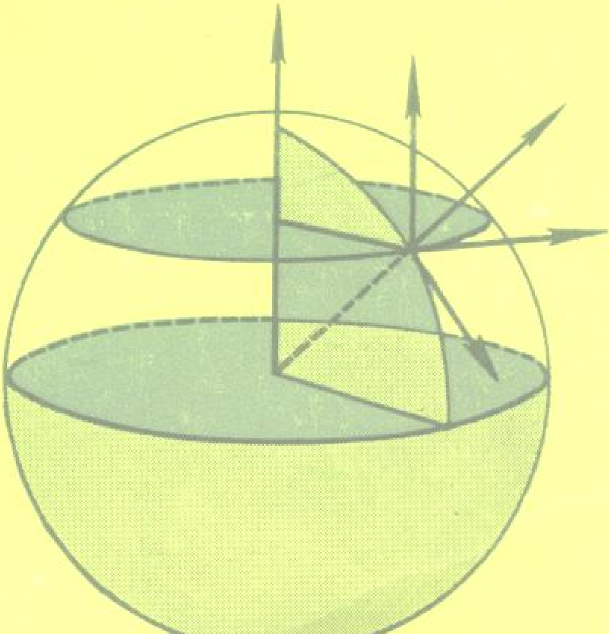
基础物理参考丛书

力学

LI XUE

JICHUWULICANKAOCONGSHU

沈耀民 陈家森 编



上海科学技术文献出版社

基础物理参考丛书

力　　学

沈耀民
陈家森　编

上海科学技术文献出版社

ZQ76/27.09

基础物理参考丛书
力　学
沈耀民　陈家森　编
*
上海科学技术文献出版社出版
（上海市武康路2号）
新华书店上海发行所发行
上海市印十二厂印刷
*
开本 787×1092 1/32　印张 6.75　字数 163,000
1986年4月第1版　1986年4月第1次印刷
印数：1—6,700

书号：13192·83　　定价：1.25元

《科技新书目》109-232

前 言

《基础物理参考丛书》是根据我们在教学中积累的资料和经验编写而成的。

本书编写的特点是：在简要介绍物理原理、定理和定律的基础上，结合我们在教学中的体会及学生经常出现的问题进行方式多样、不拘一格的"讨论"，包括史料介绍、概念分析、佯谬疑析、内容扩展、对比总结及公理证明等，有时还适当穿插一些例题，以加深对某些概念的理解。

本书可供大专院校中从事普通物理教学的教师、大学低年级学生及自学青年参阅，尤其对于资料缺乏的大专院校师生更为适宜。

为了便于读者阅读，本丛书分《力学》、《热学》、《电磁学》、《光学》及《原子物理学》等五册。本册第一、二、三章由沈耀民编写，四、五章由陈家森编写。

由于水平有限，本书尚存在一定的局限性，望读者提出宝贵见。

编 者

1985年1月

目　录

第一章 质点运动学

物理学中研究机械运动的规律及其应用的部分称为力学。作为力学组成部分的运动学是只研究物体位置随时间的变化，而不考虑这种变化发生的原因，所以运动学中首先要解决的问题是如何确定物体在空间中的位置。由于宇宙中万物都在永恒的运动，所以从不同的地方看物体在空间的位置可以是不同的，故它只能相对地予以确定。这就是机械运动的相对性。

在物理学中，机械运动的相对性问题要靠选定参照系来反映，所谓研究物体的机械运动就是研究物体相对于参照系的位置随时间发生的变化。为要进一步定量地描述物体相对于参照系的位置变化，固定在参照系中的坐标系则是参照系的数学抽象。

§1.1 速度、加速度的切向与法向分量，横向与径向分量

如果质点作平面运动，可利用极坐标进行分析。在极坐标系中，任何矢量可以分解成径向(单位矢量为 $\boldsymbol{r}_0$)和横向(单位矢量为 $\boldsymbol{\theta}_0$)分量，如图 1·1-1 所示。速度和加速度矢量的径向和横向分量可表示成

