

電工基礎

下 冊

王 子 香 著

電力工業出版社

電 工 基 礎

下 冊

王 子 香 著

電 力 工 業 出 版 社

內 容 提 要

本書是作者根據在浙江大學講授過的“電工基礎”講義改寫而成，內容是按照高教部批准的教學大綱安排的。

全書分三部分：（一）電工的物理基礎；（二）交流電路的理論；（三）電磁場的理論；分上、下兩冊出版。下冊包括非正弦波交流電路、非直綫性交流電路、集中參數電路的瞬變狀態、運算微積的應用、均勻傳輸綫及分佈參數電路的瞬變狀態等交流電路的理論，還包括電磁場理論的基礎、靜電場、導電媒質中的電場、恒定電流磁場及交變電磁場等電磁場的理論。

本書可供高等工業學校電機系或動力系用作教學參考書，也可供工程技術人員參考。

電 工 基 礎 下 冊

王 子 香 著

*

757D278

電力工業出版社出版（北京西郊科學路二里溝）

北京市書刊出版業營業許可證出字第082號

電力工業出版社印刷廠排印 新華書店發行

*

787×1092 $\frac{1}{16}$ 開本 * 16 $\frac{1}{16}$ 印張 * 366千字 * 定價（第10類）2.30元

1958年4月北京第1版

1958年4月北京第1次印刷（0001—4,600冊）

目 录

第二部分 交流电路的理论 (續)

第十三章 非正弦波的交流电路

第 1 节 週期性函数的分析..... 1	第 7 节 功率与功率因数.....19
第 2 节 非正弦波的分析法..... 4	第 8 节 等效正弦波.....21
第 3 节 非正弦波的图解法..... 9	第 9 节 复波电路的计算.....22
第 4 节 非正弦波的有效值 与平均值.....11	第 10 节 恒定参数对于电流 波形的影响.....27
第 5 节 波形因数与波峰因 数.....12	第 11 节 复波的共振现象.....28
第 6 节 磁通曲线与电势曲 线的关系.....16	第 12 节 三相制中的高次谐波.....32

第十四章 非直线性的交流电路

第 13 节 非线性电路的电压和 电流.....36	性电路.....49
第 14 节 整流作用.....39	第 19 节 元件特性只与有效值 相关的电路.....53
第 15 节 铁芯线圈的电压、电 流和磁通曲线.....41	第 20 节 串联的铁磁共振.....55
第 16 节 铁芯线圈的等效正弦 曲线.....44	第 21 节 并联的铁磁共振.....58
第 17 节 铁芯线圈的等效电路 和矢量图.....46	第 22 节 铁磁电压稳定器.....60
第 18 节 交直两源具备的非线 性电路.....49	第 23 节 铁磁频率二倍器和三 倍器.....62
	第 24 节 弛张振荡.....65
	第 25 节 平方律的调幅和检波.....68

第十五章 集中参数电路的瞬变状态

第 26 节 符号的意义.....71	第 30 节 R、C、L 电路的电容 放电.....80
第 27 节 瞬变状态的一般原理.....72	第 31 节 非週期性状态.....82
第 28 节 R、L 电路与交流电 源的接通.....75	第 32 节 临界状态.....84
第 29 节 R、C 电路与交流电 源的接通.....78	第 33 节 週期性状态.....86

第 34 节 R、C、L 电路与直流 电源的接通.....	92	第 36 节 共振时的暂态.....	98
第 35 节 R、C、L 电路与交流 电源的接通.....	95	第 37 节 拍频振荡.....	100
		第 38 节 ω 与 ω_d 相差很远时的 暂态.....	101

第十六章 运算微积的应用

第 39 节 简单的用法.....	104	理)	122
第 40 节 原函数与像函数间的 关系.....	106	第 46 节 分解定理的应用.....	124
第 41 节 常用函数的变换.....	109	第 47 节 正弦电压的接通.....	126
第 42 节 基尔霍夫定律的推 广.....	110	第 48 节 分支电路和耦合电路 的实例.....	128
第 43 节 初值不为零时的变换 式.....	113	第 49 节 变换式与倒换式的关 系.....	130
第 44 节 查表的倒换法.....	116	第 50 节 倒换式的应用.....	132
第 45 节 分解定理 (展开定 理)		第 51 节 分解定理与倒换式的 关系.....	134

