电路参数的容差分析与设计

凌燮亭　著

复旦大学出版社

沪新登字202号

责任编辑 林溪波

责任校对 周冬招

电路参数的容差分析与设计

凌燮亭 著

复旦大学出版社出版

(上海国权路579号)

新华书店上海发行所发行 复旦大学印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 5.875 字数 171,000

1991年9月第1版 1991年9月第1次印刷

印数1—3,000

ISBN7-309-00599-6/O·86

定价8.00元

目　录

第一章　电路的灵敏度分析

由于实际元件的参数值和标称值之间总存在着随机的误差，具体实现的电路参数总和设计的理论值是不相一致的，并且由于实际元件参数值的温度特性和老化现象，也会使调整好了的电路参数随着温度的变化和使用时间的增加而改变，这些都会使电路的实际性能和设计的要求发生偏差。了解和掌握各个元件参数值或其他电路参数对电路性能的影响程度是设计人员所要关心的。灵敏度的概念正是描述了电路的这一性能指标。此外，在进行电路的优化设计时也会遇到电路性能的目标函数梯度或雅可比（Jacobi）矩阵的计算，由于梯度的分量和雅可比矩阵的元都是和微分灵敏度相一致的，所以灵敏度的计算也是电路优化设计中的一个重要组成部分。除了需要了解和掌握各个元件参数值或其他电路参数微小变化时的微分灵敏度外，在研究电路的温漂，容差，故障以及等效电路的简化等问题时还需要了解和掌握各个元件参数值或其他电路参数发生大改变时的增量灵敏度。

在这一章里将首先给出有关的定义，然后在§ 1.2 中讨论单个元件参数值发生变动时的单参数灵敏度的分析方法。在§ 1.3 中讨论几个元件参数值同时发生变化时的多参数灵敏度的分析方法。在§ 1.4 中讨论温度灵敏度和时间域灵敏度，最后在§ 1.5 中将介绍一般形式下灵敏度的分析方法。

§1.1　概　　述

在对电路进行分析设计时都要对电路中的各个元件采用一定的模型来进行描述，最简单的模型只需要一个参数，通常就是它们的值。例如，电阻 R，电容 C 和电感 L 等。有些元件则需要用几个参数，

9210098

例如，晶体管和运算放大器，除了各种导纳外还要用到电流放大倍数 β 和电压放大倍数 μ 等来描述。电路的各种特性都是这些参数（x_i；$i\in\{1,m\}$）的函数。这些参数的改变反映了和它们相关的元件特性的变化，都会引起电路特性的变化。为了描述这种变化的关系，通常引进以下的定义。

［定义 1.1-1］ 倘若 f 是用来描述电路 $\mathscr{C}$ 的电路特性函数，x 是电路的一个参数。当参数 x 从它的正常值 x_0 产生一个改变量 Δx 时，使得 f 也从它的正常值 f_0 产生一个相应的改变量 Δf，则称

$$s_x^f\equiv\left.\frac{\Delta f}{\Delta x}\right|_{\Delta x\to 0}=\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} \tag{1.1-1}$$

为参数 x 对电路特性函数 f 的微分灵敏度，有时又称为小改变灵敏度，而称

$$S_x^f\equiv\left.\frac{\dfrac{\Delta f}{f_0}}{\dfrac{\Delta x}{x_0}}\right|_{\Delta x\to 0}=\frac{x_0}{f_0}s_x^f \tag{1.1-2}$$

为参数 x 对电路特性函数 f 的规一化微分灵敏度，又称相对微分灵敏度。

［定义 1.1-2］ 在［定义 1.1-1］中，倘若参数 x 发生的改变量 Δx 不是趋向于无穷小（或很小），则称

$$\Delta s_x^f\equiv\frac{\Delta f}{\Delta x} \tag{1.1-3}$$

为参数 x 对电路特性函数 f 的大改变灵敏度或称增量灵敏度。同样称

$$\Delta S_x^f\equiv\frac{\dfrac{\Delta f}{f_0}}{\dfrac{\Delta x}{x_0}}=\frac{x_0}{f_0}\Delta s_x^f \tag{1.1-4}$$