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_r+\boldsymbol{v}_\theta=\frac{dr}{dt}\boldsymbol{r}_0+r\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{\theta}_0 \tag{1·1-1}$$

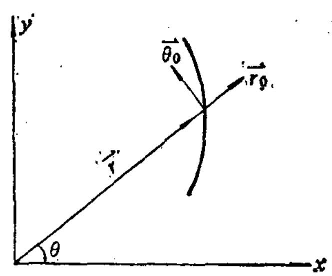


图 1·1-1

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_r+\boldsymbol{a}_\theta=\left[\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\boldsymbol{r}_0+\left[r\frac{d^2\theta}{dt^2}+2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\right]\boldsymbol{\theta}_0$$

$$=\left[\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\boldsymbol{r}_0+\frac{1}{r}\left[\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\theta}{dt}\right)\right]\boldsymbol{\theta}_0\qquad(1.1\text{-}2)$$

另外，在研究质点的运动时，如果已知运动轨迹，则经常采用自然坐标系进行分析，这时任意矢量可分解成法向和切向分量。

自然坐标系是一种比较特殊的坐标系，它以轨道为参照，首先在轨道上任选一固定点 O 为起点，质点在某一时刻的位置用离 O 点的曲线距离 s 来表示。自然坐标的坐标原点、坐标轴和单位矢量是这样规定的：坐标原点随质点一起运动，即质点在某时刻的所在位置就是这一时刻的坐标原点；坐标轴是沿曲线的切线方向和法线方向；切向单位矢量 $\boldsymbol{\tau}$ 的正方向沿 s 的增加方向，而法向单位矢量 $\boldsymbol{n}$ 的正方向是指向曲线内凹的一侧，如图 1·1-2 所示。质点运动的速度和加速度在自然坐标系中的法向和切向分量可表示成

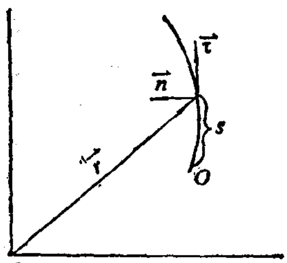


图 1·1-2

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_n+\boldsymbol{v}_\tau=v\boldsymbol{\tau}\qquad(1\cdot1\text{-}3)$$

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_n+\boldsymbol{a}_\tau=\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}+\frac{dv}{dt}\boldsymbol{\tau}\qquad(1\cdot1\text{-}4)$$

式中 ρ 是该点曲线的曲率半径。应该指出的是，径向是沿着矢径的方向，而法向是沿着轨道的法线方向，一般地说来，这两者是不同的；同样，横向是垂直于矢径的方向，而切向是沿着轨道的切线方向(即垂直于法向)，通常它们也是不同的。

径向和法向，横向和切向的概念一致，只有在特殊的曲线运动——圆周运动中才会发生。这时，如果将极坐标系的原点(极点)选在圆心上，则 $\boldsymbol{r}_0$ 的方向沿半径向外，它相当于自然坐标系

中的 $-\boldsymbol{n}$ 方向；$\boldsymbol{\theta}_0$ 的方向垂直于半径，即 $\boldsymbol{\tau}$ 方向。所以只有在圆周运动情况下，径向与法向在同一直线上，但方向相反，而切向和横向是指同一个方位，如图 1·1-3 所示，这时有

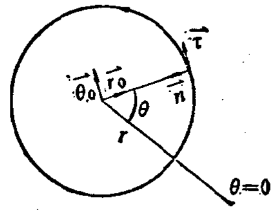


图 1·1-3

$$\frac{dr}{dt}=0$$

$$\frac{d^2r}{dt^2}=0$$

$$\frac{d\theta}{dt}=\omega \quad (\text{质点运动的角速度})$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=\alpha \quad (\text{质点运动的角加速度})$$

