

理性连续介质 力学入门

〔日〕德冈辰雄 著



科学出版社

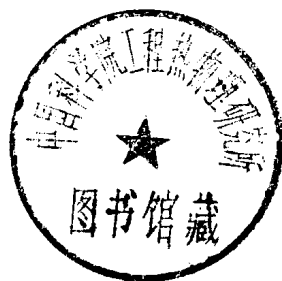
52.4
72

理性连续介质力学入门

〔日〕德冈辰雄 著

赵 镇 苗天德 程昌钧 译

郭仲衡 校



科学出版社

1982

√100576

内 容 简 介

本书阐述近代理性连续介质力学的基本内容,全书共包括十一章,侧重于统一研究单纯物质体的各种本构关系,并概括了近年来本构理论研究的主要方面。书中尽量避免使用过深的数学概念,论述深入浅出,对了解理性连续介质力学的基本理论和发展,有很好的参考价值。

本书可供力学工作者及高等院校力学专业师生参考。

2F67/02
德岡辰雄

有理連続体力学入門(連載講座)

機械の研究, 1976—1977

理性连续介质力学入门

〔日〕德岡辰雄 著

赵 镇 苗天德 程昌钧 译

郭 仲 衡 校

责任编辑: 李成香

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982年7月第一版 开本: 787×1092 1/32

1982年7月第一次印刷 印张: 8 3/8

印数: 0001—7,000 字数: 189,000

统一书号: 13031·1944

本社书号: 2641·13—2

定价: 1.30 元

中 译 本 序

1945年 Reiner 发表了有关非线性粘性流体的论文, 1948年 Rivlin 在不可压缩条件下用半反逆法得到了有限变形弹性理论的几个简单而重要的问题的精确解, 自此以后, 理性力学在深度和广度上都得到了很大发展。本书是日本京都大学航空学教授德岡辰雄为宣传和普及理性力学而写的连续讲座, 共分十八讲, 连载于日本《機械の研究》1976年1至12期和1977年1至6期, 中译本按其内容归并为十一章。本书阐述近代理性连续介质力学的基本内容, 侧重于统一研究单纯物质体的各种本构关系, 并概括了近年来本构理论研究的主要方面。本书写得比较精练, 内容深入浅出, 尽量避免应用过深的数学概念, 因此, 只要具有工科院校毕业生水平的读者, 都可以看懂。

中译本的出版将有助于我国理性力学研究工作的开展。

郭 仲 衡

1979年2月于北京大学

译 者 的 话

在本书翻译过程中，得到了不少同志的关怀和帮助。兰州大学宫学惠教授仔细审阅了译稿的许多章节。著名力学家钱伟长教授 1979 年在兰州主持全国第一次“理性力学讲习班”，曾采用本译稿作为讲习班的教材，并在他主持下，由朱兆祥、汪家詠、叶开沅教授，戴天民副教授，段祝平同志等对译稿进行了审订。参加讲习班的其他许多同志对译稿也提出了不少宝贵意见。在此我们一并致以衷心的感谢。

