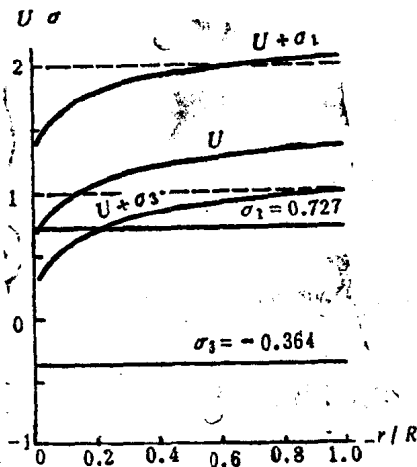


图 2 注 $p_1 = 2$, $p_3 = 1$

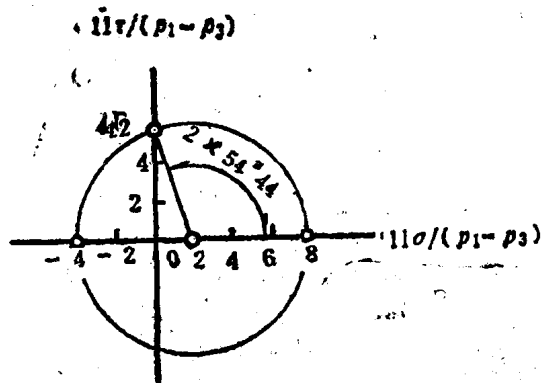


图 3

$$\tau_{\max} = \frac{6}{11}(p_1 - p_3) \doteq 0.545(p_1 - p_3) \quad (3.7)$$

但该面上存在法向附加有效应力，其值为 $\frac{2}{11}(p_1 - p_3)$ ，因而对于有内摩擦角的土，这个面不是最危险的剪切面；八面体应力为

$$\tau_8 = \frac{4\sqrt{2}}{11}(p_1 - p_3) \doteq 0.514(p_1 - p_3) \quad (3.8)$$

它只比最大剪应力小约5.7%，且面上的法向应力为零，作用面与Z面夹角为54°44′，若假设土的凝聚力和内摩擦角 φ 对于通过同一点的任一截面均为相同，则最危险剪切面与z面夹