代入式(1·1-1), (1·1-2), (1·1-3), (1·1-4)可得

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_r+\boldsymbol{v}_\theta=r\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{\theta}_0=r\omega\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{v}_\tau \tag{1·1-5}$$

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_r+\boldsymbol{a}_\theta=-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\boldsymbol{r}_0+r\frac{d^2\theta}{dt^2}\boldsymbol{\theta}_0$$

$$=r\omega^2\boldsymbol{n}+r\alpha\boldsymbol{\tau}=\frac{v^2}{r}\boldsymbol{n}+\frac{dv}{dt}\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{a}_n+\boldsymbol{a}_\tau \tag{1·1-6}$$

因此，在两个坐标系中 $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{a}$ 的表式就完全一致了

$$v_r=v_n=0 \tag{1·1-7}$$

$$v_\theta=v_\tau=r\omega \tag{1·1-8}$$

$$a_r=a_n=r\omega^2 \tag{1·1-9}$$

$$a_\theta=a_\tau=r\alpha \tag{1·1-10}$$

讨论：

1° 由上可以看出，一个大小和方向确定的矢量，它的分量是随所选坐标系而改变的。我们应根据问题的性质选用合适的

坐标系，常用的有直角坐标系 (x, y, z)，极坐标系 (r, θ)，球坐标系 (r, φ, θ) 或柱坐标系 (r, φ, z) 等，在一些特定的问题中，可以通过选取适当的坐标系，使问题尽量简化。例如，当质点在一直线上运动时，应取该直线为坐标轴，其上某一点为坐标原点。这样，研究质点的运动就成了研究坐标 x 随时间的变化，即 $x=x(t)$ 的一维问题了。又如研究质点的圆周运动时，若采用平面极坐标系来表示质点的位置，则因为质点到圆心的距离 r 始终不变，所以只需一个变量——方位角 θ 表示质点的位置，研究质点的运动便成了研究 θ 随时间的变化规律，即 $\theta=\theta(t)$ 这个一维问题了，这时质点的速度和加速度分别为

$$v=r\frac{d\theta}{dt} \tag{1·1-11}$$

$$a_\tau=r\frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{1·1-12}$$

$$a_n=r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \tag{1·1-13}$$

例 1-1 试求在球坐标系中质点的位置、位移、速度和加速度表示式。

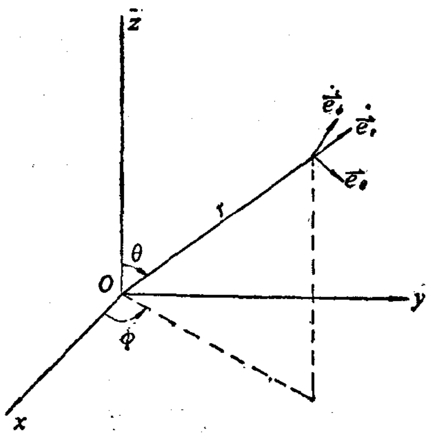


图 1·1-4

解 球坐标系所选用的变量是 $(r、\theta、\phi)$，它的三个单位矢量是 $\boldsymbol{e}_r$ 沿 r 的增加方向；$\boldsymbol{e}_\theta$ 沿 θ 的增加方向和 $\boldsymbol{e}_\phi$ 沿 ϕ 的增加方向。$\boldsymbol{e}_r$、$\boldsymbol{e}_\theta$ 和 $\boldsymbol{e}_\phi$ 之间构成右手定则，如图 1·1-4 所示。

由图可见，$\boldsymbol{e}_r$、$\boldsymbol{e}_\theta$、$\boldsymbol{e}_\phi$ 和直角坐标系中的 $\boldsymbol{i}$、

