

JINDAI XINXI LUN

近代信息论

[日] 有本卓 著

杨逢春 译

许织新 校



51.92

192

近代信息论

【日】有本卓 著
杨逢春 译 许织新 校



人民邮电出版社

8610598

DE79/12
情報とシステムシリーズ

現代情報理論

有本卓 著

社团法人 電子通信学会編

内 容 提 要

本书讨论近代信息论的基本内容。介绍信息论的体系和发展历史，离散值的信息量和互信息量、连续值的互信息量的定义、性质和概念，并讨论无噪声信源编码、有噪声信道、连续信道的编码定理和信道容量、率失真函数等。最后并附有关于凸函数、概率论和随机过程的基础知识介绍。

本书读者对象为有关高等院校高年级学生、研究生及其他有关工程技术人员。

近 代 信 息 论

〔日〕有本卓 著

杨逢春 译 许织新 校

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

河北省邮电印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

开本：850×1168 1/32 1985年11月第一版
印张：10 页数：160 1985年11月河北第一次印刷
字数：259千字 印数：1—8,000册

统一书号：15045·总3031—无6330

定价：2.35 元

志 谢

为了适应我国现代信息科学发展的需要，我们翻译了日文版《近代信息论》。

应当说明，本书的翻译始终是在南开大学胡国定教授的倡议、关怀和指导下进行的。他在百忙之中亲自审定了译稿，并为本书的出版写了译文序言。对此，我们特别向他表示由衷的谢意。

另外，该校沈世镒副教授也详细审阅了本译稿，并提出了许多宝贵的意见。

国防科技大学刘景伊教授对本书的翻译工作曾给予充分的支持。汪湫玉副教授和王维忠讲师也审阅过译稿，并提出了有益的意见。

在此，一并向他们致以深切的谢意。

由于我们水平有限，翻译中的错误和不当之处在所难免。恳请广大读者赐教、指正。

杨逢春

许织新

1982.8.

前 言

本书阐述了仙农(Shannon)的信息论。仙农信息论,目前大体上已经形成了一个科学体系。书名冠以“近代”二字,是因为作为本书主体的方法论,是以1965年发表的加拉格(R·G·Gallager)的编码定理的观点为基础的。1965年以后,这一观点对信息论的近代化有很大影响。

坦率地说,原稿写至中途,作者曾担心将信息论的体系写成一本书的份量,靠作者自己的力量有些勉强。在我着手撰写本书之前,曾想介绍保证线性码和卷积码等具体编码方法存在的编码定理,因篇幅所限,只好作罢了。好在关于分组码基本内容的描述总算是前后连贯起来了。但是对于率失真理论,书中只谈到了线性码和卷积码的存在,未作详细的讨论,对此有兴趣的读者可参看作者另著:

有本 卓:“Rate-distortion理论(データ压缩の基础理论)”, I-V”, 信学志, 61, 5~9 (昭5303~09)。

另外,本书完全没有涉及近来流行的研究课题—多用户信道(multi-access channel)。这方面的发展很快,而且变化也大,作为一个体系来描述尚有些困难,但考虑到它的重要性,仍盼望博学多识之士作些介绍。

作者本人很早以前就从事信息论的研究工作,因为缺乏信息论的教学经验,书中估计不到的错误和读者费解之处在所难免,切望读者批评指正。

有本卓

1977年11月

译 文 序 言

有本卓先生是日本著名的信息论教授，早年从事仙农信息论的研究工作，在信道容量计算，反编码定理与随机码的指数函数计算等问题的研究中作出过重要贡献，这些工作在本书中得到了充分的反映。因此，本书的翻译出版对我国信息论工作者进一步了解日本学者的工作情况是颇有帮助的。

目前关于信息论的教材与专著种类不少，这些著作有的侧重以工程问题为背景的早期信息论理论，有的侧重以数学问题为核心的信息论理论，又有的是针对某一专题的深入研究，这样作为工程界的基础教材似都有不尽合适之处，而本书的主要特点是兼顾了上述各个方面。首先就本书的内容来讲，它以信息量的特征、信道编码问题、信源编码问题为核心展开讨论，相当充分地阐述了仙农信息论的基础理论。另外从本书的叙述方式来讲，它一方面既有严谨的数学结构，另一方面又充分反映了模型的工程背景；其中关于信道容量的计算等有关问题则又充分反映了作者本人的研究成果，这在其他著作中是不多见的。因此，我们认为本书作为有关工程院校高年级学生、研究生及其他有关工程技术人员，学习仙农信息论的基础教材是比较合适的，相信本书的翻译出版对提高我国工程技术界的信息论的理论水平，将起重要的推进作用。

