



TSINGHUA UNIVERSITY

张济忠

分形

清华大学出版社

080

16

382943

分 形

张济忠 编著



清华大学出版社

(京)新登字 158 号

0097/03
内容简介

本书以自然界中普遍存在的非平衡非线性复杂系统中自发形成的各种时空有序状态(或结构)为研究对象,介绍了近十几年来迅速发展起来的分形理论的基本概念和研究方法,及其在凝聚态物理学、材料科学、化学、生物学、医学、地震学、经济学等学科中的应用。本书共分 10 章,包括:非线性复杂系统与非线性热力学;分形的数学基础;经典分形与 Mandelbrot 集;分形维数的测定;产生分形的物理机制与生长模型;分形生长的计算机模拟;气固相变与分形;分形生长的实验研究;分形理论的应用;分形理论的发展。

本书内容新颖、生动形象,并有适量的数学推导和计算机模拟程序,可作为对非平衡非线性研究感兴趣的各学科研究工作者学习分形理论的入门书,也可作为大学本科和研究生学习分形理论的教材和参考书。

图书在版编目(CIP)数据

分形/张济忠著. —北京:清华大学出版社, 1995. 9

ISBN 7-302-01868-5

I. 分… II. 张… III. 分形学 019

中国版本图书馆 CIP 数据核字(95)第 07405 号

出版者: 清华大学出版社(北京清华大学校内, 邮编 100084)

印刷者: 人民文学印刷厂

发行者: 新华书店总店北京科技发行所

开本: 850×1168 1/32 印张: 14 字数: 363 千字

版次: 1995 年 8 月第 1 版 1995 年 8 月第 1 次印刷

书号: ISBN 7-302-01868-5/Z·87

印数: 0001—3000

定价: 14.00 元

光华基金会为支持学术专著和研究生教材出版,给予我社资助,本书即为由光华基金会资助出版的专著之一。

序

混沌论(chaos)是继相对论和量子力学问世以来,本世纪物理学的第三次革命,它研究自然界非线性过程内在随机性所具有的特殊规律性。而与混沌论密切相关的分形理论(Fractal Theory),则揭示了非线性系统中有序与无序的统一,确定性与随机性的统一。从字面上来说,“分形”是指一类极其零碎而复杂,但有其自相似性或自仿射性的体系,它们在自然界中普遍地存在着。虽然分形理论在本世纪 70 年代才首次提出,但经过十几年的发展,已成为一门重要的新学科,被广泛应用到自然科学和社会科学的几乎所有领域,成为当今国际上许多学科的前沿研究课题之一。

自然界大部分不是有序的、稳定的、平衡的和确定性的,而是处于无序的、不稳定的、非平衡的和随机的状态之中,它存在着无数的非线性过程,如流体中的湍流就是其中一个例子。在非线性世界里,随机性和复杂性是其主要特征,但同时,在这些极为复杂的现象背后,存在着某种规律性。分形理论使人们能以新的观念、新的手段来处理这些难题,透过扑朔迷离的无序的混乱现象和不规则的形态,揭示隐藏在复杂现象背后的规律、局部和整体之间的本质联系。分形理论在某些学科中的成功的尝试,极大地激发了研究工作者的兴趣,他们把分形理论广泛而深入地运用在各自的研究领域中,这样反过来又促使分形理论得到进一步发展。目前国内外定期召开有关分形的学术会议,出版会议论文集和关于分形的专著,在重要期刊上经常发表涉及分形理论和应用的论文。世界上 1257 种学术刊物在 80 年代后期发表的论文中,与分形有关的占 37.5%。从发表的论文来看,所涉及的领域包括哲学、数学、物理、

化学、材料科学、电子技术、表面科学、计算机科学、生物学、医学、农学、天文学、气象学、地质学、地理学、城市规划学、地震学、经济学、历史学、人口学、情报学、商品学、电影美术、思维、音乐、艺术等。以 Mandelbrot 为荣誉编辑的“分形”杂志已从 1993 年开始出版发行。

本书按照由浅入深的原则,使不同学科的读者在掌握基本概念后,能逐步把分形理论应用到本学科的研究课题之中。在第一章至第四章中,介绍了非线性复杂系统与非线性热力学,以及分形的基本概念与分形维数的测定。第五、六章分别介绍了分形生长模型及计算机模拟。第七章介绍了作者研究材料在气固相变时分形生长所获得的结果,包括实验以及按核晶凝聚模型进行的计算机模拟结果。第八章介绍了在其他实验条件下观察到的分形生长。第九章列举了分形理论在一些学科中的应用。最后一章介绍了分形理论的最新进展以及相关的学说,这部分内容对初次接触分形理论的读者来说,有一定的难度,可以先不作为重点来阅读。

