

船舶振动

宋福堂 编

哈尔滨船舶工程学院出版社

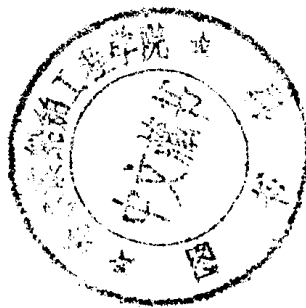
0661.4

882

371925

船舶振动

宋福堂 编



哈尔滨船舶工程学院出版社

(黑)新登字第9号

内 容 简 介

本书系统地论述了船舶振动的基本理论和试验方法。

本书共分七章，第一章为绪论，第二章到第五章主要叙述单自由度、两自由度、多自由度和弹性体以及船体振动的基本理论，它是研究船舶及其结构局部振动的理论基础。第六章和第七章分别叙述船舶振动的起因、振动标准、减振措施以及船舶振动测试所用的仪器设备概貌和测试分析方法等。

本书可作为高等院校船舶工程专业和船舶结构专业的教学用书，也可供研究、设计部门的工程技术人员参考。

0245/04

船 舶 振 动

宋 福 堂 编

*

哈尔滨船舶工程学院出版社出版
新华书店首都发行所发行
绥棱县印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/16 印张18.125 字数419千字

1992年12月 第1版 1992年12月第1次印刷

印数：1—1500册

ISBN 7-81007-246-3/U·27

定价：4.70元

前 言

本书是参照全国造船类专业统编教材会议通过的《船体振动学》教学大纲并结合我院船舶工程专业的教学要求编写的,可供高等院校船舶设计与制造专业和船舶结构专业作教学用书。

本书除保持原有基本理论的论述之外,在编写过程中还参考了近年来国内外有关专著和部分新的研究成果。力求反映造船界近年取得的新成就,特别是振动测试、减振和分析方面的新技术。

本书篇幅不多,但涉及到的学科却很多,因此,书中符号繁杂,作者力求保持全书符号的整齐统一,注意到不与其它学科常用符号相矛盾。书中对近年船舶设计规范中使用的计算方法的理论基础进行了详细的叙述。

全书由哈尔滨船舶工程学院陈起富教授主审,该院出版社对本书进行了严格细致的审阅,大大地提高了书稿的出版质量,编者在此一并表示感谢。

宋 福 堂

1991年11月

目 录

第一章 绪 论	(1)
第一节 船舶振动研究概况.....	(1)
第二节 船舶振动的分类及研究的范围.....	(5)
第三节 结构的模型化.....	(6)
第二章 单自由度系统振动	(9)
第一节 单自由度系统.....	(9)
第二节 无阻尼自由振动.....	(10)
第三节 无阻尼强迫振动.....	(17)
第四节 有阻尼自由振动.....	(27)
第五节 简谐干扰力作用下的阻尼强迫振动及其求解.....	(34)
第六节 基础或支座振动引起的强迫振动.....	(44)
第七节 振动系统的阻尼理论.....	(48)
第八节 任意干扰力作用下系统的强迫振动.....	(55)
第九节 机械阻抗问题.....	(68)
第三章 两自由度系统的振动	(75)
第一节 两自由度系统的振动微分方程及其解.....	(75)
第二节 力方程与刚度矩阵.....	(78)
第三节 位移方程、柔度矩阵.....	(79)
第四节 重力对惯性力的耦合影响.....	(84)
第五节 两个自由度系统的无阻尼强迫振动.....	(87)
第六节 两个自由度系统的有阻尼自由振动.....	(92)
第七节 两个自由度系统的有阻尼强迫振动.....	(97)
第四章 多自由度系统的振动	(103)
第一节 多自由度系统运动方程的建立.....	(104)
第二节 多自由度系统无阻尼自由振动及其特性.....	(111)
第三节 多自由度系统的阻尼自由振动.....	(120)
第四节 多自由度系统无阻尼强迫振动.....	(122)
第五节 多自由度系统的阻尼强迫振动.....	(125)
第六节 多自由度系统固有频率近似计算.....	(128)
第五章 弹性体及船体振动	(140)
第一节 直梁的横向振动.....	(140)
第二节 等直简支梁的振动固有值.....	(144)
第三节 其它边界条件下的等直梁无阻尼自由振动.....	(147)
第四节 等直梁固有振型的正交性及初始条件的应用.....	(149)