$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 之间的关系为：

$$\boldsymbol{e}_r=\boldsymbol{i}\sin\theta\cos\phi+\boldsymbol{j}\sin\theta\sin\phi+\boldsymbol{k}\cos\theta \tag{1·1-14}$$

$$\boldsymbol{e}_\theta=\boldsymbol{i}\cos\theta\cos\phi+\boldsymbol{j}\cos\theta\sin\phi-\boldsymbol{k}\sin\theta \tag{1·1-15}$$

$$\boldsymbol{e}_\phi=-\boldsymbol{i}\sin\phi+\boldsymbol{j}\cos\phi \tag{1·1-16}$$

由以上三式可得

$$\begin{aligned}\frac{d\boldsymbol{e}_r}{dt}&=[(\cos\theta\cos\phi)\boldsymbol{i}+(\cos\theta\sin\phi)\boldsymbol{j}-\sin\theta\boldsymbol{k}]\frac{d\theta}{dt}\\&\quad+[(-\sin\theta\sin\phi)\boldsymbol{i}+(\sin\theta\cos\phi)\boldsymbol{j}]\frac{d\phi}{dt}\\&=\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{e}_\theta+\frac{d\phi}{dt}\sin\theta\boldsymbol{e}_\phi\end{aligned} \tag{1·1-17}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\boldsymbol{e}_\theta}{dt}&=[(-\sin\theta\cos\phi)\boldsymbol{i}-(\sin\theta\sin\phi)\boldsymbol{j}-\cos\theta\boldsymbol{k}]\frac{d\theta}{dt}\\&\quad+[(-\cos\theta\sin\phi)\boldsymbol{i}+(\cos\theta\cos\phi)\boldsymbol{j}]\frac{d\phi}{dt}\\&=-\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{e}_r+\frac{d\phi}{dt}\cos\theta\boldsymbol{e}_\phi\end{aligned} \tag{1·1-18}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\boldsymbol{e}_\phi}{dt}&=(-\cos\phi\boldsymbol{i}-\sin\phi\boldsymbol{j})\frac{d\phi}{dt}\\&=-[(\sin\theta\cos\phi)\boldsymbol{i}+(\sin\theta\sin\phi)\boldsymbol{j}\\&\quad+\cos\theta\boldsymbol{k}]\sin\theta\frac{d\phi}{dt}-[(\cos\theta\cos\phi)\boldsymbol{i}\\&\quad+(\cos\theta\sin\phi)\boldsymbol{j}-\sin\theta\boldsymbol{k}]\cos\theta\frac{d\phi}{dt}\\&=-\frac{d\phi}{dt}\sin\theta\boldsymbol{e}_r-\frac{d\phi}{dt}\cos\theta\boldsymbol{e}_\theta\end{aligned} \tag{1·1-19}$$

这样，质点在球坐标中的位置矢量为：

$$\boldsymbol{r}=r\boldsymbol{e}_r \tag{1·1-20}$$

从而速度矢量为：

$$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=\frac{dr}{dt}\boldsymbol{e}_r+r\frac{d\boldsymbol{e}_r}{dt}$$

将式(1·1-17)代入得

$$\boldsymbol{v}=\frac{dr}{dt}\boldsymbol{e}_r+r\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{e}_\theta+r\sin\theta\frac{d\phi}{dt}\boldsymbol{e}_\phi \tag{1·1-21}$$

加速度矢量为:

$$\boldsymbol{a}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{d^2r}{dt^2}\boldsymbol{e}_r+\frac{dr}{dt}\frac{d\boldsymbol{e}_r}{dt}+\left(\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}+r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right)\boldsymbol{e}_\theta$$
$$+r\frac{d\theta}{dt}\frac{d\boldsymbol{e}_\theta}{dt}+\left(\frac{dr}{dt}\sin\theta\frac{d\phi}{dt}+r\cos\theta\frac{d\phi}{dt}\frac{d\theta}{dt}\right.$$
$$\left.+r\sin\theta\frac{d^2\phi}{dt^2}\right)\boldsymbol{e}_\phi+r\sin\theta\frac{d\phi}{dt}\frac{d\boldsymbol{e}_\phi}{dt}$$