为参数 x 对电路特性函数 f 的规一化（相对）大改变灵敏度或称规一化（相对）增量灵敏度。

［定义 1.1-3］ 当电路中同时有 $m>1$ 个参数 x_i；$i\in\{1,m\}$ 从它们的正常值 x_i^0；$i\in\{1,m\}$发生了改变量 Δx_i；$i\in\{1,m\}$，则称由此引

起电路$\mathscr{C}$的电路特性函数f从它的正常值f_0发生的相应改变量Δf为这些参数对电路特性函数f的多参数灵敏度。若所有这些参数的改变量$\Delta x_i; i\in\{1,m\}$都趋向于零或很小，则称

$$\Delta f\Big|_{\substack{\Delta x_{i\to 0}\\ i\in\{1;m\}}}=\mathrm{d}f=\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial f}{\partial x_i}\mathrm{d}x_i$$

为参数$x_i; i\in\{1,m\}$对电路特性函数f的多参数微分灵敏度，否则就称Δf为这些参数对电路特性函数f的多参数大改变灵敏度或多参数增量灵敏度。

倘若电路特性函数f是参数$x_i; i\in\{1,m\}$的线性函数，那么电路特性函数f的多参数灵敏度Δf总可以表示为

$$\Delta f=\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial f}{\partial x_i}\Delta x_i=\sum_{i=1}^{m}s^{f}_{x_i}\Delta x_i \tag{1.1-5}$$

或表示成矩阵形式

$$\Delta f=[s^{f}_{x_1},s^{f}_{x_2},\cdots,s^{f}_{x_m}]\begin{bmatrix}\Delta x_1\\ \Delta x_2\\ \vdots\\ \Delta x_m\end{bmatrix} \tag{1.1-6}$$

如果用微分灵敏度和参数改变量的列矢量$\boldsymbol{s}$和$\Delta\boldsymbol{x}$来表示，则有

$$\Delta f=\boldsymbol{s}^{t}\,\Delta\boldsymbol{x} \tag{1.1-7}$$

这里的t表示矢量的转置。

一般的电路，即使是线性电路，它的电路特性函数f（例如各种转移阻抗或导纳，电流或电压放大倍数以及时间域中的阶跃脉冲响应时间等）都不是参数$x_i; i\in\{1,m\}$的线性函数。因此电路特性函数f的多参数灵敏度将由泰勒级数来确定，即

$$\Delta f=f-f_0=\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial f}{\partial x_i}\Delta x_i+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i\,\partial x_j}\right)\Delta x_i\Delta x_j+\cdots \tag{1.1-8}$$

如果各个参数的改变量$\Delta x_i; i\in\{1,m\}$都不很大，那么在忽略（1.1-8）式中的二次以上的高次项后，就可以得到（1.1-5）式的线性近似结果。若要求有较高的精度时，可以包括二次项$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_i\,\partial x_j}$在内（通常

称二次项 $\partial^2 f/\partial x_i \partial x_j$ 为二阶微分灵敏度）。这时的（1.1-8）式可表示为如下的矩阵表达式

$$\Delta f = \boldsymbol{s}^t \Delta \boldsymbol{x} + \frac{1}{2} \Delta \boldsymbol{x}^t \boldsymbol{H} \Delta \boldsymbol{x} \tag{1.1-9}$$

这里的对称方阵 $\boldsymbol{H}$ 称为海森(Hessian)矩阵，矩阵元为

$$h_{ij} = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \boldsymbol{x}^2}\right)_{i,j} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \, \partial x_j} \tag{1.1-10}$$

所以电路特性函数 f 的多参数微分灵敏度的计算，由（1.1-5）式可以看到它可以通过各个参数的微分灵敏度来作近似的估算。但当参数的改变量较大时就必需直接进行多参数大改变灵敏度的计算了。