译 者

目 录

中译本序

译者的话

前言..... 1

第一章 绪论..... 2

§ 1.1 连续介质力学的意义 2

§ 1.2 场的理论 3

§ 1.3 几何学与理性连续介质力学 4

§ 1.4 理性连续介质力学的体系 5

§ 1.5 符号 6

参考文献..... 7

第二章 物体的构形与变形..... 9

§ 2.1 物体、构形、运动 9

§ 2.2 变形梯度 10

§ 2.3 伸长与旋转 11

§ 2.4 参考构形的变换 16

§ 2.5 伸长速率与旋转速率 18

第三章 基本定律与应力..... 22

§ 3.1 质量守恒定律 22

§ 3.2 连续介质的运动定律 24

§ 3.3 应力原理 26

第四章 时空系与本构方程..... 32

§ 4.1 时空系 32

§ 4.2 时空系的变换 32

§ 4.3 基本定律的无差异性 37

§ 4.4 本构方程的性质 39

§ 4.5 本构方程的原理	40
参考文献	43
第五章 简单物质	44
§ 5.1 简单物质的本构方程	44
§ 5.2 本构方程的简化式	45
§ 5.3 内部约束	47
§ 5.4 同格群	49
§ 5.5 各向同性物质	54
§ 5.6 固体	56
§ 5.7 流体	60
§ 5.8 液晶	62
§ 5.9 均匀性与同样性	65
参考文献	66
第六章 减退记忆	67
§ 6.1 静止历史与弹性物质	67
§ 6.2 减退记忆与应力松弛	70
§ 6.3 本构泛函的展开	74
§ 6.4 有限线性粘弹性	74
§ 6.5 无限小的粘弹性	77
§ 6.6 延迟历史	84
§ 6.7 微分型物质	90
§ 6.8 简单物质的谱系	92
参考文献	94
第七章 停滞运动	95
§ 7.1 本构方程的特殊化	95
§ 7.2 恒定伸长历史的运动	97
§ 7.3 表示定理	101
§ 7.4 简单物质的退化	106
参考文献	110
第八章 粘度计中的流动(测粘流动)	111

§ 8.1	测粘流动的表示	111
§ 8.2	正交曲线坐标和物理分量	114
§ 8.3	曲线流动的表示	117
§ 8.4	不可压缩流体在测粘流动中的应力	119
§ 8.5	纯剪切流动	124
§ 8.6	通过管道的二维流动	128
§ 8.7	Poiseuille 流动	131
§ 8.8	Couette 流动	135
§ 8.9	圆锥-平板流动	140
§ 8.10	Stokes 流体的测粘流动	145
§ 8.11	正应力效应	149
§ 8.12	测粘函数的确定	154
	参考文献	157
第九章 弹性物质		158
§ 9.1	弹性物质的基本方程	158
§ 9.2	Piola-Kirchhoff 应力张量	161
§ 9.3	各向同性弹性物质	168
§ 9.4	广义 Coleman-Noll 不等式	170
§ 9.5	特殊条件不等式	174
§ 9.6	微分型条件不等式	178
§ 9.7	各向同性线性弹性	184
§ 9.8	Hooke 固体的条件不等式	189
§ 9.9	各向同性二次弹性	192
§ 9.10	叠加于变形上的无限小变形	193
§ 9.11	边界值问题	197
§ 9.12	无限小稳定与无限小唯一	199
	参考文献	203
第十章 超弹性物质		204
§ 10.1	储能函数	204
§ 10.2	超弹性物质的同格群	207

§ 10.3 各向同性超弹性物质	211
§ 10.4 超弹性物质的条件不等式	214
§ 10.5 各向同性二次超弹性	219
参考文献	224
第十一章 普适变形	225
§ 11.1 普适变形的意义	225
§ 11.2 普适变形的分类	226
§ 11.3 纯剪切变形	231
§ 11.4 不可压缩各向同性弹性圆柱的扭转与伸长变形	237
§ 11.5 橡胶的均匀变形实验	244
§ 11.6 橡胶的储能函数	251
参考文献	256
附录 汉、日、英理性力学专业名词对照表	257

前 言

二十世纪前半叶,在物理学蓬勃发展的背景下,长期不受人注意的连续介质力学,开放出了“理性连续介质力学”这朵新花。这就是 Reiner 与 Rivlin 在 1945 年开始的研究工作。它是一个从线性到非线性、从近似理论到严密理论、从知识的聚积到数学的抽象的过程。这一新的学科,特别是在美国,是由 Truesdell, Noll, Coleman 等人的工作卓有成效地发展起来的。

近年来在日本、在青年研究工作者中间,对这一门新力学也给予了很大的关心。这一方面在于,历来在材料力学、流体力学、土力学中所不考虑的物质性质,现已成为重要的问题;另一方面也在于,这一力学所具有的理论体系的完美性。不过,因为理性连续介质力学的内容与张量分析和泛函分析等有机地结合在一起,所以对初学者来说,往往会产生难以应付的印象。

本书的目的,就在于消除这种困难,以使只具有工科基础知识的读者也能够理解的方式,来讲解这一学科的实质。为此,我们作了如下的取舍,舍去了与热力学有关的部分,而只限于纯粹的力学现象。原则上只采用正交 Descartes 坐标系,从而避免了由于引入曲线坐标而出现的张量分析的复杂性。并在某种程度上牺牲了数学的严密性,使其浅显易懂。我们想根据这样的方针来讲述理性连续介质力学的基本概念与理论基础。