本书的重点是阐述分形理论及其应用,而分形与混沌关系密不可分,是你中有我,我中有你,所以在书中也引入了一些与混沌有关的概念。对非线性科学有兴趣的读者,可以在读了本书后,再去看介绍混沌的书,以及其他相关的专著,如耗散结构、协同学、负熵论、突变论、元胞自动学等。

另外,分形是一门新的学科,它的历史很短,目前正处于发展之中,它涉及面广但还不够成熟。本书在介绍概念及研究方法时,尽可能采用一些实际例子和直观的解释,避开一些抽象的数学定义和推理,这可能会影响论述的严密性,但目的是让更多的读者易于接受。对于具有大学本科数理知识的读者来说,理解并逐步掌握分形理论不会有太大的困难,至于把它应用在具体的学科研究之中,可能需要一段时间。

本书是作者在为清华大学本科生和研究生开设的选修课程的

讲稿基础上整理补充而成。由于作者水平有限,加上时间仓促,书中肯定会有错误和不妥之处,衷心希望读者批评指正。

作者在分形生长研究过程以及本书编著出版过程中,得到了清华大学教务处、研究生院、材料科学与工程系各级领导的关心和支持,李恒德教授、柳百新教授、熊家炯教授、李如生教授、朱唯幹教授(美国休斯敦大学超导中心)等给予了多方面的关心、支持和鼓励。李芝兰副教授在参考资料方面提供了大力的协助,A. Levi教授(意大利热那亚大学物理系)提供了漂亮的图片,北京师范大学卢志恒教授在百忙之中审阅了原稿,并提出了宝贵的意见。另外,张崇宏、阳晓军、叶晖、莫钧和林蓉榕同学参加了材料相变时分形生长的部分实验研究和计算机模拟并取得了一些很好的结果,杨涛、陈永华、王悦、徐忠华参加了本书大部分文稿的抄写及插图绘制工作。光华基金会为本书的出版提供了资助。如果没有他们的帮助、支持和鼓励,本书是不可能与读者见面的。作者谨向他们表示衷心的感谢。

张济忠

1993年11月于清华大学

绪 论

自然界是宇宙万物的总称,是各种物质系统相互作用相互联系的总体,它包括大至宇宙天体的形成演化,小至微观世界中基本粒子的运动,呈现在人们面前是如此的千变万化、瑰丽多彩,又是广阔无垠、奥秘无穷。人类在认识自然改造自然的过程中,正在一层层地揭去其面纱,来探索其“庐山真面目”。应该说,物理学家们在解析宇宙和基本粒子方面花了极大的精力。随着牛顿经典力学的创立,爱因斯坦相对论,以及量子力学的发展,人类在自然科学方面已经取得了辉煌的成就;随着天体物理学以及其他相关学科的迅速发展,人类已经登上月球,进入太空;人类对微观世界由质点组成的简单系统的运动规律也有了全面而正确的认识。

尽管如此,只要人们稍微留心一下周围环境中发生的大量非线性不可逆现象,就会发现,人们对这些现象所知甚少,有许多问题甚至束手无策。就以天空中发生的大家习以为常的现象为例,当你仰望蔚蓝的天空,往往可以看到一团团白云漂浮其间,一派诗情画意,但如果用不同倍数的望远镜来观察云团时,就会发现,白云的形态似乎和望远镜的放大倍数无关,不管放大倍数多大,它的形态几乎总是保持不变。

再看一个与天气有关的例子,那就是气象预报。事实证明,长期的气象预报是不可能很准确的,因为随机性总是存在的,而它是无法事先预见的。另外对一个特定的地点而言,完全相同的天气(指气温、湿度、风速、风向、阳光、雨、雪、雾等参数)也是绝对不会重现的。

以上几个例子都是一些与天气相关的自然现象,其主要特点

是不可逆性和随机性。除了气象之外,还有许许多多的非线性不可逆现象在科学研究和日常生活中存在,如流体力学中的湍流、对流、电子线路的电噪声、某些化学反应等,远离平衡的宏观体系中自发产生时空有序状态(结构)是十分普遍的自然现象和社会现象。自然界的各种变化都不是过去的简单重复,而是不可逆地向前变化、发展的,这些变化过程中都包含着偶然性和必然性的统一。