鉴于电子技术近些年来迅速发展，信息论的理论发展与知识更新过程十分迅速，尤其是对仙农理论在工程中的具体实现问题，

通信系统的网络化、多用化的一系列信源、信道编码问题的探讨已成为近来信息论发展的主流。这些问题对于我国通信事业的现代化，无疑是十分重要的。学习本书之后，将具备进一步学习、探讨上述问题的基础。我们期望，通过对本书的学习，能对仙农信息论的基本原理与思想有一个完整的了解，为进一步学习信息论理论打下牢固基础。

胡国定

1982.5.30

目 录

第一章 信息论的体系和历史	(1)
1.1 信息论的发展经过	(1)
1.2 信息论的体系	(3)
第二章 信息量和互信息量 (离散值)	(6)
2.1 信息量的定义	(6)
2.2 仙农熵的代数性质	(7)
2.3 仙农熵的解析性质	(11)
2.4 条件熵、互信息量	(14)
2.5 实验、观察和数据处理	(17)
2.6 熵函数公理的构成	(23)
2.7 平稳信源和熵	(29)
2.8 马尔可夫信源和熵	(33)
2.9 等长信源编码定理	(38)
第三章 互信息量 (连续值)	(47)
3.1 互信息量的定义	(47)
3.2 最大熵定理	(52)
3.3 正态随机变量的互信息量	(55)
3.4 有正态白噪声输入的加性信道	(57)
3.5 并列信道的互信息量和容量	(63)
3.6 连续时间信道的互信息量和容量	(66)
第四章 信源编码定理 (无噪声的情况)	(70)
4.1 信源编码问题	(70)
4.2 树形编码法	(72)
4.3 单义可译码	(75)
4.4 变长信源编码定理	(77)

4.5	最优编码法	(80)
4.6	平稳信源和马尔可夫信源的编码定理	(86)
第五章	信道编码定理 (有噪声的情况)	(89)
5.1	可靠的信息传输和编码	(89)
5.2	随机编码和错误概率的上界	(96)
5.3	编码第二基本定理	(100)
5.4	编码的逆定理	(106)
5.5	错误概率上界的改善	(114)
5.6	二元对称信道和高噪声信道	(118)
5.7	错误概率的下界	(127)
5.8	错误概率下界的改善	(137)
第六章	连续信道	(144)
6.1	加性高斯白噪声的数字信道模型	(144)
6.2	数字信道模型的编码和错误概率的上界	(150)
6.3	数字信道模型的正交编码	(156)
6.4	数字信道模型的等能量编码	(160)
6.5	连续信道的编码定理	(168)
6.6	有输入约束的连续信道	(174)
6.7	无记忆加性高斯噪声信道	(180)
6.8	有频带限制的时间连续信道	(185)
第七章	率失真理论	(188)
7.1	信源编码和失真	(188)
7.2	信源编码定理	(191)
7.3	率失真函数的基本性质	(199)
7.4	率失真函数的参数表述	(203)
7.5	二元信源和对称信源	(209)
7.6	模拟信源	(212)
第八章	信道容量、可靠性函数和率失真函数的计算法	(220)
8.1	互信息量和信道容量	(220)

8.2 简单信道的信道容量	(224)
8.3 任意信道的信道容量的计算法	(230)
8.4 可靠性函数的计算法	(235)
8.5 率失真函数的计算法	(238)
附录	(244)
A. 凸函数的性质	(244)
B. 概率论基础	(248)
C. 随机过程的基础	(269)
文献指南	(280)
参考文献	(283)
索引	(292)

第一章 信息论的体系和历史

本章在归纳1948年以前信息论的“史前时代”的同时，扼要阐述仙农1948年发表的论文的内容和意义，并且描述近代信息论的体系。另外，在本章末尾列有本章引用的1948年以前的重要论文。