100576

第一章 绪 论

§ 1.1 连续介质力学的意义

“连续介质力学”研究物质的宏观力学性质。所谓宏观性质,就是在三维 Euclid 空间和均匀流逝时间下受 Newton 力学支配的物质行为。它包括机械部件的变形,风洞中的气流,水槽中的水流,海流,风,地球变形等等。因此,微观尺度上出现的量子论效应¹⁾,以及物体速度接近光速或者在巨大重力场下出现的相对论效应²⁾,都不包括在这一学科之内。连续介质力学,对物质的构造不作任何假设。

物质由分子组成,分子由原子组成,原子由原子核与电子组成,而原子核又由基本粒子构成。从支配基本粒子的根本物理定律出发,研究物质宏观行为的方法,叫做“物质结构论”。除了极单纯体系的简单运动以外,这种方法是极为复杂的,这时必须要使用统计力学中某种近似、简化和平均化的方法。然而,这样一来,从根本定律出发的重大意义就会显著地减少了。

连续介质力学和物质结构论,两者并不矛盾,而是互相补充的。两者的目的和应用是不同的。物质结构论研究特殊结构的物质行为。连续介质力学则研究具有不同结构的许多物质的共同行为。如 Hooke 定律既能适用于无定形塑料,也能

1) 液体氦显示的奇妙性质,是在宏观中出现的量子论效应。

2) 当然,考虑“相对论的连续介质力学”时,要以相对论代替 Newton 力学作为基本原理。

适用于多晶体金属材料。连续介质力学中重要概念之一的应力,是一个对物质结构不敏感的量。在诸如桥梁强度计算以及河流的水流分析中,都应使用连续介质力学。谁也不会从物质结构论出发解决这些问题。

§ 1.2 场的理论

在建立“连续介质”的基本定律时,有三种观点,这就是以“质点力学”、以“弹簧、缓冲器模式”和以“场论”为基础的观点。

把质点力学作为基础的观点,从 Newton 以后到二十世纪初期曾经广为流传。后来,引入了连续介质力学的观点,这就是把有关质点运动的定律扩展到连续介质。从逻辑上看,这种观点是含有矛盾的。质点无论怎样连接也不是连续介质,连续介质无论怎样分割也不会成为质点。Euler, Cauchy 虽然把连续介质的运动定律公式化了,但他们并不是从质点力学推导出来的,而应该说是通过类推得出的。

Maxwell, Kelvin, Voigt 曾提出了弹簧、缓冲器模型作为描写弹性与粘性混合性质的方法。弹簧表征力与变形成比例的线性弹性,缓冲器表征力与变形速度成比例的线性粘性。弹簧与缓冲器是物质所具有的两种性质——弹性与粘性的表征,这样的结构要素在物质中并不存在。然而,通过两者的串联结合和并联结合,确实能够表示出所谓“粘弹性”的性质。

为了表示复杂的粘弹性,就要构造这种模型的各种各样的组合,甚至要使用 Fourier 积分,考虑无限多个组合。然而,即使组合结果能够说明复杂的粘弹性行为,那么,这也只是弹簧和缓冲器的“组合结构机制”的结果,而不是“连续介质的结果”。

这样,要建立连续介质力学,必须研究在三维连续介质上分布的“变形”与“力”的“场”。

基本的物理定律,都是通过某些重要的实验与观测而证实和确立的。但是,对于服从经典力学的经典场,情况并非如此。场本质上可以无限地分割。但通过实验来确立这种场的基础,从原理上说是不可可能的。实验可以是出发点,但场理论的创造则要依靠“思维”。应该如何进行实验,如何解释实验结果,并判断理论是否适合,这些都是理性的思维。这样,建立在场的基础上的连续介质力学的引入,不是通过实验,而是通过“数学推理”来实现的。

§ 1.3 几何学与理性连续介质力学

在古埃及,由于尼罗河的泛滥,逐渐产生了测量土地的需要。随着对土地测量经验的积累,发现了图形的某些性质。这些就是我们今天用 Euclid 几何学能够证明的定理的内容。虽然这样的许多片断知识的积累也是有用的,但不能产生出新的东西来。

这种土地测量技术传播到希腊以后,就形成了叫做“几何学”的数学。Euclid 首先要求承认点、线等概念。然后把它们必须满足的内容假设为“公理”,此后只要运用数学逻辑,就可以证明出几何学的定理,而从土地测量所发现的各种事实,也就可由几何定理加以证明。这样,成为数学的几何学,把仅由片断知识的累积所不能了解的深奥内容,也能够推导出来。