经典物理学所研究的是可逆过程,这类过程的反演也仍然遵循经典物理定律,无论是宇宙中的星系还是地面上的物体,无论是生物还是非生物,它们的机械运动无一不服从经典力学的规律。量子力学研究对象是能量不连续的微观世界,而爱因斯坦的相对论则提供了一幅适用于光速或近光速运动的、比牛顿力学更为普遍的宇宙统一图景。对于非线性科学而言,经典力学、量子力学、相对论都无用武之地,必须有新的理论来研究这些集有史以来人类的全部智慧尚不能解决的科学难题。

近十几年来,混沌(chaos)、分形(fractal)、耗散结构(dissipative structure)、协同学(synergetics)、负熵论(negentropics)、突变论(catastrophe Theory)、以及元胞自动学(cellular automata)等相继问世,从不同角度来研究非线性不可逆问题,形成了不同的学派^[1-8]。

“分形”这个名词是由美国 IBM(International Business Machine)公司研究中心物理部研究员暨哈佛大学数学系教授曼德勃罗特(Benoit B. Mandelbrot)在 1975 年首次提出的,其原义是“不规则的、分数的、支离破碎的”物体,这个名词是参考了拉丁文 fractus(弄碎的)后造出来的,它既是英文又是法文,既是名词又是形容词。1977 年,他出版了第一本著作“分形:形态,偶然性和维数”(Fractal:Form, Chance and Dimension)^[9],标志着分形理论的正式诞生。五年后,他出版了著名的专著“自然界的分形几何学”(The Fractal Geometry of Nature)^[10],至此,分形理论初步形成。由

于他对科学作出的杰出的贡献,他荣获了1985年的Barnard奖,该奖是由全美科学院推荐,每五年选一人,是非常有权威的。在过去的获奖者中,爱因斯坦名列第一,其余的也全部都是著名科学家。目前,分形是非线性科学中的一个前沿课题,在不同的文献中,分形被赋予不同的名称,如“分数维集合”、“豪斯道夫测度集合”、“S集合”、“非规整集合”、以及“具有精细结构集合”等等。一般地,可将分形看作大小碎片聚集的状态,是没有特征长度的图形和构造以及现象的总称。由于在许多学科中的迅速发展,分形已成为一门描述自然界中许多不规则事物的规律性的学科。

长期以来,自然科学工作者,尤其是物理学家和数学家,由于受欧几里得几何学及纯数学方法的影响,习惯于对复杂的研究对象进行简化和抽象,建立起各种理想模型(绝大多数是线性模型),把问题纳入可以解决的范畴。对这种逻辑思维方法,大家都是很熟悉的,因为从中学到大学,每个学生在课堂学习中,已经多次反复地被灌输、熏陶,已经习以为常。应该指出的是,这种线性的近似处理方法也很有效,在许多学科中得到了广泛的应用,解决了许多理论问题和实际问题,取得了丰硕的成果,推动了各门学科的发展。但是在复杂的动力学系统中,简单的线性近似方法不可能认识与非线性有关的特性,如流体中的湍流、对流等等。虽然从数学上,这种近似方法也可以对一些非线性系统列出微分方程(组)来加以定量描述,但是除了极个别的例子可以在某一特定条件下,求出其特解以外,大多至今都解不出来。对于复杂一些的非线性系统和过程,则连微分方程(组)也列不出来。而分形则是直接从非线性复杂系统的本身入手,从未经简化和抽象的研究对象本身去认识其内在的规律性,这一点就是分形理论与线性近似处理方法本质上的区别。

需要指出的是,应用分形理论来研究非线性科学中的各种课题,丝毫不贬低线性近似处理方法的重要性,因为在一定的范围

之内,应用线性近似处理方法可以迅速得到有效的结果。但是对远离平衡的非线性复杂系统(过程)来说,就只能用分形理论来进行研究,正如对低速运动的物体,用牛顿三大定律来处理完全正确;而对微观世界中粒子的高速运动,就只能用量子力学和相对论来加以描述。