第五节	弹性基础上承受轴向力的等直梁无阻尼横振动.....	(153)
第六节	剪切力、剖面转动惯性力对等直梁无阻尼自由横振动的影响.....	(157)
第七节	等直梁的无阻尼强迫振动.....	(161)
第八节	等直梁的阻尼强迫振动.....	(165)
第九节	等直梁的纵向自由振动与剪切自由振动.....	(172)
第十节	矩形板的横向自由振动.....	(179)
第十一节	矩形平板的弯曲(筒形)强迫振动.....	(183)
第十二节	求解连续梁的迁移矩阵法.....	(186)
第十三节	求解弹性体固有振动的能量法.....	(194)
第十四节	船体振动.....	(202)
第十五节	船体固有振动的近似计算.....	(208)
第十六节	船体弯曲振动固有频率计算的能量法.....	(212)
第十七节	船(体)梁在周期性干扰力作用下的强迫振动.....	(214)
第六章	船舶振动的起因及隔振理论.....	(219)
第一节	船体振动及其各种主辅机干扰力.....	(219)
第二节	螺旋桨的干扰力.....	(223)
第三节	振动标准.....	(228)
第四节	船舶隔振与消振.....	(231)
第五节	动力消振器.....	(234)
第七章	船体结构动力特性的测试.....	(241)
第一节	测量的基本原理.....	(241)
第二节	测振放大器——微分积分放大器.....	(246)
第三节	电荷放大器.....	(252)
第四节	载波放大器.....	(254)
第五节	记录器.....	(255)
第六节	振动分析仪概述.....	(260)
第七节	振动传感器概述.....	(261)
第八节	激振器与振动台.....	(264)
第九节	船体振动的测试.....	(275)

第一章 绪 论

第一节 船舶振动研究概况

一、船舶振动的研究范围

船舶振动的研究涉及到船体结构、船型、推进、动力装置等方面；而从学科上来说，它又是涉及到结构力学、流体力学、数学、声学、自动控制理论等领域的一门综合性学科。

随着电子计算机的出现，国外在60年代末期把有限元法用于船舶振动计算，我国造船界于70年代后期将该法引入，与此同时，也编制了迁移矩阵法计算船舶总振动的程序。在振动计算方面，近二三年来有限元法发展较快，有较多的单位具备了计算立体舱段的程序。用二维有限元法代替传统的船体梁模型计算船体总振动是成功的。同时，还建立了一些新的算法，如模态综合超单元法、综合离散法、分层多重动态子结构法等，以及建立和讨论在一定条件下的计算。

在计算程序方面，我们实行了两步走，既自力更生地自编程序，满足国产机型的要求，同时，也引进国外先进的计算程序，如SAP5、SAP84程序。此外，为满足初步设计阶段的需要，在实测统计分析的基础上拟定船舶振动近似计算公式，如船舶垂向及水平振动计算公式、快艇艏封板的计算公式等。

在减振与防振方面，结合具体船舶或其局部结构的振动问题进行了初步研究。如15000t干货船的减振设计，对长江客轮的艏振消减和某些驱逐舰的振动性能探讨以及关于避振穴的研究等。

随着先进的测试分析设备的产生，在振动测试数据处理和分析以及实验模态分析等方面均有较大进展，改变了过去只限于检流计式记录和手工采样人工分析的状态。

目前，我们对于船舶振动的研究比力学界、航空界同行落后，随着我国造船工业的迅速崛起和进入国际市场，已经向从事船舶振动研究的同志提出了更高的要求。

二、关于降低螺旋桨激振力的研究

螺旋桨激起的船舶尾部振动迄今仍然是船舶振动的研究课题之一，主要反映在伴流场、轴承力和表面力的研究中。目前大多采用模型换算伴流场的测试结果来求得螺旋桨的激振力，换算时考虑尺度效应。当前主要集中于研究如何提高计算伴流场的精度。

轴承力的计算一般采用非定常升力面理论，表面力则倾向于研究空泡螺旋桨的脉冲压力方面。因无空泡的螺旋桨仅在船壳上产生很小的振动压力，而空泡脉冲引起的船壳脉冲压力场的强度很高，使之传到船壳后的总压力达到无空泡时螺旋桨激振力的数十倍。研究表明，螺旋桨叶梢与船体之间的间隙是影响激振力大小的重要因素之一，随叶梢间隙比的增大，船体表面上的这种压力很快减小。现在，对螺旋桨与舵及艏框之间的最小间隙提出了要求并反映在钢质海船建造规范中。