第十七章 均匀传输线

第 52 节 传输线的概念.....	139	第 61 节 行波的特性.....	156
第 53 节 传输线的方程式.....	139	第 62 节 空载时的传输.....	158
第 54 节 正弦波的稳定状态.....	142	第 63 节 短路时的传输.....	161
第 55 节 传输线的特性.....	143	第 64 节 任何负载的传输.....	162
第 56 节 入射波和反射波.....	145	第 65 节 无损耗的传输线 (驻 波)	164
第 57 节 积分常数的确定.....	146	第 66 节 传输线的匹配.....	167
第 58 节 链形网络和传输线的 等效电路.....	149	第 67 节 无畸变的传输线.....	170
第 59 节 电磁波的来回反射.....	152	第 68 节 传输的效率.....	173
第 60 节 无反射的传输线.....	154		

第十八章 分佈参数电路的瞬变状态

第 69 节 瞬变状态的概念.....	175	第 71 节 矩形波传播的物理意 义.....	178
第 70 节 无损耗长线方程式的 通解.....	176	第 72 节 负载为电阻时的接	

通.....	181	通.....	192
第 73 节 终端为开路时的接		第 78 节 两线联接处串联电感	
通.....	183	时的瞬变.....	193
第 74 节 终端为短路时的接		第 79 节 两线联接处并联电容	
通.....	185	时的瞬变.....	196
第 75 节 两传输线联接处的折		第 80 节 长线有负载时的扳	
射和反射.....	186	断.....	198
第 76 节 负载为R, L时的接		第 81 节 杂散波.....	199
通.....	189		
第 77 节 负载为R, C时的接			

第三部分 电磁场的理论

第十九章 电磁场理论的基础

第 82 节 麦克斯韦的积分式...	205	第 89 节 哈密顿算符的运用	
第 83 节 麦克斯韦的微分式...	207	和意义.....	216
第 84 节 旋度的物理意义.....	208	第 90 节 电磁场的相对性.....	218
第 85 节 高斯定理的微分式...	211	第 91 节 电磁方程式的完整	
第 86 节 散度的物理意义.....	213	性.....	220
第 87 节 奥斯特罗格拉斯定		第 92 节 B, H 的量纲问题...	221
理.....	214	第 93 节 B, H 的侧重问题...	224
第 88 节 斯托克斯定理.....	215		

第二十章 静电场

第 94 节 静电场的特征.....	229	第 100 节 由电荷的分佈求电	
第 95 节 电位梯度.....	230	场.....	242
第 96 节 梯度、散度和旋度		第 101 节 静电场的基本问题...	243
的比较.....	233	第 102 节 单值性的了解.....	245
第 97 节 泊松和拉普拉斯方程		第 103 节 静电感应与静电屏	
式.....	234	蔽.....	247
第 98 节 带电体系的电位和		第 104 节 电像法.....	250
电量.....	236	第 105 节 两点电荷的电场及	
第 99 节 感应系数和部分电		电偶子的电场.....	252
容的测定.....	238	第 106 节 均匀电场中的介質	

球.....	258	第 110 节 三相輸电綫的电容.....	276
第 107 节 复变数函数的运用.....	264	第 111 节 多綫制的电容.....	280
第 108 节 一度电場和两度电場.....	269	第 112 节 靜电場的图解計算法.....	283
第 109 节 双綫輸电綫的电容.....	274		

第二十一章 导电媒質中的电場

第 113 节 恆定电流場的方程式.....	286	条件.....	290
第 114 节 基尔霍夫定律的微分式.....	287	第 118 节 恆流場与靜电場的比拟.....	292
第 115 节 楞次-焦耳定律的微分式.....	288	第 119 节 单芯电綫的漏电流.....	294
第 116 节 介質內的电場.....	288	第 120 节 接地的电阻.....	295
第 117 节 恆定电流場的边界区.....		第 121 节 跨步电压和危險地区.....	297