分形理论诞生后,人们意识到应该把它作为工具,从新的角度来进一步了解自然界和社会,范围包括所有的自然科学和社会科学领域。本书的目的就是向读者介绍分形的基本概念、数学基础、研究方法,以及分形理论的应用和最新进展。

目 录

序	IV
绪论	VII
第一章 非线性复杂系统与非线性热力学	1
1.1 自组织现象	1
1.2 自相似性	7
1.3 标度不变性.....	14
1.4 非线性非平衡态热力学.....	18
第二章 分形的数学基础	42
2.1 非欧氏几何学.....	42
2.2 Hausdorff 测度和维数	46
2.3 维数的其他定义.....	55
2.4 非均匀线性变换.....	66
2.5 重正化群.....	73
第三章 经典分形与 Mandelbrot 集	80
3.1 Cantor 集	80
3.2 Koch 曲线	84
3.3 Sierpinski 集	89
3.4 Julia 集	94
3.5 Mandelbrot 集.....	99
第四章 分形维数的测定	111
4.1 基本方法	111
4.2 盒维数	122
4.3 函数图的维数	127

4.4	码尺与分形维数的关系	138
第五章	产生分形的物理机制与生长模型	141
5.1	产生分形的物理机制	141
5.2	分形与混沌	145
5.3	分支与自组织	153
5.4	有限扩散凝聚(DLA)模型	166
5.5	弹射凝聚(BA)模型	176
5.6	反应控制凝聚(RLA)模型	182
5.7	粘性指延与渗流	188
第六章	分形生长的计算机模拟	199
6.1	DLA 生长的 Monte Carlo 模拟	199
6.2	DLCA 生长模拟	203
6.3	各向异性 DLA 凝聚	209
6.4	扩散控制沉积的模拟	214
6.5	复杂生物形态的模拟	219
第七章	气固相变与分形	227
7.1	氧化钨的分形生长	227
7.2	碘的分形生长	240
7.3	氧化钨的分形生长	245
7.4	核晶凝聚(NA)模型	251
第八章	分形生长的实验研究	257
8.1	合金薄膜	257
8.2	电解沉积	260
8.3	溅射凝聚	272
8.4	非晶态膜的晶化	275
8.5	粘性指延	279
8.6	电介质击穿	284
8.7	水溶液结晶	288

第九章 分形理论的应用	294
9.1 生物学	294
9.2 地球物理学	302
9.3 物理学和化学	315
9.4 天文学	321
9.5 材料科学	328
9.6 计算机图形学	335
9.7 经济学	342
9.8 语言学与情报学	347
第十章 分形理论的发展	355
10.1 广义维数和广延维数.....	355
10.2 多重分形.....	363
10.3 分形子与无序系统.....	373
10.4 小波变换的应用.....	378
10.5 涨落与有序.....	388
10.6 研究方向.....	394
参考文献	399
附录 计算机模拟源程序	411
1. Mandelbrot 集	411
2. Julia 集	424
3. DLA 凝聚	425
4. Koch 树	435

第一章 非线性复杂系统 与非线性热力学

1.1 自组织现象

所谓自组织现象就是在某一系统或过程中自发形成时空有序结构或状态的现象,也可以称之为合作现象或非平衡非线性现象。在人类生活的自然界里充满了自组织现象。很早以来,人们就发现了许多令人费解的自然现象和实验观察,贝纳(Bénard)流——流体力学中的对流有序现象,就是其中一个例子^[11-12]。1900年法国学者Bénard在如图1.1所示的水平容器中,注入一薄层液体,然后从下面均匀缓慢地加热,同时维持上面温度不变。当上下液体的温度梯度较小时,流体中的热交换主要是靠热传导方式进行的,此时没有宏观的运动发生,流体保持静止;当温度梯度达到某个临界值时,原来静止的流体会突然产生上下运动。一般地说,流体下层被加热的部分膨胀,密度变小,这部分液体由于浮力而向上运动,热交换后冷却,然后回到底部形成对流,这是符合常规的一个过程。但令人非常惊奇的是,在这个实验中,流体产生的上下运动是很规则的,从侧面观察到相互紧挨的非常有序的流体“卷”,如图1.1所示。图1.1(a)是实验装置示意图,在水平放置的扁形容器中,充入液体, T_1 和 T_2 分别代表上、下液面的温度, $T_2 > T_1$ 。图1.1(b)是一个稳定的对流有序图形,它是Bénard流的一种,产生该图形的容器的形状是矩形。仔细分析一下这个有序图形,可以发现,该图形的基本组成单元是以相反方向旋转的两个流体“卷”,这个基本组成单元的宽度是流体层深度的两倍。另外,在这个矩形容器