到目前为止，降低螺旋桨激起的振动通常有以下几种方法：

1. 通过改变螺旋桨叶片数目（螺旋桨激振力频率）来避开船舶结构的固有频率。
2. 从减小螺旋桨激振力出发可采用串列螺旋桨、导流鳍或增加螺旋桨叶片数。
3. 不改变艏部线型，不更换螺旋桨而采用避振穴。
4. 在设计阶段合理设计船舶尾部形状，正确加工螺旋桨叶面。

三、船舶结构动态特性的计算

1. 从船舶结构振动计算方法而言有：(1)迁移矩阵法，(2)有限单元法，(3)模态综合法，(4)杂交子结构法，(5)综合离散法等。后三种方法的特色是克服了有限元法计算时间长、所需容量大的缺点，便于在小型计算机和微处理机上应用。

2. 从计算模型来看，已经建立了船体结构振动分析几种力学模型

(1) 用梁元计算船舶总振动及船尾振动与总振动的耦合振动。

(2) 用空间梁系建立的船舶立体舱段模型。

(3) 用两维膜元（用桁架元和平面应力膜元组合而成）计算船体在铅垂平面内的总振动和动力响应。

(4) 采用混合有限元模型，艏部用立体舱段，舯部及艉部采用船体梁有限元模型，对于这类模型艏部和船体梁之间如何连接还需要进一步探索。

采用上述模型可以计算船体总振动，机舱板架、桅架、上层建筑和艏轴支架的振动。

3. 船舶机舱板架计算均采用二维附连水质量，再作三维修正。在计算低阶振动时上述方法是可行的。

在计算高阶振动频率及船尾振动响应时，上述计算带来了一定的局限性。国外也提出用流体有限元与固体有限元结合起来的方法。最近国内也作了成功的尝试。采用(1)杂交子结构法，(2)模态综合法，(3)奇点分布法等来计算流-固耦合振动。并把结构分析中的动态子结构法运用到流-固耦合问题。

4. 计算船舶振动特性和响应的计算机程序，目前使用的有：

(1) Gevrens法计算特征值。

(2) 子空间迭代法。

(3) 行列式搜索法。

它提出了自伴微分方程特征值问题的子空间迭代法及在结构分析中的应用，处理了非线性特征值和解决了依赖频率变化的质量阵。通过修正的Sturm序列的两分法，求得初始迭代频率值，再用解线性特征值的子空间迭代法求得各阶模态。

(4) 结构振动分析的解析法。

(5) 近似算法。

在大量实船试验的基础上，采用一元线性回归的数学模型，按不同类型船舶分别统计出经验系数，建立起7种类型船舶的一节点至三节点船体垂向振动和横向水平总振动固有频率的近似算法。

(6) 振动算法，用于实际问题。

许多单位结合实际和产品进行了计算研究，大多用于计算石油平台、平台与上部结构的相互作用等。

以上所列这些计算方法，与国外同行相比尚有一定差距，主要表现在海工结构及结

构的动力响应计算方面。因海工结构承受各种随机荷载的作用，如波浪力、风力、地震力、海流力等等，从而构成了海工结构动力响应分析中外载荷的复杂性。在国外，如美国、日本已经投入了大量的人力和物力开展这方面工作。另外，由于固定式平台桩腿打入海底地基中，因而构成了边界条件的复杂性。这两方面，在国内尚处起步阶段，如何计算随机响应，尚待进一步探索。

在动力响应的研究中，存在阻尼的确定问题，这是一个复杂问题，目前在这方面的研究很薄弱。

四、实验技术

振动实验技术和数据分析处理技术在船舶振动研究工作中是必不可少的重要组成部分。

航行振动试验与激振实验是确定船舶结构动力特性的重要方法。目前在实船试验中，对船舶某些局部结构已开始应用撞击瞬态激振试验方法。根据试验测得的响应谱和力谱再应用随机分析装置就可求得每一点的传递函数。在国外，对于总体激振试验普遍使用激振机激振。但在激振机与船体之间往往装有特殊设计的力传感器，以求得相关研究中的导纳数据而求得振动特性。

对于主要由螺旋桨、主机等周期性激振力激起的船舶稳态振动来说，数字调和跟踪技术是进行船舶结构动态响应调和分析的有力工具。

由于实船测试的通频带为 $0.5\sim 400\text{Hz}$ 、振幅为 $0.3\sim 0.5\text{mm}$ 、加速度值为 $1\sim 2g$ ，据此中国船舶工业总公司建立了测试与分析系统。