§1.2 单参数灵敏度

作为灵敏度分析的基础，我们首先考虑单个参数发生改变的单参数情况。然后在下一节再进一步研究多个参数同时发生改变的多参数情况。在下面的讨论中将只考虑线性电路，这不仅因为线性电路的理论比较成熟，数学方法简单，还因为它可以得出一些有直观物理概念的结果，同时它也是研究非线性电路的基础。在一些非线性电路的大改变灵敏度的数值计算过程中，也往往是要利用线性化的迭代过程来进行的。

从线性电路的理论[1]知道，线性时不变电路的电路特性函数f(驱动点导纳或阻抗，转移导纳或阻抗，电压和电流放大倍数等）都是电路参数 x_i; $i\in\{1,m\}$的双线性函数，即可以表示为如下的函数形式

$$f(\boldsymbol{x}) = \frac{N(x_1, x_2, \cdots, x_m)}{D(x_1, x_2, \cdots, x_m)} = \frac{N(\boldsymbol{x})}{D(\boldsymbol{x})} \tag{1.2-1}$$

$N(\boldsymbol{x})$和$D(\boldsymbol{x})$对各个分量 x_i; $i\in\{1,m\}$都是一阶的线性多项式。例如当 $m=2$ 时，则有

$$f(x_1, x_2) = \frac{a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_1 x_2}{b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_1 x_2} \tag{1.2-2}$$

系数 a_k, b_k; $k\in\{0,3\}$均为常数或复频 s 的函数。因此对于任一参数

x_i 总可以表示为

$$f(x_i)=\frac{A+Bx_i}{E+Fx_i} \tag{1.2-3}$$

这里的 A,B,E 和 F 是除参数 x_i 以外其他各个参数 $x_j;j\neq i,j\in\{1,m\}$ 的多项式。从（1.2-3）式通过对参数 x_i 的微分不难得到关于参数 x_i 的微分灵敏度

$$s^f_{x_i}=\frac{BD(\boldsymbol{x})-FN(\boldsymbol{x})}{D^2(\boldsymbol{x})} \tag{1.2-4}$$

$$S^f_{x_i}=\left(\frac{B}{N(\boldsymbol{x})}-\frac{F}{D(\boldsymbol{x})}\right)x_i \tag{1.2-5}$$

若参数 x_i 产生的改变量为 Δx_i，那么相应的特性函数

$$f(x_i+\Delta x_i)=\frac{(A+Bx_i)+B\Delta x_i}{(E+Fx_i)+F\Delta x_i}$$

引起电路特性函数 f 的增量

$$\Delta f(x_i)=f(x_i+\Delta x_i)-f(x_i)=\frac{(BD(\boldsymbol{x})-FN(\boldsymbol{x}))\Delta x_i}{(D(\boldsymbol{x})+F\Delta x_i)D(\boldsymbol{x})}$$

于是可以得到关于参数 x_i 的大改变灵敏度

$$\Delta s^f_{x_i}=\frac{s^f_{x_i}}{1+\dfrac{F}{D(\boldsymbol{x})}\Delta x_i} \tag{1.2-6}$$

$$\Delta S^f_{x_i}=\frac{S^f_{x_i}}{1+\dfrac{F}{D(\boldsymbol{x})}\Delta x_i} \tag{1.2-7}$$

可以看到倘若电路特性函数 f 对于参数 x_i 的微分灵敏度为零，那么不论参数的改变量 Δx_i 有多大，相应的大改变灵敏度同样为零。在这种情况下参数 x_i 对电路特性函数 f 实际上不发生作用而可以略去。

［例 1.2-1］求图 1.2-1 所示电路的 $S^f_{g_5}$ 和大改变灵敏度 $\Delta S^f_{g_5}$。

解： 对于图 1.2-1 所示的电路，它的电压传递函数为

$$f=\frac{V_0}{V_s}=\frac{\mu(g_1g_4-g_2g_3)}{(g_1+g_2)(g_3+g_4)+((1+\mu)(g_1+g_2)+g_3+g_4)g_5}$$