将式(1·1-17), (1·1-18), (1·1-19)代入上式,并加以归类后即得

$$\boldsymbol{a}=\left[\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2\sin^2\theta-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\boldsymbol{e}_r$$
$$+\left[r\frac{d^2\theta}{dt^2}+2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}-r\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2\sin\theta\cos\theta\right]\boldsymbol{e}_\theta$$
$$+\left[r\frac{d^2\phi}{dt^2}\sin\theta+2\frac{dr}{dt}\frac{d\phi}{dt}\sin\theta\right.$$
$$\left.+2r\frac{d\theta}{dt}\frac{d\phi}{dt}\cos\theta\right]\boldsymbol{e}_\phi \tag{1·1-22}$$

2° 运动的相对性告诉我们,在不同参照系中,对同一物体的运动描述是不同的。参照系的选择原则上可以是任意的,主要要根据问题的性质和研究的方便而定。但在解决动力学问题时,若选择作加速运动的坐标系,就会出现一些新的力学现象,这是由于出现了一些新的能使运动状态改变的原因。

3° 速度和加速度的径向及横向分量的物理意义。

在极坐标系中,速度的径向和横向分量是这样得到的:

根据定义

$$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=\frac{d}{dt}(r\boldsymbol{r}_0)=\frac{dr}{dt}\boldsymbol{r}_0+r\frac{d\boldsymbol{r}_0}{dt} \tag{1·1-23}$$

因为

$$\frac{d\boldsymbol{r}_0}{dt}=\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{\theta}_0 \tag{1·1-24}$$

代入式(1·1-23)得

$$\boldsymbol{v}=\frac{dr}{dt}\boldsymbol{r}_0+r\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{\theta}_0 \tag{1·1-25}$$

由此可见，速度是矢径随时间的变化率，其径向分量 $\frac{dr}{dt}$ 表示矢径的长度随时间的变化率，其横向分量则反映了矢径的方向随时间的变化率，即 $\frac{d\boldsymbol{r}_0}{dt}$。

加速度的径向和横向分量是

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}&=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{d}{dt}\left[\frac{dr}{dt}\boldsymbol{r}_0+r\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{\theta}_0\right]\\&=\frac{d^2r}{dt^2}\boldsymbol{r}_0+\frac{dr}{dt}\frac{d\boldsymbol{r}_0}{dt}+\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{\theta}_0\\&\quad+r\frac{d^2\theta}{dt^2}\boldsymbol{\theta}_0+r\frac{d\theta}{dt}\frac{d\boldsymbol{\theta}_0}{dt}\end{aligned} \tag{1·1-26}$$

考虑到

$$\frac{d\boldsymbol{r}_0}{dt}=\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{\theta}_0\quad \frac{d\boldsymbol{\theta}_0}{dt}=-\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{r}_0 \tag{1·1-27}$$

代入式(1·1-26)即得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}&=\left[\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\boldsymbol{r}_0+\left[r\frac{d^2\theta}{dt^2}+2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\right]\boldsymbol{\theta}_0\\&=\left[\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\boldsymbol{r}_0+\frac{1}{r}\left[\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\theta}{dt}\right)\right]\boldsymbol{\theta}_0\end{aligned} \tag{1·1-28}$$

所以，加速度是速度随时间的变化率。虽然速度的径向分量等于矢径的长度随时间的变化率，但加速度的径向分量却并不等

于速度的径向分量 $\frac{dr}{dt}$ 随时间的变化率，而是由两项所组成，其中第一项 $\frac{d^2r}{dt^2}=\frac{d}{dt}\left(\frac{dr}{dt}\right)$ 表示速度的径向分量随时间的变化率，第二项 $-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\boldsymbol{r}_0=r\frac{d\theta}{dt}\frac{d\boldsymbol{\theta}_0}{dt}$ 的产生是由于质点相对于极点有转动，其方位角 θ 不断变化，从而使横向速度 $\boldsymbol{v}_\theta$ 的指向 $\boldsymbol{\theta}_0$ 发生变化，这就是指向极点的向心加速度。所以速度径向分量随时间的变化率加上向心加速度才是加速度的径向分量。