为了验证和改进系统的动态数学模型，国外发展了《模态识别》和《参数识别》技术，它提供了利用实验测试数据确定结构参数的新途径。由于船舶是庞大而复杂的结构，如果全部采用理论方法求模态参数，不仅会带来力学模型简化造成的误差，而且费用也十分昂贵。为此将理论上无法精确计算的结构，通过实验模态分析方法分别求出其模态特性，然后提取一部分对接边界信息，再同理论上计算的结构加以综合对接，求得系统的模态参数。

实验模态分析法中单点瞬态激振法正在发展。改变了过去逐点激振定点输出响应和定点激振整体输出响应的试验方案，提出了共点测试方案和分组测试方案。

目前，由于计算机技术的发展，应用FFT法可对某区域进行细微的分析。通常有冲击响应谱的递推积分法及递推滤波法的计算机数值计算表达式。另外，用磁带机变速技术，使冲击信号变为缓变信息。利用PZ-8数字电压表并配有穿孔机或打印机作为模数转换器，实现冲击数据的捕捉及离散。

在数据处理方面，提高频率分辨率，ZOOM变换技术及降低测量噪声排除畸变分量的方法也受到普遍重视。在作频域分析时，分量的时域分析方法也开始引起重视。Ibrahim时域分析在国外已取得实际应用成果，在国内现已开始较大规模的研究。

在结构动力研究中，外载荷的确定是一个很重要的问题，因此，载荷识别技术有了发展。它是根据计算出或识别出来的数字模型，由实际情况下测得的输出确定输入，可称为第二类逆问题。

为了研究结构在随机激励作用下的响应，以便改进和检验设备在随机振动环境下工作的可靠性，近几年来使用磁致伸缩方法进行随机振动试验获得成功。

五、船舶振动与振动标准

船舶振动及其标准是环境保护的一个重要方面。实践证明,不论是军船、民船、海船或内河船,都存在不同程度的振动问题。过强的振动会影响船员及旅客的身心健康,导致船体结构的破坏和仪表设备的失灵,降低船员的工作效率,甚至影响到航域附近居民的休息与健康。

从70年代开始,我国进行了这方面的工作。一方面收集有关标准和动态,另一方面进行大量的实船测试和调研工作。制订了《海船船体振动衡准》、《内河船船体振动衡准》。对水面舰船及高速快艇也提出了相应的振动标准建议。

到目前有关国际性的标准有:

ISO6954 商船振动评价指导性文件(草案);

ISO/DIS 4867 船上振动数据的测量和报告规程1982(草案)。

以上这些国际性标准由于各国情况要求、利益不同,因而在讨论中众说纷纭难于统一。我国的船舶振动标准研究工作还刚刚开始,几个标准的量级大致与国际标准相当。但是,还有些差异,需要在实践过程中逐步完善。

六、今后关于振动研究方面的工作

因船舶振动是涉及船体结构、动力装置、船型、推进、波浪载荷等各个方面的综合性应用技术学科,需要各方面的科研工作者共同努力。

1. 船舶振动预报

国际上造船工业先进的国家已经建立了振动预报程序系统,而我国还刚刚开始着手。为此,有关科研设计、船检等单位需要合力开展这方面工作,在近期建立我国自己的振动预报系统。到1991年已产生了振动预报的标准化修改稿,不久的将来可望实施。

2. 船舶结构阻尼的研究

船舶结构阻尼的研究是船舶结构动力响应计算中的一个关键性问题。目前已有单位开展这项研究工作。

3. 船舶结构与海洋平台的随机响应问题

该问题最重要的是波浪的随机响应问题,要对结构响应和冲击波响应进行分析。

4. 船舶流-固耦合振动的研究

螺旋桨激振引起的结构响应,结构在流体中与流体相互作用产生的流-固影响是是当前船舶与海洋工程中极为重要的问题。如在水中结构的颤振,在涡流中的振动等等。

5. 模态识别

传统的频域识别方法是多年来常用的方法。随着现代控制理论的发展,近年来时域识别法发展起来,即直接利用响应的时间历程曲线来识别振动参数。目前各单位正在探索,已有若干成果问世。

