优化方法与电路优化设计

鲍顺光

东南大学出版社

优 化 方 法
与电路优化设计

鲍 顺 光

东南大学出版社

(苏)新登字第012号

优化方法与电路优化设计

鲍顺光

东南大学出版社出版

南京四牌楼2号

江苏省新华书店发行　东南大学印刷厂印刷

开本850×1168毫米 1/32　印张14　字数363千字

1992年5月第1版　1992年5月第1次印刷

印数：1—1000册

ISBN 7—81023—582—6

TN·53　　　　定价：4.25元

内容提要

电路优化设计是建立在最优化方法的基础上，为解决电路设计而开拓出的新的设计理论和方法。本书从工程技术的应用出发，较系统地讲述了目前在电路优化设计中常用的最优化方法的基本原理和算法。内容包括：概论、线性规划、整数规划、无约束极值问题的解法、非线性规划的计算方法、多目标优化方法和电路的优化设计。书中既介绍了古老的优化方法也引入了新的近代优化方法。

本书可作为无线电专业研究生和本科高年级学生的必修或选修课教材，也可供其它专业学生和工程技术人员参考。

责任编辑　张　克

责校对任　王小宁

出 版 说 明

研究生教育是培养高层次专门人才的一条重要途径。通过研究生阶段的教学，应使研究生在本门学科上掌握坚实的基础理论和系统的专门知识，并具有从事科学研究工作或独立担负专门技术工作的能力。编辑出版能够体现学校研究生教育特色、有较高学术水平的研究生教材，是研究生教育的重要基础工作之一。

一本好的研究生教材，应当富有教育性、系统性、启迪性、学术性和新颖性。这即是说，研究生教材必须符合教学的基本规律，注意理论联系实际；必须系统阐明本门学科所必要的基础理论和专门知识，注意突出基本原理和基本内容；必须着眼于研究生能力的培养，注意启发他们的创造性思维；必须体现较高的学术水平，注意有足够的理论深度；必须充分反映国内外的最新研究动态，注意当代科学技术发展的前沿。所有这些，既是对研究生教材的要求，也是我们组织出版研究生教材所要遵循的原则。当然，使研究生教材能对本学科领域的科研和工程技术人员有较高的参考价值，也是我们追求的目标。

现在出版的教材虽然是作者多年研究生教学的实践与研究的结晶，从选题、审定到编辑出版，我们也都经过了细致认真的工作，但要使一本研究生教材能满足大家之所求，决非易事。限于我们的水平和经验，难免有失当和错误之处，尚祈读者不吝指正。

东南大学研究生院

东南大学出版社

前　言

最优化理论和方法是近二三十年随着电子计算机的普遍应用而发展起来的一个新的数学分支。它已广泛应用于建筑、机械、自动控制、无线电技术等各个领域。并产生直接的经济效益。因而已日益得到人们的重视。

目前国内出版的有关最优化方面的教材已有十多种，但针对电路优化设计方面的尚属空白，国外亦很少见。由于无线电工程系硕士研究生的教学需要，作者于1984年开始着手编写有关电路优化设计方面的讲义，主要以Proceedings of the IEEE. Vol. 69, No.10, October 1981. 所载论文 "A survey of cptimization techniques for integrated-circuit design"和 Robert. K. Brayton, Robert Spance 所著《Sensitivity and Optimization》一书中所综述的电路设计中常用的优化设计方法为脉络，广泛参考了 IEEE TRANS. on Circuits and Systems; IEEE TRANS. Microwave Theory Techniques; IEEE TRANS. on Audio and Electroacoustics; IEEE TRANS. On ASSP 等国外著名杂志上所发表的有关电路优化设计方面的论文及国内有关优化理论方面的书籍，于1986年初写成了讲义的初稿。经无线电工程系硕士研究生及高年级本科生多年的使用，并结合本教研组和本人近几年来的科研成果，于1988年对原讲义重新进行了修改。这次改写中选择了学生专题研究作业中的若干实例，充实了电路优化设计的内容。

本书从工程技术的应用出发，较系统地讲述了最优化的基本原理与方法，在选材上力求通俗易懂，深入浅出，避免了较深的数学知识，适于教学和自学。读者只需具有一般微积分、线性代数基础知识就可读懂。书中介绍的一些算法都是经过实践证明比