1.1 信息论的发展经过

凡是对信息论关心的人都会赞同1948年是信息论诞生的一年，当时仙农发表了长篇论文〔见参考文献(82)〕。即使是对信息论漠不关心的人，他也承认：信息论是在1948年前后揭开序幕的。电子计算机的出现，PCM*通信方式的实际应用，以及维纳(N. Wiener)提出控制论，恰恰都是在这个时期。关于1948年前后的时代背景，在维纳的自传〔9〕和信息论诞生25周年纪念汇编(IEEE Trans. On Information Theory的一个专刊)中，皮尔斯(J. R. Pierce)发表的文章〔见参考文献(78)〕里均有详尽叙述，我们这里只介绍与仙农理论的内容有关连的信息论的发展过程。

仙农的论文共分为下列五个部分：

第一部分 离散的无噪声系统；

第二部分 离散的噪声信道；

第三部分 数学预备知识；

第四部分 连续信道；

第五部分 连续信源的码率。

前面几个部分设定了信源的数学模型，引入了平均信息量函数（以下简称熵函数—译者），并导出了信源编码定理。至于如何量度信息量的问题，在仙农以前就有人尝试过。当可传输符号的集合

* PCM—脉冲编码调制（译者注）

包含 n 个符号时, 由此集合选出 N 个符号而作成的序列共有 n^N 种, 接收这类序列之一而得到的信息量 H , 1928年, 哈特莱 (R.V.L. Hartley) [见参考文献(51)] 用其对数 $H = \log n^N = N \log n$ 来定义。在哈特莱的论文中, 有关信源的概率结构模糊不清, 故未能进一步地展开, 但是由于方向正确, 而且又通过概率统计理论来使信源模型化, 这个方向在第一部分取得了良好的进展。此外, 1832年, 莫尔斯 (Morse) 发明的电报电码尽管其理论根据不明确, 但它确实具体体现了仙农的信源编码定理。出现频数高的文字分配以较短的符号序列, 而出现频数低的文字则分配以较长的符号序列, 就全体而言, 能使可传输序列长度的集合平均设计得最短。仙农在第一部分通过由信源概率分布而定义的熵给出了这个集合平均的界限, 并指出此符号长度的集合平均究竟可以短到什么程度。这样一来, 在人类历史的长河中, 对于无意识流传下来的实用通信方式 (在莫尔斯电码以前, 就采用了手旗通信、灯火通信) 的有效性, 首次给出了明确的理论根据。

第二部分的目的是: 当信道有噪声干扰时, 通过对消息序列进行增加多余度的编码, 为提高通信的可靠性提供了理论依据。这种观点在仙农以前, 未能自觉地应用, 但是几乎与仙农同时, 汉明 (R.W. Hamming) (8) 发现了纠错码, 第一次指出了具体实现的方向。实际上, 在仙农的论文中就已经引用了汉明码。

与第三、四部分有关的历史, 可以追溯到卡森 (J.R. Carson) (1)。卡森明确了幅度调制中边带的概念, 并指出了调制指数大的调频方式所要求的频带就宽。1924年, 奈奎斯特 (H. Nyquist) (2) 和屈夫米勒 (K. Küpfmüller) (3) 不约而同地指出, 如以一定的速度传输电报信号, 就需要一定的带宽。1936年, 阿姆斯特朗 (E.H. Armstrong) (4) 提出了调制指数大的调频方式, 并指出, 可通过展宽频带来抑制噪声。里夫斯 (A.H. Reeves) (5) 在1936年申请了脉冲编码调制 (PCM) 原理的专利。在第二次世界大战中, 美国的贝尔电话研究所对 PCM 进行了研制, 并在1945年10月

31日做了公开表演，其详细成果已于1947年公布于众了。仙农当时在贝尔电话研究所目睹了这些技术革新，另一方面被维纳(N. Wiener)⁽⁷⁾在信号概率统计理论处理方面的成功所激励，他使得以概率论方法来规定信源和信道的思想开花结果了。在第三、四部分讨论了传输这种连续变化的模拟信号的信道，⁸给出带宽为 W 、信噪比为 P/N 的高斯白噪声信道的信道容量公式 $C = W \log_2(1 + P/N)$ ，(bit/s)，并指出，若传输速度低于此值，通过编码可使误码率变小。