6. 船舶振动标准化工作

包括振动量级、测量方法、标准等的补充、改进及与国际标准的协调一致等,是当前迫切需要解决的问题。

7. 减振、隔振措施方法及理论的研究,并实施用于生产实际。

第二节 船舶振动的分类及研究的范围

船舶振动对船体结构以及对船员、旅客均有不良影响，因此，船舶振动一直是船舶结构力学中的一个重要课题。对于海军舰艇，由于战术的需要，正日益致力于消振的研究。

一、船体振动的研究范围

1. 船体振动

主机引起船体的振动，当主机振动频率与船体频率同步时发生共振。

2. 局部振动

局部结构、桥楼结构、桅杆或板架产生振动，这类振动很可能是一种船体高频强迫振动或共振的反映。

3. 消振以及隔振

(1) 消除或隔绝振源，

(2) 局部加强措施——增设扶强材、支柱等，

(3) 振源特性（机制）的研究——机械性的、水动力学的等。

二、船舶振动的分类

船舶振动按结构特性、运动特性、受干扰力特性及阻尼特性等等可分如下五类：

1. 按体系的自由度分类

(1) *单自由度体系的振动——研究及讨论只有一个自由度体系的振动问题。

(2) 多自由度体系的振动——讨论有两个或两个以上的自由度体系的振动问题（有限个自由度）。

(3) 无限自由度体系的振动——讨论单跨梁、连续梁、刚架、板架、壳体、烟囱等弹性体的振动问题。

2. 按振动方向（相对于体系的主轴线）来划分

(1) 横向振动

当体系发生振动时，质点的运动方向（惯性力方向）与轴向垂直的振动问题。

弯曲振动——杆件长度大于截面尺寸时，以弯曲变形为主的振动，如桅杆等；

剪切振动——以剪切变形为主的振动，如粗短的船舶上层建筑将会产生剪切型振动。

(2) 纵向振动

质点运动（惯性力）方向顺杆的轴向的振动，当梁细长时，如考虑稳定，又称动力稳定性问题。

3. 按受干扰力特性分类

(1) 自由振动——体系在振动过程中不受干扰影响（保守体系）。

(2) 强迫振动——体系在振动过程中不断受外力干扰作用（非保守体系）。属于这类动力稳定问题的又称参数振动。

4. 按阻尼特性分类

(1) 阻尼振动——体系振动时，总是受到各种各样的阻尼作用。降低振动强度，考虑阻尼时的振动问题即称为阻尼振动。

(2) 无阻尼振动——当体系振动时，阻尼很小（在有限时域）或为了减小计算复杂性而不计阻尼时称无阻尼振动。

5. 按介质或体系变形特性分类

(1) 线性振动——振动体系在小位移（或满足虎克定律）时振动称为线性振动，其数学模型为线性微分方程。

(2) 非线性振动——振动体系在大位移（超过弹性极限）时的振动，称为非线性振动，其数学模型表现为非线性微分方程。

(3) 参数振动——杆件受纵向干扰力作用时的振动问题。

根据以上的分类，振动问题的求解可根据其各种特性而归结为以上五类问题的求解。

在求解中，阻尼特性习惯上采用Фойт于1890年推出的粘性阻尼的假定（阻尼力正比于它的运动速度），它适合于低速时情况。

船舶结构振动时，内摩擦作用往往是主要的，以往有不少学者进行了研究。1951年苏联学者Е.С.Сорокин提出了复阻尼的假设，可较好反映材料的内阻。

三、振动学的地位

由于结构受到不同的外力作用，因而结构的振动特性也不同，所以作用外力的研究，特别是振动特性的研究便成为振动学的主要课题。另外，构成结构物的材料不一定相同，则结构材料的动特性也不一样，为弄清这些特性也是很重要的。总之，振动学是研究外力、结构振动特性等的一门科学，它必须涉及到许多学科。现将它们之间的关系列于下表1-1中。

表 1-1 船舶振动学的地位

目 标	工 程 学 科	外 力	基 础 工 程 学 科	基 础 学 科
对动态外力的设计	振动工程 港湾工程 离岸及船舶工程 交通工程 土木工程	激励 波浪 风 海流 碰撞 爆炸	振动学(振动特性的分析) 材料力学及结构力学 波浪理论 船舶力学 流体力学、自动控制理论	数学 物理学 海洋学 流体力学 理论力学
对振动环境采取的措施	不同的外力作用在结构上			

第三节 结构的模型化

在进行结构（例如船舶式平台的）振动分析时，常常将其简化为各种力学模型。但在模型化时，特别应注意抽象化的模型是否忠实地再现了所要分析的结构振动特性。因此，问题是如何使模型化的结构仍然具有工程的意义。下面试举几个较为成熟的模型化的例子。