较有效的，它既有比较古老的优化方法，也有较新的近代优化方法。对选入的方法，均较详尽地论述其理论根据。对于较复杂的算法都给出了算法的步骤及框图，在此基础上，读者不难自行编写出计算机程序或者读懂由其它文献查来的现成程序。书中用*加以注明的部分内容是供对最优化理论感兴趣的读者阅读的。为了帮助读者消化正文的内容，在前六章每章末附有适量的习题。

电路优化设计是建立在最优化方法的基础上，为解决电路设计而开拓出的新的设计理论和方法，是电路辅助设计的一个重要组成部分。在电路优化设计过程中，不可避免地涉及有关专业的基本计算内容，为有利于解决实际问题，书中作了必要的阐述。

本书虽是针对无线电专业而写的，但书中所叙述的优化方法同样适合于其它专业的学生和工程技术人员。本书读者对象主要是研究生，如对内容稍加选择，也可供本科生高年级选修之用。

本书的审稿者是南京航空学院管理系副系主任宁宣熙副教授，他在百忙中抽出宝贵时间认真审阅了全部稿件，提出了不少改进意见，作者向他表示衷心的感谢！另外我也要感谢我的学生们，他们在电路优化方面的实践，为我的教材提供了很好的素材。

由于作者水平所限，书中错误和缺点在所难免，恳请读者批评指正。

作者 1991.12

目　录

第一章 概 论

1.1 一般性描述

从现代的观点讲，所谓最优化就是寻求最好结果或最佳目标的一种学问。最优化问题几乎充满了整个世界，无论是在我们日常生活中或是在工农业生产、交通运输、国防事业中到处都存在着最优化问题。下面略举几个简单例子。

(1) 有人从甲地出发欲达乙地，若其间可有水路、公路、铁路三种走法。选择何种走法才能既花钱少又最省时间？

(2) 在变压器设计时，如何在满足电气性能要求下使所用的硅钢片的用量最省？

(3) 在农业生产方面，例如用温室来生产蔬菜时，如何合理调节室内的温度、湿度使生产周期最短或产量最高。

(4) 交通运输方面，用汽车运输某货物时，如何选择合理路线，使运输既省时又费用最少。

(5) 在国防方面，如潜水艇的最速沉降问题：作用于潜水艇上的垂直力应如何随时间变化，才能使其在满足潜水艇的重量、艇速、水速等限制下，沉降到一定深度时所费时间最短。

概括讲，最优化是从所有可能方案中选择最合理的一种方案，以达到最佳目标的科学。达到最佳目标的方案是最优方案，寻找最优方案的方法称为最优化方法，这种方法的数学理论就是最优化理论。凡是追求最优目标的数学问题都属于最优化问题。作为最优化问题，至少有两个要素：一是可能的方案，二是追求的目标，而且后者是前者的“函数”。若这些方案与时间无关，则称之为静态最优化问题；否则称为动态最优化问题。本书仅讨

论静态最优化问题。

1.2 经典极值问题

最简单的最优化问题在高等数学中已经研究过，即求函数的极值问题，下面举例简单说明。

例 1-1 一块边长为36cm 的正方形铅板（见图1-1），在四个角处剪去相等的正方形以制成一个方形无盖水槽，问如何剪法使该水槽的容积最大？

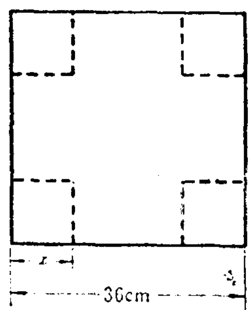

图 1-1 正方形铅板

解：设剪去的正方形边长为 x。剩下部分做成的水槽的容积为 $f(x)=(36-2x)^2\cdot x$。欲使其容积最大，可令其一阶导数为零，即

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2(36-2x)(-2)\cdot x \\ &\quad +(36-2x)^2 \\ &= (36-2x)(36-6x)=0 \end{aligned}$$