第五部分的思想体现在达德利(H. Dudley)⁽⁵⁾发明制作的声码器里。声码器曾被解释为：分析声音信号，并抽取变化缓慢的参数，再通过传输这个参数和控制接收端发声机械来传送声音的。达德利推翻了上述观点；且发表了以下观点：为了要通信，就至少需要具备与消息信号（该情况下为声音）相同的带宽。声音这类原始信号经适当变形，再进行数据压缩，若其平均误差在保真度范围内，在接收端原始信号亦可复原。这里第一次产生了模拟信源编码的概念。仙农在第五部分解决了这种模拟信源保真度规范内的传输速度问题，为信号的数据压缩奠定了基础。

1.2 信息论的体系

仙农论文以后的详细进展，可参看书后的文献指南。这里在概述信息论的体系时，力求浅显易懂（参看图1.1）。仙农论文第一、二部分的意义虽然易于被多数通信技术人员所理解，但在理论上尚有许多缺陷，特别是关于信道编码定理，虽在1954年已完全被范斯坦(Feinstein)⁽⁹⁾所证明，¹⁰但未能确定误差概率的渐近式。1965年，加拉格发现了极为初等的证明方法，同时成功地唯一确定了高传输速度时的误差概率的指数函数，从此信息论走向了近代化。¹¹归根结底，这是因为通过采取与（作为概率统计理论方法的）契比雪夫学派的弱大数定律不同的、而完全应用信息论的方法，将目前难于证明的一些定理逐个加以简化，并且可以进行正确的推断和经得起严

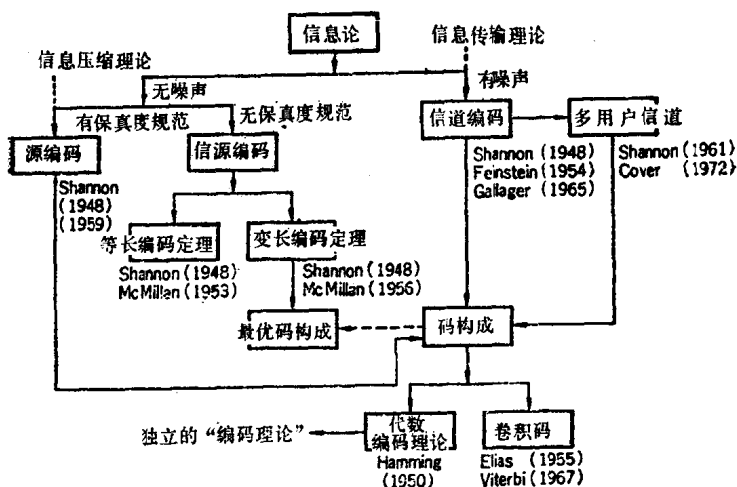


图 1.1 信息论的科学体系

格的推敲了。

关于第五部分，长期以来人们对它的意义似乎没有足够的理解。1959年，仙农将此内容就离散信源作了描述，才开始引起人们的广泛重视，并于1965年~1975年间取得了显著的进展。这一部分目前作为率失真理论已经体系化了，被公认是数据压缩理论的基础。

本书并不涉及从汉明码谈起的具体的编码构成理论。关于这个领域已经写成《代数编码理论》一书，作为信息论的姊妹篇已在日本公开发行了。此外，关于《卷积码》问题，在一般信息论中已有叙述，这里就不再赘述了。

近代信息论中最流行的一个课题乃是仙农论文(参考文献(89))中所开拓的多用户信道。正如旺代默朗(Van der Meulen)(参考文献(95))解说中所述，其中有待解决的问题甚多，而这些问题仅凭应用和推广目前的基本技术还无法解决，最后也许会出现新的思想。随着图象通信和图象数据处理技术的进展，率失真理论也要发展。人们已经意识到目前是计算机的数据通信时代，多用户信道的