第二十二章 恆定电流的磁場

第 122 节 标量磁位.....	299	第 128 节 兩綫輸电綫的自感.....	309
第 123 节 假想磁荷的概念及电磁場的对比.....	301	第 129 节 三綫制和多綫制的电感.....	312
第 124 节 矢量磁位.....	302	第 130 节 磁偶子的磁場.....	314
第 125 节 矢量磁位的表示磁通.....	304	第 131 节 电流迴路的磁矩.....	316
第 126 节 平行平面場的一致性质原理.....	305	第 132 节 电流迴路的磁場.....	319
第 127 节 兩綫輸电綫的磁場.....	308	第 133 节 均匀磁場中的鉄球.....	321
		第 134 节 磁場屏蔽.....	326
		第 135 节 磁場的图解繪制法.....	331

第二十三章 交变电磁場

第 136 节 波动方程式.....	334	的应用.....	344
第 137 节 介質中的平面波.....	336	第 140 节 电磁波在导电媒質中的傳播.....	348
第 138 节 烏莫夫-波印廷矢量.....	343	第 141 节 透入深度和电磁屏蔽.....	353
第 139 节 能流矢量对傳輸綫			

第 142 节 电磁波的反射和折	性.....	378
射.....		356
第 143 节 平面波与传输綫的		
比較.....		359
第 144 节 导波的方程式.....		361
第 145 节 导波的特性.....		367
第 146 节 矩形波导的方程式....		372
第 147 节 矩形波导的传播特		
	性.....	378
第 148 节 推迟电位和推迟磁		
位.....		383
第 149 节 电磁波的辐射方程		
式.....		386
第 150 节 辐射波的特性.....		390
第 151 节 列貝捷夫的著作和		
波波夫的发明.....		403

附录 矢量分析摘要

正交曲线坐标.....	405	圆柱坐标.....	408
直角坐标.....	408	球体坐标.....	409

第二部分 交流电路的理論（續）

第十三章 非正弦波的交流电路

第1节 週期性函数的分析

以上各章所叙述的交流，都假设它是正弦波。在制造发电機时也竭力想法使它的构造能产生正弦波，但事实上往往有些差别。这些差别或产生于电源，或产生于負載，或二者同时並存。

例如，发电機裡的磁通密度是沿空气隙分佈的，因槽齿的不同，不完全是正弦形，只大体上很接近于正弦形，因而电势和电流的波形，就与正弦波形多少有些不同。

即使电源的电势是正弦形，而电阻、电感和电容等可能不是直綫性的，所形成的电流也就不一定是正弦形的。例如整流器、电弧和鉄芯綫圈等的阻抗都不是直綫性的，因而电流的波形，就可能与正弦形迥異。

这些虽不是正弦形，但还是週期性的。如像无綫电话与无綫电报等的波形，不仅是非正弦形，而且还是非週期性的。本章所討論的只限于週期性的波形。

电压和电流都可迭加。我們可把非正弦形而为週期性的电压，分解为直流分量和若干正弦形的分量。应用迭加定理，分別求出各个电压分量作用下的电流，然后把它們迭加起来，就得原电压作用下的电流。如此我們在研究非正弦波时，仍可援用正弦波的各种理論。

一切週期性函数，在一个週期內包含有限数的最大值和最小值，有限数而又为有限值的跳跃，就能合乎第里赫列的条件。滿足第里赫列条件的週期性函数，都可用傅里叶級数表示出来，也就是可以分解为三角級数。

$$y = f(x) = A_0 + A_1 \sin(x + \varphi_1) + A_2 \sin(2x + \varphi_2) + \dots$$

$$+ A_k \sin(kx + \varphi_k) + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \sin(kx + \varphi_k) . \quad (13-1)$$

当 $k=0$ 时, 上式的

$$A_k = A_0, \quad \varphi_k = \varphi_0 = \frac{\pi}{2}. \quad (13-2)$$

第一項 A_0 叫做直流分量或恒定分量; 第二項 $A_1 \sin(x + \varphi_1)$ 叫做基波或一次諧波; 第 k 項叫做 k 次諧波。二次以上的諧波, 統叫做高次諧波。