解得 $x_1=18(\mathrm{cm})$，$x_2=6(\mathrm{cm})$ 两个驻点。显然，其中x_1是无意义的，只需判别x_2是否为极大点。由

$$f''(x)=(36-6x)(-2)+(36-2x)(-6)=24x-288$$

当 $x=6\mathrm{cm}$ 时

$$f''(x)=-144<0$$

故知 $x=6\mathrm{cm}$ 为所求之解。

例 1-2 将半径为 1 的实心铜球熔化后，铸成一个实心圆柱体（若不考虑熔化过程中的损耗），问圆柱体取什么尺寸才能使它的表面积最小？

解：设所铸成的圆柱体的底面半径为r，高为h。该问题可以描述成

$$\min\ \{2\pi rh+2\pi r^2\}$$

满足于 $$\pi r^2h=\frac{4}{3}\pi[R_{球}]^3=\frac{4}{3}\pi$$

或 $$r^2h-\frac{4}{3}=0$$

这是一个带有等式约束的 函数极值问题。可用拉格朗日 （Lagrange）乘子法求解，其方法为构造函数

$$L(r.h.\lambda)=2\pi rh+2\pi r^2-\lambda\left(r^2h-\frac{4}{3}\right)$$

此函数称为 Lagrange 函数，将它分别对 r，h，λ 三个变量求偏导并令其为零，则有：

$$\frac{\partial L}{\partial r}=2\pi h+4\pi r-2\lambda rh=0 \tag{1-2-1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial h}=2\pi r-\lambda r^2=0 \tag{1-2-2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=-r^2h+\frac{4}{3}=0 \tag{1-2-3}$$

联立求解上列各式得：

$$r=\sqrt[3]{\frac{2}{3}},\ h=2\sqrt[3]{\frac{2}{3}},\ \lambda=\frac{2\pi}{\sqrt[3]{\frac{2}{3}}}\text{（可以不必求出）}$$

此时圆柱体的表面积是 $6\pi\left(\frac{2}{3}\right)^{2/3}$。

上面所举两例 都是微积分中典型的 极值问题， 它们虽然简单，但代表了经典最优化的两种类型问题及其解法。

第一，无约束极值问题。通常可写成求

$$\min\ f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$$

或 $$\max\ f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$$

这里的函数f是定义在n维欧拉空间上的可微函数。求极值的方法是从下列含有n个未知数$x_1 \sim x_n$的非线性方程组

$$
\begin{aligned}
&f'_{x_1}(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0 \\
&f'_{x_2}(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&f'_{x_n}(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0
\end{aligned}
$$

中解出驻点，然后再判定这些驻点是否是极值点。

第二，具有等式约束的极值问题。其形式为求

$$\min f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

或 $$\max f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

满足于 $$h_j(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0, \quad j = 1, 2, \cdots, l \ (l < n)$$

这类问题常采用 Lagrange 乘子法求解，即将上述问题转化为求 Lagrange 函数

$$
\begin{aligned}
&L(x_1, x_2, \cdots, x_n, \ \lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_l) \\
&= f(x_1, x_2, \cdots, x_n) - \sum_{j=1}^{l} \lambda_j h_j(x_1, x_2, \cdots, x_n)
\end{aligned}
$$

的无约束极值问题。

众所周知，上述极值问题的求解都归结为非线性方程组的求解，而非线性方程组的解只有在很特殊的情况下才能获得解析解。因此在微积分课本中一些极值问题大都限制在少数几个变量的范围内。

关于极值问题的研究已有几百年的历史了，至少可以追溯到 Newton 发明微积分的时代，随着微积分的成熟，极值理论也日趋完善。但在很长一段时间里，这一古老的课题一直没有取得实质性的进展。近30年来，由于电子计算机的应用和实际需要的增

长，才使这一古老的课题获得了新的生命。

近20年来，国际上关于这类问题的研究特别活跃，出现了许多求解大型问题的新理论和新方法，目前已能求解几百，甚至上千个变量的复杂问题，约束条件也不限于等式，还出现了不等式。这些新的理论和方法称为近代最优化理论和方法。相对而言，我们把微积分中的极值理论称为“经典”的最优化理论。

最优化是一门崭新的学科，它已广泛应用于化工、航空、机械、建筑、无线电技术等许多工程技术部门。但是，有关最优化方面的理论和方法远没有完善，还有许多问题有待解决，特别是由于其应用范围日益广泛，更迫切地要求创造出更为有效、更加可靠的新方法。因此最优化计算方法，至今仍是一个十分活跃的课题。