几何学处理的图形,是把自然界物体的形状加以抽象化、理想化的东西。在自然界中并不存在没有大小、只有位置的点,也不存在没有宽度的线。而且, Euclid 几何学所处理的严格的三角形也是不存在的。从这一点看来,几何学是一种非

现实的学问。但是,两千年的经验表明,它是极为有用的。几何学并非因为它是一般化与抽象化的结果,使它成为非现实的而不起作用,相反,正是因为这种原因,才使它成为有用的学科。

另一方面,有材料力学、流体力学、土力学等学科。它们分别处理固体材料的弹性性质、流体的流动性质、土的力学性质,而且大部分都只适用于线性范围。从工程学基础依赖于这些学科的关系可知,由它们导出的结果,利用价值是很高的。然而,说得夸张一点,如果停留在这些学科的体系内,就会如同停留在埃及的土地测量状态一样。不是个别地考察物质,而是把物质作为连续介质统一考察,象从测量术向几何学飞跃那样,使连续介质力学向数学飞跃的,就是“理性连续介质力学”。

这一新的学科起源于1945年Reiner对粘性流体的研究。与此同时发展起来的学科有“流变学”,化学工作者为了分析固体塑料、高分子溶液等的行为,主要对流变学进行了研究。不区别固体和流体、而是统一地进行考察,从这一点说,流变学与理性连续介质力学是相同的。然而,两者有本质的区别。前者把阐明粘弹性和分析物质的非线性响应作为重点;而后者把建立连续介质的数学体系作为目标。

§ 1.4 理性连续介质力学的体系

归纳整理物质的复杂现象,通过逻辑考察,建立起物质的数学模型,这就是连续介质力学的目的。在几何学所假设的空间外,再引入时间概念,进而假定连续分布的“物体”和其所具有的“质量”以及作用在物体上的“力”。物体在空间中的位置随时间的移动,则叫做“运动”。这些预先假定的基本概念,

就叫做理性连续介质力学的“基元”¹⁾。

一切连续介质必须满足的基本定律,是“质量守恒定律”、“线动量守恒定律”和“角动量守恒定律”²⁾。这些在连续场的场合下,就成为“场方程”,在不连续场的情况下,它们就成为“间断条件”。

其次,也必须描述各种不同物质所特有的力学特性。把由经验得到的特性作为出发点,以某些“基本原理”作指针,找出它们的数学表达式,这种表达式就叫做“本构方程”。从物质行为中只取出力学行为,再从中提出我们所要研究的特性,加以抽象化,并用数学形式表现出来,就得出“本构方程”。这是一个只强调了物质某一方面的理想化的公式,它表达的是“理想物质”,亦即是物质的“数学模型”。

基元、基本定律、本构方程构成了理性连续介质力学的体系。如果把本构方程与场方程或间断条件组成方程组,在初始条件和边界条件下求解,这样就得到连续介质的解答。

§ 1.5 符 号

在本书中,为简化起见,原则上只采用正交 Descartes 坐标。下面列出主要的符号。

$A, \dots, a, \dots$: 标量及标量场。

X : 物质粒子。

$\mathbf{X}, \dots, \mathbf{x}, \dots$: 物质粒子在空间所占点的矢量

$X_K, \dots, x_k, \dots$: $\mathbf{X}, \dots, \mathbf{x}, \dots$ 的坐标分量。

-
- 1) 本书不涉及热力学,如果涉及热力学还必须假定“温度”、“内能”、“热流”、“熵”等概念。
 - 2) 考虑到热力学时,还需要“能量守恒定律”和相当于热力学第二定律的“Clausius-Duhem 不等式”。

$\mathbf{A}, \dots$: 二阶张量及二阶张量场.

$A_{kl}, \dots$: $\mathbf{A}, \dots$ 的坐标分量.

$\mathbf{a}, \dots$: 矢量及矢量场.

$a_k, \dots$: $\mathbf{a}$ 的坐标分量.

$\xi, \kappa, \dots$: 构形, 映射.

$\mathfrak{F}, \dots, \mathfrak{F}, \dots$: 标量、张量值的泛函数.