对于参数 g_5 则有

$$A=\mu(g_1g_4-g_2g_3);B=0$$

$$E=(g_1+g_2)(g_3+g_4);F=((1+\mu)(g_1+g_2)+g_3+g_4)$$

由（1.2-4）式则可得

$$s^f_{g_5}=\frac{(g_1g_4-g_2g_3)((1+\mu)(g_1+g_2)+g_3+g_4)}{\{(g_1+g_2)(g_3+g_4)+((1+\mu)(g_1+g_2)+g_3+g_4)\}^2}$$

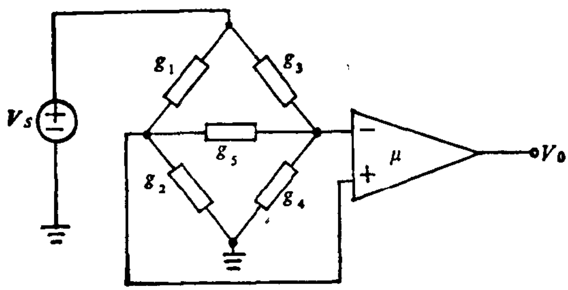

图 1.2-1

倘若满足条件 $g_1g_4=g_2g_3$，则 $s^f_{g_5}=0$ 于是由（1.2-7）式可知，对应的大改变灵敏度 $\Delta s^f_{g_5}$ 也为零。这时不管 g_5 的变化有多大，都不会引起电路电压传递函数的变化，实际上这时电桥满足平衡条件，g_5 的存在与否对电路没有影响，因此可以把 g_5 略去。

如果使参数 x_i 分别取两个值 x'_i 和 x''_i，由（1.2-6）式可得

$$f(x'_i)-f(x_i)=\frac{s^f_{x_i}(x'_i-x_i)}{1+\frac{F}{D(x)}(x'_i-x_i)}$$

和

$$f(x''_i)-f(x_i)=\frac{s^f_{x_i}(x''_i-x_i)}{1+\frac{F}{D(x)}(x''_i-x_i)}$$

消去 $\frac{F}{D(x)}$，则可以得到微分灵敏度

$$s^f_{x_i}=\frac{(f(x''_i)-f(x_i))(f(x'_i)-f(x_i))(x'_i-x''_i)}{(x''_i-x_i)(x'_i-x_i)(f(x'_i)-f(x''_i))} \qquad (1.2\text{-}8)$$

倘若使 $x_i'=0$；$x_i''=\infty$ 则由（1.2-8）式可以得到

$$s_{x_i}^f=\frac{(f(\infty)-f(x_i))(f(0)-f(x_i))}{x_i(f(0)-f(\infty))} \tag{1.2-9}$$

$$S_{x_i}^f=\frac{(f(\infty)-f(x_i))(f(0)-f(x_i))}{f(x_i)(f(0)-f(\infty))} \tag{1.2-10}$$

这说明由于线性电路特性函数 f 对参数 x_i 的双线性特性，它对参数 x_i 的微分灵敏度可以直接从参数 x_i 二次任意的大改变后的函数值来求得。特别是可以从参数 x_i 等于零和无穷大时的函数值来求得。如果参数 x_i 是元件的电阻 R 或电导 G 时也就可以从该元件短路和开路时的特性函数值通过（1.2-9）式和（1.2-10）式来计算得到。这一性质在进行数值计算时有时是方便的。

［例 1.2-2］ 利用（1.2-9）式求解图 1.2-1 所示电路的大改变灵敏度 $\Delta S_{g_5}^f$.