上式兩角之和的正弦, 可以展开为另一形式。以 k 次諧波而論:

$$A_k \sin(kx + \varphi_k) = A_k \cos \varphi_k \sin kx + A_k \sin \varphi_k \cos kx \dots \quad (13-3)$$

$$\text{再令 } A_k \cos \varphi_k = B_k, \quad A_k \sin \varphi_k = C_k, \quad (13-4)$$

$$\text{則 } A_k = \sqrt{B_k^2 + C_k^2}, \quad \varphi_k = \tan^{-1} \frac{C_k}{B_k}, \quad (13-5)$$

$$A_k \sin(kx + \varphi_k) = B_k \sin kx + C_k \cos kx. \quad (13-6)$$

于是 (13-1) 式可以改写为:

$$y = f(x) = A_0 + B_1 \sin x + B_2 \sin 2x + \dots + B_k \sin kx + \dots$$

$$C_1 \cos x + C_2 \cos 2x + \dots + C_k \cos kx + \dots \quad (13-7)$$

所以週期性函数, 既可以 (13-1) 式表示, 也可以用 (13-7) 式表示。由 (13-1) 式轉換为 (13-7) 式, 可以引用 (13-4) 式的关系; 由 (13-7) 式轉換为 (13-1) 式, 可以引用 (13-5) 式的关系。一种形式确定之后, 另一种形式就可以求出来。(13-1) 式的

系数 A_k 与 (13-7) 式的系数 B_k 、 C_k , 形成一个直角三角形的三边。 C_k 边的对角就是初相角 φ_k 。

(13-1) 式或 (13-7) 式所表示的是許多不同頻率的正弦波的和, 所以这种波叫做复波。在交流技術上, 最常遇到的复波是能滿足下列条件的:

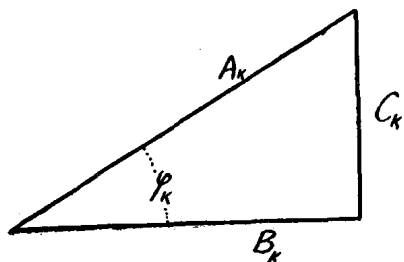


图13-1 複波的系数成一直角三角形

$$f(x) = -f(x + \pi). \quad (13-8)$$

由 (13-1) 式, 得:

$$-f(x + \pi) = -A_0 - A_1 \sin(x + \pi + \varphi_1) - A_2 \sin(2x + 2\pi + \varphi_2)$$

$$\begin{aligned}
 & -A_3 \sin(3x + 3\pi + \varphi_3) + \cdots = -A_0 + A_1 \sin(x + \varphi_1) \\
 & -A_2 \sin(2x + \varphi_2) + A_3 \sin(3x + \varphi_3) + \cdots
 \end{aligned} \quad (13-9)$$

比較 (13-1), (13-9) 兩式, 欲合乎 (13-8) 式的條件, 必須 A_0 及偶次諧波的各项均为零, 即:

$$\begin{aligned}
 y = f(x) = & A_1 \sin(x + \varphi_1) + A_3 \sin(3x + \varphi_3) \\
 & + A_5 \sin(5x + \varphi_5) + \cdots
 \end{aligned} \quad (13-10)$$

上式不含直流分量, 也不含偶次諧波。这种波依横軸而对称, 叫做橫軸对称波 (图13-2)。把这种波的負的部分前移 180° , 再依橫軸翻上去, 就可重迭符合。直流分量和偶次諧波是破坏对称的 (图13-3), 故凡橫軸对称的复波, 既沒有直流分量, 也不含偶次諧波。

在整流器中的电流或电压等, 若原点的選擇适宜, 往往能滿足下列条件:

$$f(x) = f(-x). \quad (13-11)$$

$$\begin{aligned}
 \text{由 (13-7) 式, } f(-x) = & A_0 + B_1 \sin(-x) + B_2 \sin(-2x) + \cdots \\
 & + C_1 \cos(-x) + B_2 \sin(-2x) + \cdots = A_0 - B_1 \sin x - B_2 \sin \\
 & (2x) + \cdots + C_1 \cos x + C_2 \cos(2x) + \cdots
 \end{aligned} \quad (13-12)$$