$\mathfrak{F}_{kl}, \dots$: $\mathfrak{F}, \dots$ 的坐标分量.

$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \dots$: 物体、区域等.

$g, u, \dots$: 群.

参 考 文 献

在本章中原则上未引用期刊文献. 这里只想介绍一些有代表性的著作.

不使用数学公式讲述理性力学、理性连续介质力学的历史与概要的, 有

- [1] C. Truesdell, The Rational Mechanics of Materials-Past, Present, Future, *Appl. Mech. Rev.*, 12(1959), 75—80.
- [2] C. Truesdell, Modern Theories of Materials, *Trans. Soc. Rheology*, 4(1960), 9—22.
- [3] C. Truesdell, A Program toward Rediscovering the Rational Mechanics of the Age of Reason, *Arch. Hist. Exact Sci.*, 1(1960), 3—36.
- [4] C. Truesdell, Essays in the History of Mechanics, Chap. 3, Springer-Verlag, Berlin (1968), 334—366.

利用数学公式讲述理性力学的内容的有(其中文献[6]是一本饶有兴味的书):

- [5] C. Truesdell, Rational Mechanics of Deformation and Flow, Proc. 4th Intern. Congr. Rheology, ed. by E. H. Lee, Interscience, New York (1965), 3—31.
- [6] C. Truesdell, Six Lectures on Modern Natural Philosophy, Springer-Verlag, New York (1966), 1—117.
- [7] C. Truesdell, Thermodynamics for Beginners, Irreversible Aspects of Continuum Mechanics and Transfer of Physical Characteristics in Moving Fluids, ed. by H. Parkus & L. I. Sedov, Springer-Verlag, Wien (1968), 373—389.

- [8] C. Truesdell, Foundations of Continuum Mechanics Delaware Seminar in the Foundations of Physics. Chap. 4, ed. by M. Bunge, Springer-Verlag, Berlin (1969). 35—48.
- [9] C. Truesdell, The Tragicomedy of Classical Thermodynamics, Springer-Verlag, Wien (1971), 1—41.
- [10] 徳岡辰雄, 有理力学の基本概念, 機械の研究, **26** (1974), 1121—1125.
- [11] 徳岡辰雄, 有理力学——新しい連続体力学, 材料, **23** (1974), 880—886, 1022—1025, 1086—1091; 材料, **24** (1975), 97—101, 171—175, 274—279.

专门介绍比较通俗内容的书有(其中,文献[12,13]简洁明了,文献

- [15] 中应用了高深的数学,较难懂):
- [12] C. Truesdell, The Elements of Continuum Mechanics, Springer-Verlag, New York, (1966), 1—279.
- [13] C. Truesdell, The Nonlinear Field Theories in Mechanics, Topics in Nonlinear Physics, ed. by N. J. Zabusky, Springer-Verlag, Berlin (1968), 19—215.
- [14] C. Truesdell, Rational Thermodynamics, McGraw-Hill, New York (1969), 1—208.
- [15] C. C. Wang & C. Truesdell, Introduction to Rational Elasticity, Noordhoff International Pub., Leyden (1973), 1—556.
- [16] A. C. Eringen, Nonlinear Theory of Continuous Media, McGraw-Hill, New York (1962), 1—477.
- [17] A. C. Eringen, Mechanics of Continua, John Wiley, New York (1967), 1—502.
- [18] D. C. Leigh, Nonlinear Continuum Mechanics, McGraw-Hill, New York (1968), 1—240; 邦訳あり, 村上澄男訳, 非線形連続体力学, 共立出版(1975), 1—272.

关于经典场的综合报告有:

- [19] C. Truesdell & R. Toupin, The Classical Field Theories, Encyclopedia of Physics, ed. by S. Flügge, III/I, Springer-Verlag, Berlin (1960), 226—902.

综合讲解非线性连续介质力学的有:

- [20] C. Truesdell & W. Noll, The Non-Linear Field Theories of Mechanics, Encyclopedia of Physics, ed. by S. Flügge, III/3, Springer-Verlag, Berlin (1965), 1—602.

经常在各处用 *CFT* 及 *NFTM* 的简写符号引用上述原著。

以上,我们省略了刊载在专门杂志上的论文。此外,在 *CFT* 及 *NFTM* 的卷末附有庞大的文献一览表,查阅十分方便。