解：对于图 1.2-1 所示的电路，当 $g_5=0$、$g_5=\infty$ 时，有

$$f(0)=\frac{\mu(g_1g_4-g_2g_3)}{(g_1+g_2)(g_3+g_4)+((1+\mu)(g_1+g_2)+g_3+g_4)g_5}$$

$$f(\infty)=0$$

代入（1.2-9）式同样可以得到和［例 1.2-1］中相同的结果。

如果使 x_i' 和 x_i'' 分别是距离正常值 x_i 左右两侧相等偏差的点。即 $x_i'-x_i=\Delta x_i$；$x_i''-x_i=-\Delta x_i$。由（1.2-8）式可得

$$s_{x_i}^f=\frac{2\Delta f^+\Delta f^-}{\Delta x_i(\Delta f^--\Delta f^+)} \tag{1.2-11}$$

而 $\Delta f^+=f(x_i')-f(x_i)$；$\Delta f^-=f(x_i'')-f(x_i)$。若令大改变灵敏度 $\Delta s_{x_i}^f(+)=\frac{\Delta f^+}{\Delta x_i}$，$\Delta s_{x_i}^f(-)=\frac{\Delta f^-}{\Delta x_i}$，则由（1.2-11）式可以得到微分灵敏度和大改变灵敏度的另一关系式

$$s_{x_i}^f=\frac{2\Delta s_{x_i}^f(+)\,\Delta s_{x_i}^f(-)}{\Delta s_{x_i}^f(+)+\Delta s_{x_i}^f(-)} \tag{1.2-12}$$

同样也可以得到关系式

$$\Delta s^{f}_{x_i}=\frac{f(x'')-f(x')}{x''_i-x'_i}=\frac{1}{2}(s^{f}_{x_i}(x'_i)+s^{f}_{x_i}(x''_i)) \qquad (1.2\text{-}13)$$

线性时不变电路的另一个特性就是它的迭加性。利用这一特性可以得到电路灵敏度的另外一些表达形式的结果。设线性时不变电路$\mathscr{C}$的输入端口(1,1′)的激励信号为ϕ_s，输出端口(2,2′)的响应信号为ϕ_0(ϕ_s和ϕ_0可以是电流或电压)。若已知电路特性函数f为电路的输入端口对输出端口的转移阻抗（导纳）或电压（电流）传递函数（当输入端口和输出端口为同一个端口时，f则为电路的驱动点阻抗或导纳）。于是有

$$\phi_0(x_i)=f(x_i)\phi_s \qquad (1.2\text{-}14)$$

如果参数x_i是电路中某一支路的阻抗z或导纳y，就可以把这一支路抽出形成第三个端口(3,3′)。为确定起见设$x_i=z$为支路阻抗，如图1.2-2所示。

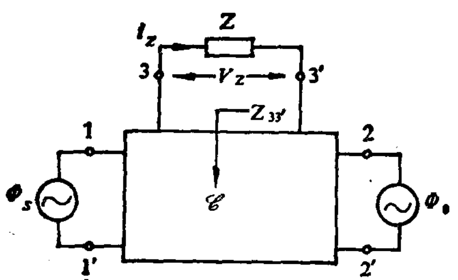

图 1.2-2

(1.2-14)式是用端口(1,1′)对端口(2,2′)的电路特性函数$f(z)$和信号ϕ_s来表达输出响应$\phi_0(z)$的。根据电路的迭加特性也可以把输出响应$\phi_0(z)$用端口(3,3′)的支路电压V_z和支路电流i_z来表达，即