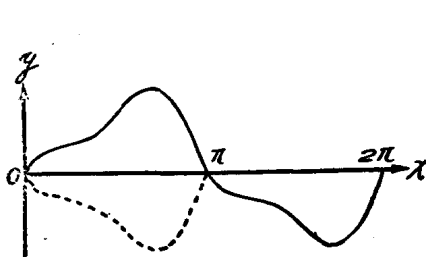


图13-2 橫軸对称的复波

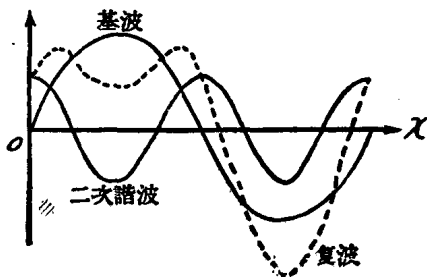


图13-3 二次諧波的破坏对称性

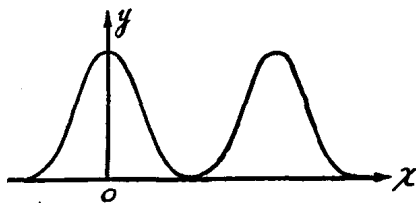


图13-4 縱軸对称的复波

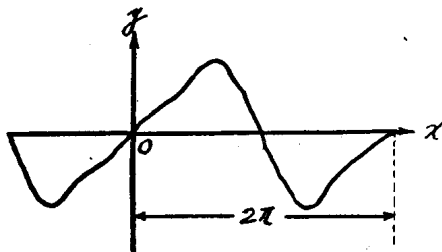


图13-5 对原點为对称的复波

比較(13-7), (13-12) 兩式, 欲合乎(13-11)式的條件, 必須含 $\sin$ 的各項都是零, 即:

$$y = f(x) = A_0 + C_1 \cos x + C_2 \cos 2x + \dots \quad (13-13)$$

這種波是依縱軸而對稱, 叫做縱軸對稱波。凡縱軸對稱波, 必不含 (13-7) 式中正弦的各項 (圖13-4)。把右邊的曲線依縱軸翻過去, 就可與左邊的曲線相重迭。

在倍頻器的復波中, 若選定原點在函數為零之點時, 所遇到的函數, 將能滿足下列條件:

$$f(x) = -f(-x). \quad (13-14)$$

由(13-9)式

$$\begin{aligned} -f(-x) = & -A_0 + B_1 \sin x + B_2 \sin(2x) + \dots \\ & -C_1 \cos x - C_2 \cos(2x) - \dots \end{aligned}$$

以與(13-7)式相比較, 欲合乎(13-14)式的條件, 必須 A_0 及含 $\cos$ 各項都為零, 即原函數應為:

$$y = f(x) = B_1 \sin x + B_2 \sin(2x) + \dots \quad (13-15)$$

這種波是依原點而對稱, 叫做原點對稱波。凡原點對稱波, 在(13-7)式中, 必不含直流及 $\cos$ 各項的分量。

欲確定某一復波, 只須求出它的 A 、 B 、 C 等系數就是。確定這些系數的方法, 可以分為兩種: 一種是分析法; 一種是圖解法。分別敘述於以下二節。

第2節 非正弦波的分析法

若曲線方程式 $y = f(x)$ 為已知, 或可以由觀察復波而求得, 則 A 、 B 、 C 等系數可以算出。例如把 (13-7) 式的兩邊, 各乘以 dx , 再各從 0 積到 2π , 就可以求出 A_0 來。

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} y dx = & \int_0^{2\pi} A_0 dx + \int_0^{2\pi} B_1 \sin x dx + \int_0^{2\pi} B_2 \sin 2x dx + \dots \\ & + \int_0^{2\pi} C_1 \cos x dx + \int_0^{2\pi} C_2 \cos 2x dx + \dots \end{aligned}$$

上式的右邊各項, 除第一項為 $2\pi A_0$ 外, 其餘各項各為零, 故:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} y dx. \quad (13-16)$$

欲求系数 B_k ，只須把 (13-7) 式的兩边各乘以 $\sin kx dx$ ，再各从零积到 2π ，就是：

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} y \sin kx dx &= \int_0^{2\pi} A_0 \sin kx dx + \int_0^{2\pi} B_1 \sin x \sin kx dx + \dots \\ &+ \int_0^{2\pi} C_1 \cos x \sin kx dx + \int_0^{2\pi} C_2 \cos 2x \sin kx dx + \dots. \end{aligned}$$