一、离散模型

离散模型是将连续体分解为若干个独立而又互相连接的质点模型。一般有质量 - 弹簧模型、有限单元模型、杆件模型及混合模型等。

1. 质量 - 弹簧模型

将结构物用质量、弹簧和阻尼器表示的系统，称为质量 - 弹簧模型。结构物的重量以质点的质量，恢复力特性以弹簧常数，阻尼特性以阻尼常数来评价，其模型化例子如图1-1。

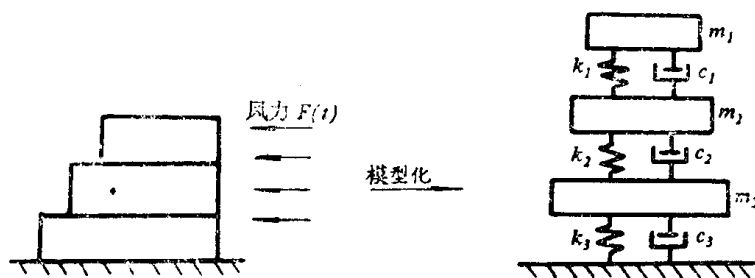


图1-1 质量-弹簧模型

2. 有限元模型

形状比较复杂的结构或结构物特性比较复杂，在进行振动分析时常常用有限单元法，所谓有限元 (finite element) 模型，即用一些小的区间或体积来表示的结构模型，其模型化例子如图 1-2 所示。

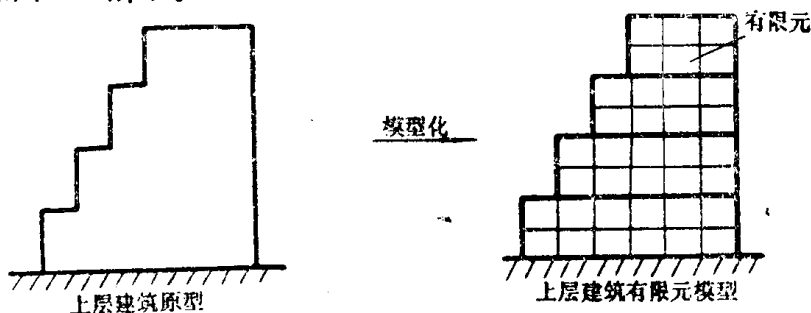


图1-2 有限元模型

3. 杆模型

各类结构用杆元素来表示的模型称为杆模型，可将各类结构化成杆的集合体。例如，甲板可以化为骨架的集合体。肋骨框架，也可化为一个简单的骨架组合体 (图 1-3)。

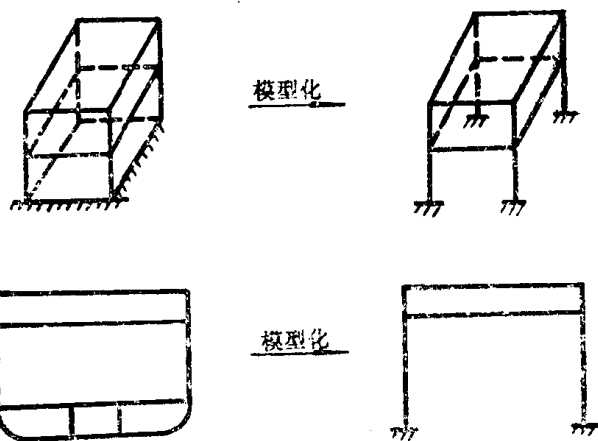


图1-3 杆模型

二、连续体模型

将结构以连续体表示的模型称为连续体模型。结构的重量以单位体积的重量来表示，恢复力特性从结构刚度来评价，由此可以得一个二阶或四阶偏微分方程，这些方程用方程的初始条件与边界条件来确