虽然速度的横向分量等于矢径长度 r 与角速度 $\frac{d\theta}{dt}$ 的乘积，但是加速度的横向分量不只等于 r 与角加速度 $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ 的乘积，而是两项之和，它们都与质点相对于极点的转动有关。由式(1·1-26)可见，它的第一项 $r\frac{d^2\theta}{dt^2}\boldsymbol{\theta}_0=r\frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\boldsymbol{\theta}_0$ 表示了由于转动中角速度的变化(有角加速度存在)而引起的速度横向分量 $\boldsymbol{v}_\theta$ 的大小 $r\frac{d\theta}{dt}$ 随时间的变化率，第二项

$$2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{\theta}_0=\frac{dr}{dt}\frac{d\boldsymbol{r}_0}{dt}+\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{\theta}_0,$$

这两个成份分别表示了径向速度 $\boldsymbol{v}_r$ 方向的变化 $\left(\frac{dr}{dt}\frac{d\boldsymbol{r}_0}{dt}\right)$ 和由于转动中矢径长度的变化引起的速度横向分量 $\boldsymbol{v}_\theta$ 大小的变化 $\left(\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{\theta}_0\right)$，它们的大小是一致的，人们把 $2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}$ 叫做科里奥利加速度。这样，矢径长度与角加速度的乘积加上科里奥利加速度才等于加速度的横向分量(关于科里奥利加速度的产生详见§1.2)。

4° 速度和加速度的法向及切向分量的物理意义。

在曲线运动中，速度是矢径对时间的一阶导数

$$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$$

其大小为 $v=\left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right|$，因为在 $\Delta t\to 0$ 时，位移的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与路程 Δs 趋于一致，即 $|d\boldsymbol{r}|=ds$，所以

$$v=\left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right|=\frac{ds}{dt}$$

其方向为 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\boldsymbol{r}$ 的极限方向，此时如图 1·1-5 所示，割线 AB 趋于 A 点的切线，故速度沿着轨道曲线的切线方向，并指向质点前进的方向。

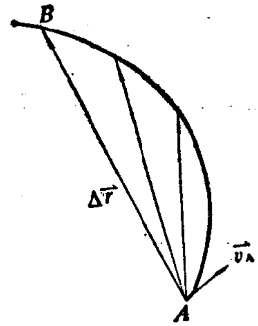


图 1·1-5

所以，当用自然坐标系来讨论质点的运动时，质点运动的速度只有切向分量而无法向分量。

$$\boldsymbol{v}=v_\tau\boldsymbol{\tau}=\frac{ds}{dt}\boldsymbol{\tau}\qquad(1\cdot1\text{-}29)$$

它反映了各时刻矢径 $\boldsymbol{r}$ 随时间的变化率(包括大小和方向)。

在自然坐标系中的加速度根据定义是

$$\boldsymbol{a}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{d}{dt}(v\boldsymbol{\tau})=\frac{dv}{dt}\boldsymbol{\tau}+v\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt}\qquad(1\cdot1\text{-}30)$$

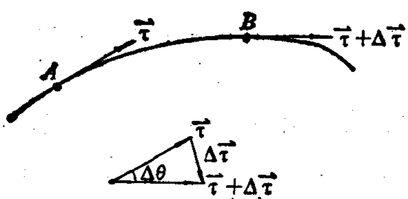


图 1·1-6

下面的问题是求出 $\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt}$ 的大小和方向。如图 1·1-6 所示，当 $\Delta t\to 0$ 时，B 点趋于 A 点，$\Delta\boldsymbol{\tau}$ 趋于与 $\boldsymbol{\tau}$ 垂直的方向，即同于 $\boldsymbol{n}$ 的指向，故 $d\boldsymbol{\tau}\perp\boldsymbol{\tau}$，$d\boldsymbol{\tau}\parallel\boldsymbol{n}$，又因为 $|d\boldsymbol{\tau}|=$