上式右边各項可分为四类 ($m \neq n$)：

$$\begin{aligned} A_0 \int_0^{2\pi} \sin kx dx &= 0; \\ B \int_0^{2\pi} \sin mx \sin nx dx &= -\frac{B}{2} \int_0^{2\pi} \cos(m-n)x dx \\ &- \frac{B}{2} \int_0^{2\pi} \cos(m+n)x dx = 0; \\ C \int_0^{2\pi} \sin mx \cos nx dx &= -\frac{C}{2} \int_0^{2\pi} \sin(m+n)x dx \\ &+ \frac{C}{2} \int_0^{2\pi} \sin(m-n)x dx = 0; \\ B_k \int_0^{2\pi} \sin^2 kx dx &= \frac{B_k}{2} \int_0^{2\pi} (1 - \cos 2kx) dx = \pi B_k. \end{aligned} \quad (13-17)$$

前三类各为零，只有最后一类为 πB_k ，故：

$$B_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y \sin kx dx. \quad (13-18)$$

同理
$$C_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y \cos kx dx. \quad (13-19)$$

如此复波函数 $y=f(x)$ 与系数 A_0 、 B_k 、 C_k 間已有一定的关联。我們就可以从方程式 $y=f(x)$ ，按照 (13-16)、(13-18)、(13-19) 三式以求得各系数。既求得各系数后，又可按照 (13-7) 式，求出复波的分解式。

(例1) 有一鋸齿形的复波 (图13-6)，在一週之間， y 的数值从 $(-\pi)$ 到 $(+\pi)$ ，試以傅里叶級数表示这复波。

鋸齿形的波在一週之中是一直綫波。当 x 为零时， y 为 $(-\pi)$ ； x 为 2π 时， y 为 $(+\pi)$ 。故：

$$y = x - \pi. \quad (13-20)$$

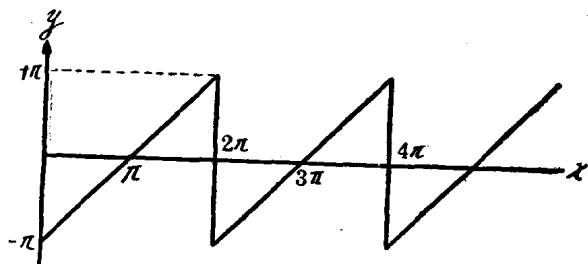


图13-6 锯齿波的分析

由(13-17)式

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (x - \pi) dx \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{x^2}{2} - \pi x \right]_0^{2\pi} \\ &= 0. \end{aligned} \quad (13-21)$$

由(13-18)式

$$\begin{aligned} B_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} (x - \pi) \sin kx dx \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} x \sin kx dx - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \pi \sin kx dx, \end{aligned}$$

等式右边第二项为零, 第一项的积分可引用积分公式:

$$\int x \sin x dx = \sin x - x \cos x,$$

$$\text{得 } B_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} x \sin kx dx = \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{k^2} \sin kx - \frac{x \cos kx}{k} \right]_0^{2\pi} = -\frac{2}{k}, \quad (13-22)$$

$$\text{故 } B_1 = -\frac{2}{1}; B_2 = -\frac{2}{2}; B_3 = -\frac{2}{3}; B_4 = -\frac{2}{4} \text{ 等}.$$

由(13-19)式

$$C_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} (x - \pi) \cos kx dx = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} x \cos kx dx - \int_0^{2\pi} \cos kx dx,$$

上式右边第二项为零, 第一项的积分可引用积分公式:

$$\int x \cos x dx = \cos x + x \sin x,$$

$$\text{得 } C_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} x \cos kx dx = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\cos kx}{k^2} + \frac{x \sin kx}{k} \right]_0^{2\pi} = 0. \quad (13-23)$$

以(13-21)、(13-22)、(13-23)三式的A、B、C的数值代入(13-7)式, 得锯齿波的傅里叶级数式:

$$y = -2 \left(\sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x + \dots \right). \quad (13-24)$$