定其特性。一般来说用解析法来解此类模型均选择形状比较简单的结构（图1-4）。

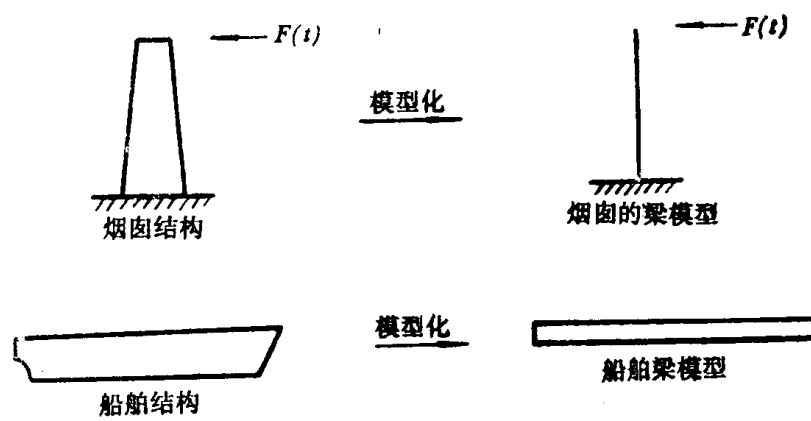


图1-4 连续体模型

以上所述为结构的力学模型。除此之外尚有恢复力特性的模型化、阻尼特性的模型化等。

第二章 单自由度系统振动

第一节 单自由度系统

一个系统在空间的位置在任何瞬时均可由一个参变量单值地给出, 则此系统即为一个自由度系统。

一、系统的自由度

系统在振动过程中, 在任何时刻确定其余部质点坐标及变形情况需要的独立参变量的数目, 称为系统的自由度。

设有 n 个质点组成的质点系, 受到 s 个稳定的双面几何约束, 方程为:

$$f_s(x_1, y_1, z_1, \dots, x_n, y_n, z_n) = 0$$

$$s = 1, 2, 3, \dots$$

由上式可见, $3n$ 个坐标若满足 s 个约束方程, 则独立坐标数就有 $3n - s$ 个, 自由度数为 $3n - s$ 。

当 $n=1, s=1$, 系统有两个自由度。当 $n=1, s=2$ 时, 系统为单自由度。

如图2-1所示, 系统只允许质量在一个平面内运动, 则体系有两个自由度。当系统只允许它在平面内沿垂直方向运动, 则系统就成为一个自由度系统。

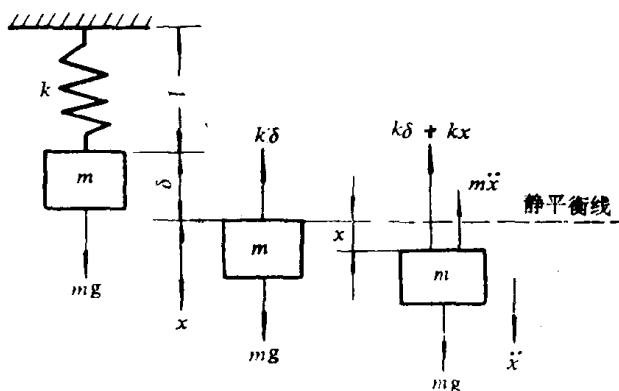


图2-1 单自由度系统

对于类似于杆件的分布质量系统为无限自由度系统(当 $EJ \rightarrow \infty$ 时可认为是单自由度情况)

因为有限数目的参变量无法确定无限质点的位置与变形。一般来说, 弹性杆件都应属于无限自由度系统, 当杆件集中了一个很大质量, 与杆件自身重量相比, 杆件质量可以忽略时, 为简化计算, 就可把分布质量集中在少数质点上, 从而系统即简化为有限自由度系统。

二、静荷重与动荷重

静荷重 静止地或极为缓慢地作用于系统上的荷重, 而且该荷重不会使结构系统产

生惯性力，或者惯性力与荷重比较起来极其微小，从而可以认为是静荷重。

动荷重 随时间很快变化的，或者能使结构系统产生很大惯性力的荷重。动荷重有如下几类：

1. 冲击作用和突加力作用。如打桩力、炮弹在结构上的弹着点的冲击力。
2. 按谐和规律变化的动荷重。主要是由旋转机械的不平衡力引起的。
3. 作用点移动或变化的动荷重，如机车行驶时对于钢轨的作用力。
4. 基础运动时产生的惯性力。重型锻锤、机东行驶、人工爆破、地震地面运动等引起的作用力。

5. 流体的脉动压力，如水、空气、风力、空气压力波等引起的作用力。

在船舶制造及海洋工程中有不少单自由度系统的振动问题。许多复杂的系统也可近似地简化为单自由度系统。因此，研究一个自由度系统的理论是极为重要的。

三、基本假设

在弹性范围内，位移与施加力大小成正比。小位移是单自由度系统最基本的假设。

第二节 无阻尼自由振动

系统受到一个外界干扰，使质量为 m 的物体离开原来的位置而有一个初速度，则系统将在其原来静平衡位置附近振动。分析该系统（图2-2）所受力的情况，作用在质量 m 上有重力 p 及弹簧变形而产生的恢复力，此时系统作自由振动。实际上，系统还将受到周围介质的阻尼作用及材料的内阻尼作用，本节暂不考虑。