1.3 最优化问题实例

最优化技术的工作一般被分成两个方面：

(1) 由实际生产或科技问题抽象为最优化的数学模型，简称构造数学模型；

(2) 对所形成的数学模型进行加工求解。

在这两方面的工作中，(2)就是建立一套最优化的数学理论及算法，(1)是关于数学模型的构造方法，它因实际问题的不同而异，没有一个统一的方法。而这一部分的工作又是十分重要的。本节通过几个例子进一步说明最优化技术与实际问题密切相关，有很大的实用价值；同时还试图对怎样从实际问题形成数学模型的方法，给大家一点启示。

1.3.1 线性规划问题

设奇数长度N的线性相位约束FIR（有限冲击响应）数字滤波器的传递函数为

$$H(z)=\sum_{\substack{n=0\\ n\notin I_C}}^{n-1} h(n)z^{-n} \tag{1-3-1}$$

式中，I_C表示被约束为零的$h(n)$的标号的集合，$\notin$表示不属于。该滤波器的幅频响应$H(F)$可写成下列形式

$$H(F)=\sum_{\substack{n=0\\ n\notin I_C}}^{(n-1)/2} \tilde{h}(n)\cos(2\pi nF) \tag{1-3-2}$$

其中$\tilde{h}(n)$可用$h(n)$推得（见参考文献[1]）为

$$\tilde{h}(0)=h\left(\frac{N-1}{2}\right)\neq 0$$

和 $$\tilde{h}(n)=2h\left(\frac{N-1}{2}-n\right),\ n=1,2,\cdots,\frac{N-1}{2},\ n\notin I_C$$

滤波器独立的$\tilde{h}(n)$的数目为$m=[(N-N_C)+1]/2$。式中N_C为I_C中元素的数目。

设要求的FIR数字滤波器的幅频响应为$D(F)$，怎样求得系数$\tilde{h}(n)$使式(1-3-2)中的$H(F)$能逼近$D(F)$？为此，在$(0\sim2\pi)$ rad/抽样 中取N_g个格点（通常取N_g为16），滤波器在格点k处的幅频响应应为

$$H(F_k)=\sum_{\substack{n=0\\ n\notin I_C}}^{(N-1)/2} \tilde{h}(n)\cos(2\pi nF_k),\ k=0,1,\cdots,\frac{N_g}{2} \tag{1-3-3}$$

设$D(F_k)$和$w(F_k)$分别代表要求的幅频响应和格点k处逼近误差所要求的加权系数，并设δ为最大允许的逼近误差，则上述逼近问题可用下列不等式给出

$$-\delta\leqslant w(F_k)[D(F_k)-H(F_k)]\leqslant\delta,\ k=0,1,\cdots,\frac{N_g}{2} \tag{1-3-4}$$

式(1-3-4)可表示成下列最优化的数学模型

$$\max\ (-\delta)$$

满足于

$$-w(F_k)\sum_{\substack{n=0\\ n\notin I_c}}^{(N-1)/2}\tilde{h}(n)\cos(2\pi nF_k)-\delta$$

$$\leqslant -w(F_k)D(F_k),\ k=0,1,\cdots,\frac{N_g}{2}$$

$$w(F_k)\sum_{\substack{n=0\\ n\notin I_c}}^{(N-1)/2}\tilde{h}(n)\cos(2\pi nF_k)-\delta$$

$$\leqslant w(F_k)D(F_k),\ k=0,1,\cdots,\frac{N_g}{2}$$

这是一个线性规划问题，其中变量为$\tilde{h}(n)$及$(-\delta)$。

1.3.2 无约束最优化问题

图1-2(a)为单级晶体管放大器的交流等效电路，将三极管以混合π型等效电路代替，可得其等效电路如图1-2(b)所示。若要求该放大器的电压增益的模在尽可能宽的频带内为40(倍)，选择电路参数R_B，r_x，R_E，C_x，g_m，R_L作为可调设计参数，那么如何构成数学模型？

显然，电压增益的模仅决定于电路参数，与输入信号的大小无关，因此，可设$|\dot{V}_i|=1$，此时，要求达到的输出电压的模的最优值应为40。而实际的电压增益的模应为电路参数及角频率的函数，设电路参数为$x_1,x_2,\cdots,x_N$，$|\dot{V}_i|=1$，则实际的电压增益的模可写成$|\dot{V}_o(x_1,x_2,\cdots,x_N,j\omega)|$，这样，上述问题可以表述为如何确定这$N$个电路参数$x_1\sim x_N$，使实际的电压增益的模在尽可能宽的频率范围内（例如 0～1MHz）逼近理想值 40，则其数