$$\phi_0(z)=T_vV_z+T_ii_z \qquad (1.2\text{-}15)$$

这里的T_V和T_i分别为端口(3,3′)的电压V_z和电流i_z对端口(2,2′)的传递函数。为了确定T_V和T_i，可以考虑支路阻抗z的两个极端情况：

1. 支路阻抗z为∞

这时$i_z(\infty)=0$，因此有

$$\phi_0(\infty)=T_VV_z(\infty)=f(\infty)\phi_s$$

所以

$$T_V=\frac{f(\infty)\phi_s}{V_z(\infty)} \qquad (1.2\text{-}16)$$

2．支路阻抗 z 为零

这时 $V_z(0)=0$，因此有

$$\phi_0(0)=T_i i_z(0)=f(0)\Phi_s \tag{1.2-17}$$

若设端口(3,3′)的内阻抗为 $z_{33'}$ 根据戴文宁定理有

$$i_z(0)=\frac{V_z(\infty)}{z_{33'}}$$

代入（1.2-17）式则可得

$$T_i=\frac{z_{33'}f(0)\phi_s}{V_z(\infty)} \tag{1.2-18}$$

当支路阻抗为 z 时，根据戴文宁等效电路可得

$$V_z=\frac{z}{z+z_{33'}}V_z(\infty);\ i_z=\frac{1}{z+z_{33'}}V_z(\infty)$$

把以上所得的结果代入（1.2-15）式则可得到特性函数 $f(z)$ 的表达式为

$$f(z)=\frac{z_{33'}f(0)+zf(\infty)}{z_{33'}+z} \tag{1.2-19}$$

显然，它是参数 z 的双线性函数。根据（1.2-4）式和（1.2-6）式则可得到电路特性函数 f 关于参数 z 的微分灵敏度和大改变灵敏度为

$$s_z^f=\frac{z_{33'}}{(z_{33'}+z)^2}(f(\infty)-f(0)) \tag{1.2-20}$$

$$\Delta s_z^f=\frac{z_{33'}(f(\infty)-f(0))}{(z_{33'}+z)(z_{33'}+z+\Delta z)} \tag{1.2-21}$$

将（1.2-20）式代入（1.2-21）式则可得

$$\Delta s_z^f=\frac{\Delta f}{\Delta z}=\frac{s_z^f}{1+\dfrac{\Delta z}{z_{33'}+z}} \tag{1.2-22}$$

或者

$$\Delta f=\frac{\Delta z}{(z_{33'}+z+\Delta z)}(z_{33'}+z)s_z^f \tag{1.2-23}$$

从（1.2-23）式就可以得出如图 1.2-3 的等效电路。

比较（1.2-22）式和（1.2-7)式，因为 $x_i=z$ 于是可得阻抗 $(z_{33'}+z)$ 的关系式为

$$z_{33'}+z=\frac{D(z)}{F} \tag{1.2-24}$$

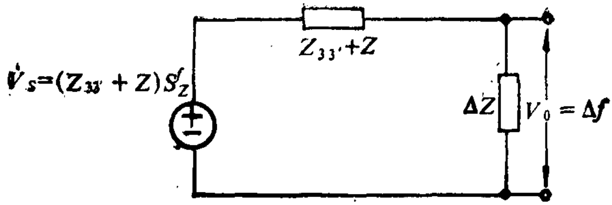

图 1.2-3

［例 1.2-3］ 求图 1.2-4 中电路特性函数 $f=\dfrac{V_0}{V_S}=K_V$ 关于电阻 R_2 的微分灵敏度和大改变灵敏度。

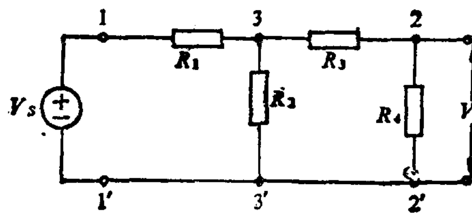

图 1.2-4

解： 从电路中不难求得 R_2 开路和短路时的电路特性函数

$$f(\infty)=\frac{R_4}{R_1+R_3+R_4};\quad f(0)=0$$

而端口(3,3′)的内阻

$$z_{33'}=\frac{R_1(R_3+R_4)}{R_1+R_3+R_4}$$

由 (1.2-20) 式和 (1.2-22) 式则可得到电路特性函数关于 R_2 的微分和大改变灵敏度

$$s_{R_2}^f=\frac{R_1R_4(R_3+R_4)}{\{R_1(R_3+R_4)+R_2(R_1+R_3+R_4)\}^2}$$

$$\Delta s_{R_2}^f=\frac{s_{R_2}^f}{1+\dfrac{(R_1+R_3+R_4)\Delta R_2}{R_1(R_3+R_4)+R_2(R_1+R_3+R_4)}}$$