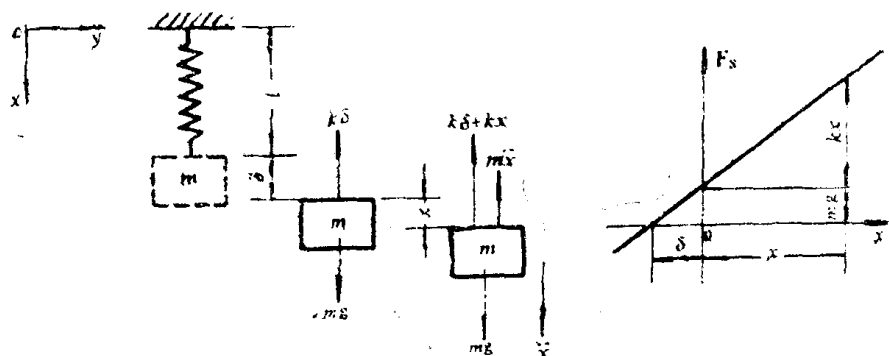


图2-2 质量-弹簧系统

一、微分方程的建立及其求解

根据图2-2知：

$$F_s = kx \quad (2-1)$$

其中 F_s 为弹簧力， k 为弹簧刚度。设弹簧原长为 l ，悬挂重物后伸长 δ 。此时系统受到重力 $p = mg$ 的作用，弹簧的静伸长

$$\delta = \frac{mg}{k} \quad (2-2)$$

g 为重力加速度。设垂向位移为 x ，原点 o 取在静平衡处，令 $x, \dot{x}, \ddot{x}$ 向下为正。由图2-2，对系统取分离体，根据达朗伯尔原理 $\Sigma x = 0$ 有

$$m\ddot{x} + kx + k\delta - mg = 0 \quad (2-3)$$

由式(2-2)知：

因为 $mg = k\delta$ ，代入式(2-3)中

$$\text{所以 } k\delta - k\delta - kx = m\ddot{x} \quad (2-4)$$

由式(2-3)和式(2-4)可知，重力常数值对于在平衡位置附近振动的系统没有任何影响，而只是影响静力平衡位置。因此，在建立微分方程时可以不计重力等常数值力的影响，可看作在分离体上只受着弹性恢复力与惯性力的作用。

二、求解微分方程

将微分方程 $m\ddot{x} + kx = 0$ 改写成

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (2-5)$$

$$\text{令 } \lambda^2 = \frac{k}{m} \quad (2-6)$$

λ 称为系统的固有振动圆频率。 $\lambda = 2\pi f$ ，则

$$\ddot{x} + \lambda^2 x = 0 \quad (2-7)$$

方程(2-7)即标准的无阻尼自由振动微分方程。方程(2-7)为一个二阶线性常系数齐次微分方程。

$$\text{令其解 } x(t) = A_1 \cos \lambda t + A_2 \sin \lambda t \quad (2-8)$$

$$\dot{x}(t) = -A_1 \lambda \sin \lambda t + A_2 \lambda \cos \lambda t \quad (2-9)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) &= -A_1 \lambda^2 \cos \lambda t - A_2 \lambda^2 \sin \lambda t \\ &= -\lambda^2 (A_1 \cos \lambda t + A_2 \sin \lambda t) \\ &= -\lambda^2 x(t) \end{aligned}$$

系数 A_1 、 A_2 由初始条件决定。当 $t=0$ 时

$$x(0) = x_0$$

$$\dot{x}(0) = \dot{x}_0$$

由式(2-8)与(2-9)可得

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= x_0 \\ A_2 &= \frac{\dot{x}_0}{\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

方程(2-7)的解 $x(t)$ 可用式(2-10)代入式(2-8)中，得

$$x(t) = x_0 \cos \lambda t + \frac{\dot{x}_0}{\lambda} \sin \lambda t \quad (2-11)$$

或表示为

$$x(t) = A_1 \cos \lambda t + A_2 \sin \lambda t \quad (2-12)$$

若令 $A_1 = A \sin \beta$ ， $A_2 = A \cos \beta$

则 $x(t) = A \sin \beta \cos \lambda t + A \cos \beta \sin \lambda t$