〔例 2〕有一正弦波，經整流后，只留正的半波（图13-7）。試以傅里叶級数前四项表示这波的近似值。

在 x 从零到 π 时， $i = I_m \sin \alpha$ ，

在 x 从 π 到 2π 时， $i = 0$ 。

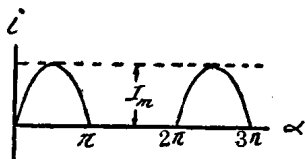


图13-7 半波整流的複波

由 (13-16) 式

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} I_m \sin \alpha d\alpha + \frac{1}{2\pi} \int_{\pi}^{2\pi} (0) d\alpha = \frac{I_m}{2\pi} \left[-\cos \alpha \right]_0^{\pi} = \frac{I_m}{\pi}. \quad (13-25)$$

由 (13-18) 式

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (I_m \sin \alpha) \sin \alpha d\alpha + \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} (0) \sin \alpha d\alpha \\ &= \frac{I_m}{2\pi} \int_0^{\pi} (1 - \cos 2\alpha) d\alpha = \frac{I_m}{2}. \end{aligned} \quad (13-26)$$

在 k 不为零，也不为 1，而为 2 以上时，則：

$$\begin{aligned} B_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (I_m \sin \alpha) \sin k\alpha d\alpha \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\sin (k-1) \alpha}{k-1} - \frac{\sin (k+1) \alpha}{k+1} \right]_0^{\pi} = 0. \end{aligned} \quad (13-27)$$

由 (13-19) 式

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (I_m \sin \alpha) \cos \alpha d\alpha + \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} (0) \cos \alpha d\alpha \\ &= \frac{I_m}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\sin 2\alpha}{2} d\alpha = \frac{I_m}{\pi} \left[-\frac{\cos 2\alpha}{4} \right]_0^{\pi} = 0. \end{aligned} \quad (13-28)$$

在 k 不为零，也不为 1，而为 2 以上时，則：

$$\begin{aligned} C_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (I_m \sin \alpha) \cos k\alpha d\alpha \\ &= \frac{I_m}{2\pi} \int_0^{\pi} \left[\sin(\alpha + k\alpha) + \sin(\alpha - k\alpha) \right] d\alpha \\ &= \frac{I_m}{2\pi} \left[-\frac{\cos (1+k) \alpha}{1+k} - \frac{\cos (1-k) \alpha}{1-k} \right]_0^{\pi}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{当 } k=2 \text{ 时, } C_2 &= -\frac{2I_m}{3\pi} \\
 k=3 \text{ 时, } C_3 &= 0 \\
 k=4 \text{ 时, } C_4 &= -\frac{2I_m}{15\pi}
 \end{aligned} \quad (13-29)$$

以 (13-25) 到 (13-29) 式各值代入 (13-7) 式, 得整流波(图 13-7) 的傅里叶级数的前四项式:

$$\begin{aligned}
 i &= \frac{I_m}{\pi} + \frac{I_m}{2} \sin \alpha - \frac{2I_m}{3\pi} \cos 2\alpha - \frac{2I_m}{15\pi} \cos 4\alpha \\
 &= 0.318I_m + 0.500I_m \sin \alpha - 0.212I_m \cos 2\alpha - 0.0424I_m \cos 4\alpha \quad (13-30)
 \end{aligned}$$

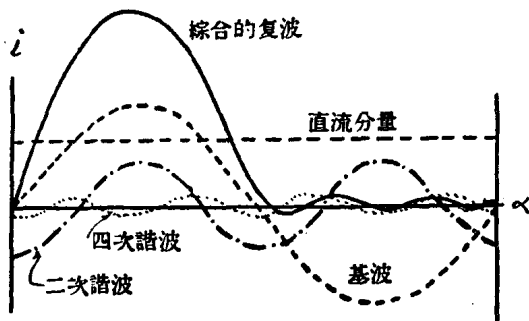


图13-8 整流波的分量

把这四个分量各绘于图 13-8, 综合的复波已接近于整流波。

〔例 3〕有一 R 、 C 、 L 相串联的电路, 电源的基波频率为 50 赫, 已知:

$$\begin{aligned}
 R &= 10 \text{ 欧,} \\
 L &= 0.05 \text{ 亨,} \\
 C &= 22.5 \text{ 微法,}
 \end{aligned}$$

$$u = 180 \sin \omega t + 60 \sin 3\omega t + 40 \sin(5\omega t + 18^\circ) \text{ 伏,}$$