研究会异常活跃起来。展望即将来临的光通信时代,在这样的技术背景下,无疑会出现新的理论研究课题。

仙农信息论乃是采用牛顿以来的自然科学方法进行信息处理的系统的科学,同时也是一门蓬勃发展着的学科。

参 考 文 献

- (1) J.R. Carson, "Notes on the theory of modulation", *Proc. IRE*, 10, pp. 57-69 (1922).
- (2) H. Nyquist, "Certain factors affecting telegraph speed", *Bell Syst. Tech. J.*, 3, pp. 324-352 (1924).
- (3) K. Kùpfmùller, "Über einschwingvorgänge in Wellen filtern", *Elek. Nachrichtentech.*, 1, pp. 141-152 (1924).
- (4) E.H. Armstrong, "A method of reducing disturbances in radio signaling by a system of frequency modulation", *Proc. IRE*, 24, pp. 689-740 (1936).
- (5) H. Dudley, "The vocoder", *Bell Lab. Record*, 18, pp. 122-126 (1939).
- (6) A. H. Reeves, French Patent 852 183, Oct. 23, 1939; U. S. Patent 2 272 070, Feb. 3, 1942.
- (7) N. Wiener, "The extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series", M. I. T. Press and Wiley (1949).
- (8) R. W. Hamming, "Error detecting and error correcting codes", *Bell Syst. Tech. J.*, 29, pp. 147-160 (1950).
- (9) N. Wiener, "I am a Mathematician", M. I. T. Press (1956).

第二章 信息量和互信息量（离散值）

本章对离散信源的熵做了定义，并用它来表示信源产生的文字或信源发出的消息所携带的信息量。在前半部分，对于用有限事件集表示的信源，定义了信息量、条件信息量和互信息量，并详细地讨论了它们的性质，同时还给出了熵函数的公理特征。在后半部分，指出对于平稳信源和马尔可夫信源亦可给出信息量的定义。最后对于遍历状态的信源，证明了编码字长固定时的信源编码定理。至于编码字长可变的信源编码定理，在第四章将有详细叙述。

2.1 信息量的定义

消息的集合 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 及其出现的概率 $p_i = P(a_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 所给定的信源，可作为有限事件集表示为

$$X = \left\{ \begin{array}{c} a_1 \ a_2 \cdots a_n \\ p_1 \ p_2 \cdots p_n \end{array} \right\} \quad (2.1)$$

对于此 X 所确定的量

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (2.2)$$

称为关于信源 X 的**信息量**。式(2.2)的形式除比例常数外与统计热力学中的熵相同。因前面已冠以最先对信源引入该量的仙农(C. E. Shannon)的名字，故 $H(X)$ 亦称为仙农熵。在式(2.2)中，当某个 p_i 为零时，则解释为

$$0 \cdot \log 0 = 0 \quad (2.3)$$

由式(2.2)的形式可知， $H(X)$ 本来是针对 X 的概率分布而定义的，但是这里特将 $H(X)$ 叫作“关于信源的信息量”，这里出于下面一些理由。

比方说我们是收信者，收到式(2.1)那样的信源发生的一则消息。假设对于各消息出现的概率 $P(a_i) = p_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 我们是预先知道的。此后进行的所谓收信物理实验（不问消息的具体内容如何，其结果总是可以设定为某个 a_i ）会以式(2.2)的熵的形式将我们预期的信息量确定下来。这就是说，在收到 X 发出的信号之后，不是度量这个信号的价值，而是以此后进行物理实验的价值作为被度量的量来确定 X 的信息量。例如在信源 X 中，若某一 p_i 为 1（比如令 $p_1 = 1$, $p_2 = p_3 = \dots = p_n = 0$ ），则由于收信者已预先知道：由 X 发出的消息必为 a_1 ，故收信实验当然不会给我们提供什么信息，故由式(2.2)得 $H(X) = 0$ ，这是可以理解的。反之，若任何消息均有相等的概率 $p_i = \frac{1}{n}$ ($i = 1, 2, \dots, n$)，究竟送来哪个消息，事先无法完全估计出来，而要由接收活动来确定，因此这时收信物理实验给我们提供最大的信息量。这个问题实际上已由定理 2.2 的性质(1)表示出来了。此时 $H(X) = \log n$ ，这与第一章述及的哈特莱的信息量公式颇为一致。

在自然科学中，式(2.2)对数的底用 e （自然对数）或 10（常用对数），但在信息科学中，通常取 2 作为对数的底。当式(2.2)用 $\log_2$ 计算时， $H(X)$ 的单位称为比特(bit)，用 $\log_e$ 计算时，其单位称为奈特(nat)。本书在理论运算时用自然对数，实际上在数值计算和图表表示时，采用实用的比特单位。

2.2 仙农熵的代数性质

仙农熵是对于概率分布 $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ 而定义的，该概率分布也可写成 $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ ，叫作 **n 维概率向量**。它满足如下的条件，

$$p_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, n), \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad (2.4)$$

这里特别将熵看作是满足上式的变量 $p_1, \dots, p_n$ 的函数，可写作