$d\theta$，所以

$$\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt}=\frac{d\theta}{dt}\boldsymbol{n}=\frac{d\theta}{ds}\frac{ds}{dt}\boldsymbol{n}=v\frac{d\theta}{ds}\boldsymbol{n} \qquad (1\cdot1\text{-}31)$$

$\frac{d\theta}{ds}$与时间无关，它仅取决于轨道的几何性质，它是轨道上无限邻近的两点的切向所夹的角$d\theta$与该两点间的弧元ds之比，数值上是对应于单位弧长的角度θ变化，因而它反映了该处轨道的弯曲程度，叫曲线在A点的曲率

$$K=\frac{d\theta}{ds} \qquad (1\cdot1\text{-}32)$$

曲率的倒数称为曲率半径

$$\rho=\frac{1}{K} \qquad (1\cdot1\text{-}33)$$

将式(1·1-31)，(1·1-32)，(1·1-33)代入(1·1-30)，便得到

$$\boldsymbol{a}=\frac{dv}{dt}\boldsymbol{\tau}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n} \qquad (1\cdot1\text{-}34)$$

很明显，加速度的切向分量$a_\tau=\frac{dv}{dt}$反映了速度大小随时间的变化率，$\boldsymbol{v}$值不变时，$a_\tau=0$，如匀速圆周运动中的切向加速度恒为零。而加速度的法向分量$a_n=\frac{v^2}{\rho}$，则反映了速度方向的变化$\left(\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt}\right)$。所以要注意，匀速圆周运动不仅不是没有加速度的运动，而是由于a_n的存在，加速度$\boldsymbol{a}$的值甚至可以相当大。因为$\boldsymbol{a}_n$指向轨道的曲率中心，所以人们也把它称为向心加速度。a_n越大，表示速度方向变化得越快，当质点以相同的速率在不同半径的圆周上运动时，半径越小，a_n越大，反映了质点的速度方向变化越快。当质点沿直线运动时，$\rho\to\infty$，$a_n=0$，即速度方向不变。

例 1-2 设一质点沿半径为 R 的圆周按规律

$$s=v_0t-\frac{1}{2}bt^2$$

运动（v_0、b 都是常数）。求：(1) t 时刻质点的切向和法向加速度。(2) 当总加速度在数值上等于 b 时，质点已沿圆周运动了几圈？

解 (1) 质点在时刻 t 的速率 $v=\frac{ds}{dt}=v_0-bt$，所以，

$$\text{切向加速度}\quad a_\tau=\frac{dv}{dt}=-b$$

$$\text{法向加速度}\quad a_n=\frac{v^2}{R}=(v_0-bt)^2/R$$

(2) 总加速度 $\quad a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}$

当 $t=\frac{v_0}{b}$ 时 $\quad a_n=0,\ a_\tau=-b,\ |\boldsymbol{a}|=b$

这时质点已经历的圈数为：

$$n=\frac{s}{2\pi R}=\frac{v_0t-\frac{1}{2}bt^2}{2\pi R}=\frac{v_0\left(\frac{v_0}{b}\right)-\frac{1}{2}b\left(\frac{v_0}{b}\right)^2}{2\pi R}=\frac{v_0^2}{4\pi bR}$$

注意，这里当 $t=\frac{v_0}{b}$ 时，$a_n=0$，与直线运动中的 $a_n=0$ 有着绝然不同的意义，读者可思考之。

§1.2 相对加速度、牵连加速度和绝对加速度

在不同的参照系中描写同一质点的运动时，质点运动的位置、速度和加速度一般说来是不同的，这样就产生了一个很有实际意义的重要问题：即如何把在两个不同的参照系 S 和 S' 中观察同一质点的运动时，所得到的位置、速度和加速度的关系确定下来？这就是说，如果已知质点相对于参照系 S' 的运动和参照