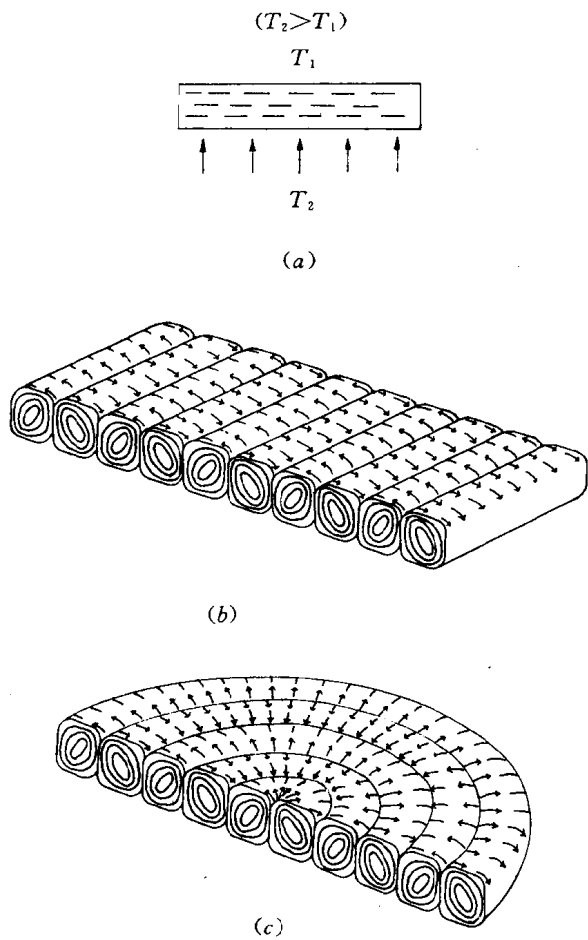


图 1.1 Bénard 流实验的示意图

中,流体“卷”与矩形的短边相平行。更有意思的是,对流有序图形的平面形状完全取决于流体层的边界(容器的几何形状),在一个圆形的容器中,对流有序图形为同心圆环,如图 1.1(c)所示。一般来说,只有当流体没有自由表面时,才能观察到一个稳定的流体“卷”图形。

现代常用硅油作实验,为了使图案清晰,还在硅油中加入少量悬浮的铝粉。当温度梯度进一步增加,又有新的现象发生,这些“卷”开始沿着它们各自的轴做波状运动,而且它们的幅度随时间振荡。于是在完全均匀的状态中出现了动力学上完全有序的时空振荡。这就是所谓的 Bénard 流。有趣的是,所形成的“卷”的大小比液体分子之间的距离大很多,这说明,分子之间相互作用的范围要比它们本身的尺度大得多。那么,各处的液体分子(例如水分子)是怎样协调它们的行动,来构成规则的上升和下降交替排列的图案呢?无序的热运动是如何导致了有序的运动呢?显然要回答这个问题并不容易。

化学反应中的别洛索夫-扎鲍庭斯基(Belousov-Zhabotinsky, 以下简称 B-Z)反应,则是相当有趣的又一个例子。在一般情况下,当把几种物质放在一起进行化学反应时,它们会达到一个均匀的状态,但是他们发现,在金属铈离子作催化剂的情况下,一些有机酸(如丙二酸,柠檬酸)的溴酸氧化反应,会呈现出组分浓度和反应介质随时间周期变化的现象。如把 $\text{Ce}_2(\text{SO}_4)_3$ 、 KBrO_3 、 $\text{CH}_2(\text{COOH})_2$ 、 H_2SO_4 及几滴试亚铁灵(氧化还原指示剂)混合在一起并搅拌,再把得到的均匀混合物倒入试管,试管里立刻会发生快速的振荡:溶液周期地由红(表示 Ce^{3+} 超量)到蓝(表示 Ce^{4+} 超量)地改变颜色,一会儿红色,一会儿蓝色,像钟摆一样发生规则的时间振荡。因此这类现象常称之为化学振荡和化学钟^[13-17],当然在通常的化学反应中,是没有振荡发生的。

后来 Zhabotinsky 等人在实验中又发现,在某些条件下,体系