§1.3 多参数灵敏度

前一节介绍的单参数灵敏度的分析方法主要适用于小电路的文字符号运算，对较大的电路进行多参数灵敏度的分析，一般都利用计算机作数值的计算。虽然在参数改变不大时可以利用（1.1-5）式，根据各个参数的单参数微分灵敏度的适当求和来获得一次近似的估计。但在电路较大时参数的个数可能多达数百，要数百次的重复计算各个参数的单参数微分灵敏度实际上也是不可行的。因此需要寻找一些有效的分析方法来减少计算量。关于大改变的多参数灵敏度就只有直接作数值的计算，而非线性电路的大改变灵敏度则更要采用数值的迭代方法才行。下面首先讨论线性时不变电路的多参数灵敏度的计算，介绍增量等效电路，伴随电路和元件联接描述三种分析方法。然后讨论非线性直流电路的情况。

一、线性时不变电路

（一）增量等效电路分析方法

由电路理论可知，一个具有 n 个节点和 b 条支路的线性时不变电路 $\mathscr{C}$，它的 b 个支路电压 $\boldsymbol{V}=(V_1,V_2,\cdots,V_b)^t$ 和 b 个支路电流 $\boldsymbol{i}=(i_1,i_2,\cdots,i_b)^t$ 总可以由 b 个独立的克希霍夫方程：

$$KCL: \qquad \boldsymbol{A}\boldsymbol{i}=\boldsymbol{0} \tag{1.3-1}$$

$$KVL: \qquad \boldsymbol{B}\boldsymbol{V}=\boldsymbol{0} \tag{1.3-2}$$

和 b 个支路的电压、电流特性方程

$$\left(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{V},\boldsymbol{i},\frac{d\boldsymbol{V}}{dt},\frac{d\boldsymbol{i}}{dt}\right)=\boldsymbol{0} \tag{1.3-3}$$

来求解。这里的 $\boldsymbol{A}\in\mathscr{R}^{(n-1)\times b}$ 为电路的简约（非浮点）关联矩阵（以后简称关联矩阵），$\boldsymbol{B}\in\mathscr{R}^{(b-n+1)\times b}$ 为电路的基本回路矩阵，$\boldsymbol{g}: \mathscr{R}^{2b}\to\mathscr{R}^b$ 为支路的特性函数矢量。

如果电路 $\mathscr{C}$ 的支路元件参数发生了变动，因而引起支路的电压和电流也发生了变化，只要电路的拓扑结构不变，相应的克希霍夫方

程则为

$$KCL: \quad \boldsymbol{A}(\boldsymbol{i}+\Delta\boldsymbol{i})=0$$

$$KVL: \quad \boldsymbol{B}(\boldsymbol{V}+\Delta\boldsymbol{V})=0$$

$\Delta\boldsymbol{i}$, $\Delta\boldsymbol{V}$ 为支路增量电流和增量电压矢量。考虑到正常电路的克希霍夫方程（1.3-1）和（1.3-2）式同样可得增量电流和增量电压的克希霍夫方程为

$$KCL: \quad \boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{i}=0 \tag{1.3-4}$$

$$KVL: \quad \boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{V}=0 \tag{1.3-5}$$

但要能完全求解出支路增量电流 $\Delta\boldsymbol{i}$ 和增量电压 $\Delta\boldsymbol{V}$，还必需找出各条支路的增量电流 $\Delta\boldsymbol{i}$ 和增量电压 $\Delta\boldsymbol{V}$ 之间的关系式。

线性导纳支路正常时有特性方程

$$i=yV$$

当导纳参数 y 发生了 Δy 的变化，则支路的特性方程将为

$$i+\Delta i=(y+\Delta y)(V+\Delta V)$$

消去正常时支路的电流 i，则可得

$$\Delta i=(y+\Delta y)\Delta V+V\Delta y \tag{1.3-6}$$

等式右边的第一项是对增量电流 Δi 和增量电压 ΔV 而言，支路的导纳由 y 变成了（$y+\Delta y$）。而第二项 $V\Delta y$ 则是新增加的一个电流源称为增量电流源，也就是说原来的一个导纳为 y 的支路，对于它的增量电流和增量电压来说将等效成一个导纳值为（$y+\Delta y$）的导纳支路，同时和一个增量电流源 $V\Delta y$ 相并联。如图 1.3-1 所示。