试求电路中的电流。

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 10 + j\left(314 \times 0.05 - \frac{10^6}{314 \times 22.5}\right) \\
 &= 10 + j(15.7 - 141) = 10 - j125.3 = 126 \angle -85.3^\circ \text{ 欧,}
 \end{aligned}$$

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{Z_1} = \frac{180}{126} = 1.43 \text{ 安,}$$

$$\therefore i_1 = 1.43 \sin(\omega t + 85.3^\circ) \text{ 安.}$$

$$\begin{aligned}
 Z_3 &= R + j\left(3\omega L - \frac{1}{3\omega C}\right) = 10 + j\left(3 \times 15.7 - \frac{141}{3}\right) = 10 + j(47 - 47) \\
 &= 10 \angle 0^\circ \text{ 欧,}
 \end{aligned}$$

$$I_{3m} = \frac{U_{3m}}{Z_3} = \frac{60}{10} = 6 \text{ 安,}$$

$$\therefore i_3 = 6 \sin(3\omega t + 0^\circ) = 6 \sin 3\omega t \text{ 安.}$$

$$\begin{aligned}
 Z_5 &= R + j\left(5\omega L - \frac{1}{5\omega C}\right) = 10 + j\left(5 \times 15.7 - \frac{141}{5}\right) = 10 + j50.3 \\
 &= 51.2 \angle 78^\circ \text{ 欧,}
 \end{aligned}$$

$$I_{5m} = \frac{U_{5m}}{x_5} = \frac{40}{51.2} = 0.78 \text{ 安},$$

$$\therefore i_5 = 0.78 \sin(5\omega t + 18^\circ - 78^\circ) = 0.78 \sin(5\omega t - 60^\circ) \text{ 安}.$$

$$\text{电流} = i = i_1 + i_3 + i_5 = 1.43 \sin(\omega t + 85.3^\circ) + 6.3 \sin 3\omega t + 0.78 \sin(5\omega t - 60^\circ) \text{ 安}.$$

請注意上例的波幅，电压的基波远大於第 3 次諧波，而电流的基波，却远小於第 3 次諧波，其理由請思考（或參閱以下第 10 节）。

第 3 节 非正弦波的图解法

从以上的分析，可知傅里叶的級数是复波和正弦波間的橋梁。一个任意形状的复波，經過傅里叶級数的分解，可以化作若干不同頻率的正弦波，对于复波的处理，可援用正弦波的方法。

例如有一复波的电势施于一电路，我們可以把复波的电势經傅里叶級数的分解，化作若干不同頻率的电势，分別施于这电路，这电路的电流按照迭加定理，就是这些电势所产生的电流的总和，如上节的例 3。

倘 $y = f(x)$ 为已知或可求得，則用上节的分析方法，經過傅里叶級数的橋梁，分解为不同頻率的正弦波，自是最省事的办法。但实际所研究的复波往往是現波器所照下来的波形，无从确定它的数学方程式，而只有一定形状的波形。如此就須採用近似的图解法。所謂图解法，就是从已知复波的图中，求出各級数的系数 A_0 、 B_k 、 C_k 来。理論很簡單，而計算的数字甚繁。

先叙述求 A_0 的方法。由 (13-16) 式，可知：

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} y dx = \text{一週間平均的縱坐标}.$$

量出复波在一週以內的曲綫与橫軸所包围的面积代数，再用一週間的橫坐标 2π 来除，所得的商就是系数 A_0 。

（图 13-9）。这面积可用「面积計」量出，也可用精細而透明的方格紙数出。如复波对橫軸对称，則一週之間面积的代数和为零， A_0 也必为零，就是橫軸对称波，不含有直流分量。

次叙述求 B_k 的方法。既系图解，自不能

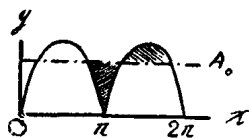


图 13-9 A_0 是一週間平均的縱坐标