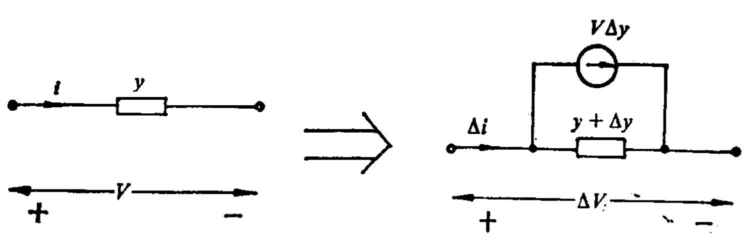

图 1.3-1

由于正常电路的支路导纳 y 和支路电压 V 都是已知的，所以当确定了支路导纳的改变量 Δy 后增量支路的等效电路就都是已知的了。

同样对于线性阻抗支路则有

$$\Delta V=(z+\Delta z)\Delta i+i\Delta z \tag{1.3-7}$$

对于各种受控源则有

VCC: $$\Delta i=(g_m+\Delta g_m)\Delta V_l+\Delta g_m V_l \tag{1.3-8}$$

VCV: $$\Delta V=(\mu+\Delta\mu)\Delta V_l+\Delta\mu V_l \tag{1.3-9}$$

ICC: $$\Delta i=(\beta+\Delta\beta)\Delta i_l+\Delta\beta i_l \tag{1.3-10}$$

ICV: $$\Delta V=(r_m+\Delta r_m)\Delta i_l+r_m i_l \tag{1.3-11}$$

对于独立的电流源，因为 $\Delta i_s=0$，因此它的增量等效电路将成为开路，而独立的电压源，因为 $\Delta V_s=0$，因此它的增量等效电路将成为短路。总括起来各种线性支路的增量等效电路如图1.3-2所示。显然，参数不变的支路它的增量等效电路仍然保持不变。

有了各种线性支路的增量电流和增量电压的特性方程，就可以和克希霍夫方程一起唯一地求解出支路的增量电流 $\Delta \boldsymbol{i}$ 和增量电压 $\Delta \boldsymbol{V}$，从而计算出各种特性函数的增量 Δf。所以在给出了各个支路参数的改变量之后，就可以根据原电路 $\mathscr{C}$ 利用图1.3-2中的增量等效电路得出相应的增量等效电路 $\mathscr{C}'$。和求解电路 $\mathscr{C}$ 一样，可以采用各种线性电路的分析方法来求解增量等效电路 $\mathscr{C}'$。为了具体的了解求解电路 $\mathscr{C}'$ 和 $\mathscr{C}$ 的不同之处，我们以节点电压法的求解过程为例来进行讨论。

根据电路 $\mathscr{C}'$ 各支路的增量电流和增量电压的特性方程，可以组成以下的矢量方程

$$\Delta \boldsymbol{i}=\boldsymbol{Y}_b'\Delta \boldsymbol{V}+\Delta \boldsymbol{Y}_b\boldsymbol{V} \tag{1.3-12}$$

$$\boldsymbol{Y}_b'=\boldsymbol{Y}_b+\Delta \boldsymbol{Y}_b \tag{1.3-13}$$

矩阵 $\boldsymbol{Y}_b, \Delta\boldsymbol{Y}_b\in\mathscr{C}^{b\times b}$ 为原电路 $\mathscr{C}$ 的支路导纳矩阵和它的支路增量导纳矩阵。对于无源电路而言，它们都是对角阵，若电路中含有受控源，则将出现不为零的非对角元。矢量 $\boldsymbol{V}\in\mathscr{C}^b$ 则是原电路 $\mathscr{C}$ 的支路电压矢量。

在（1.3-12）式的两边乘以关联矩阵 $\boldsymbol{A}$ 并考虑到（1.3-4）式，则可得

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}_b'\Delta\boldsymbol{V}=-\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{Y}_b\boldsymbol{V}$$