

北京农机学院

资料

分类号

0-01-1 / 80-2  
(稿)

# 农业工程

第2辑



上海科学技术文献出版社

70

国外农业工程

(第二辑)

《国外农业工程》编辑组 编

\*

上海科学技术文献出版社出版

(上海高安路六弄一号)

新华书店 上海发行所发行

上海市印刷三厂印刷

\*

开本: 787×1092 1/16 印张: 5.25 字数: 132,000

1980年11月第1版 1980年11月第1次印刷

印数: 1—1,750

书号: 16192·11 定价: 0.68元

《科技新书目》175—130

## 目 录

用有限元法分析和预测轮胎—土壤相互作用及性能	1
运动车轮下粘弹塑性土壤的动力学	13
土壤屈服准则和数值应用的新发展	24
转子式农机具的工作部件与土壤相互作用过程的研究	31
轮式车辆非稳定回转的运动学的分析计算	35
立式螺旋输送器转速的确定	41
落下单个水果在缓冲垫层上的撞击力学	44
确定设计悬挂式喷雾机喷杆—喷头特性的诸因素	54
采取水泥田埂实现无人的农田作业	59
利用电子计算机确定种子运动参数的方法	64
梯田平整设计中的计算机求解法	69
土壤混合组成物的计量	74
太阳能温室的设想	81

# 用有限元法分析和预测轮胎— 土壤相互作用及性能

R. N. Yong E. A. Fattah 和 P. Boonsinsuk

## 摘要

以前曾采用有限元法分析、预测刚性轮—土壤相互作用的关系。这个方法经改进后进一步引用于轮胎。同时，还考虑了下述情况：(a)轮胎胎体变形的影响，它在能量损失时产生驱动性能；(b)用输入载荷作边界条件所需的数据；(c)在轮胎—土壤相互作用过程中，随滑转率而变化的、分配于轮胎—土壤接触面的法向载荷应力和切向载荷应力。将三种型号轮胎的牵引力理论分析预测值和试验实测值作比较，结果表明是相当一致的。充气压力对于轮胎变形能量损失的影响可以从理论计算值中看出来。

## 一、引言

车辆在越野行驶时需要确定如何以最小的能量消耗获得最大的有用功，需要正确而合理地设计和布置车辆的齿轮传动系统。因此，非常必要有一套分析和预测弹性轮（轮胎）在未经扰动的地面上行驶时推进性能的办法。

Yong 等以前发表的论文<sup>[1-4]</sup>指出，轮子—土壤相互作用力学可以用土壤表层及底层的能量转换关系来表征。论文中还说明在轮子—土壤相互作用时的能量消耗情况可作为能量模型（函数）的理论基础，还可作为鉴别各种附加损失、输入功率和合成牵引力的理论基础。

Yong 等还曾用有限元法分析了刚性轮—土壤相互作用时的土壤表层及底层的情况<sup>[5]</sup>，以各种不同表面性质的刚性轮作为变量，采用位移边界条件（即位移法）以求未知位移。文章还说明，当轮子载荷时，表层土壤粒子的合成位移量可用来表征合适的位移边界条件。该边界条件的正确性已通过实际的土壤槽牵引试验以及闪烁 X 射线技术得到验证<sup>[2]</sup>。

在轮胎受载情况下，由于受载而引起轮胎变形和扭曲，同时，在运动中产生滑转，便引起能量损耗，而减少了总的有用功。轮胎表面的性质及轮胎的机械强度对轮胎能量损耗以及在轮胎—地面之间的损耗起主要作用，这是显而易见的。轮胎本身变形越大，则轮胎的能量消耗越大。因此，在相同的输入能量下，若其他因素保持恒定不变，则输出牵引力将减少。

轮胎的基本组成包括帘子线和橡胶（或合成橡胶）化合物，由模具制成各种型号。帘子线物质（包括帆布层、钢丝、玻璃纤维等）的横排、斜排或径向排列布置及位置，骨架填充剂，橡胶（或合成橡胶）质量、模制的形状，以及各种花纹形状等都对轮胎性能有影响。

对轮胎的最基本要求是它的抓地能力，以及在各种环境条件下能耐用、安全和可靠。

轮胎在受载和滑转情况下所产生的变形和扭曲将引起能量消耗。为了更好地对轮胎性能作预测分析，必须获得轮胎载荷—变形的性能及轮胎特性的相互关系的数据。

由于弹性轮需要特别注意载荷特性，而且考虑到有限元法的分析和应用是针对弹性轮（轮胎）的，这个研究将从预测轮胎性能的观点对轮胎—土壤相互作用的依存关系作出适当的分析。这里将以前采用过的有限元模型加以改进和引伸，以适应下列几方面的试验：

- (1) 轮胎变形和扭曲能量消耗；
- (2) 由于轮胎表面情况、机械结构、受载和滑转而引起的接触面积的变化；
- (3) 载荷边界条件；
- (4) 土壤变形。

## 二、试验室试验的布置

试验室试验是根据以下两方面要求布置的：

(1) 对三种型号的轮胎分别进行试验，以测定它们的载荷—变形关系和接触面积的变化；  
(2) 在土槽里对三种轮胎进行牵引试验。

所测得的各轮胎载荷—变形试验结果以及接触面积数据作为分析功耗的直接输入数据，而接触面积/载荷的数据是用来作为边界条件的。在土槽里进行牵引试验的结果将用来验证轮胎—土壤相互作用下的理论分析预测性能。

土槽中的土壤特性（例如应力—形变的关系）应给予测定。所用的土壤是试验室制备的混合砂土—粘土体系。这种混合土壤是将很细的二氧化硅砂经过 30 目的筛，再与高岭土和水混合（高岭土占干砂重的 30%），在土槽里经过压实制成。这种土壤的干比重为 1.88 吨/米<sup>3</sup>，含水量为 13%。从土槽取下的土壤样品进行平面—应力压缩试验，得出的应力—形变曲线如图 1 所示。

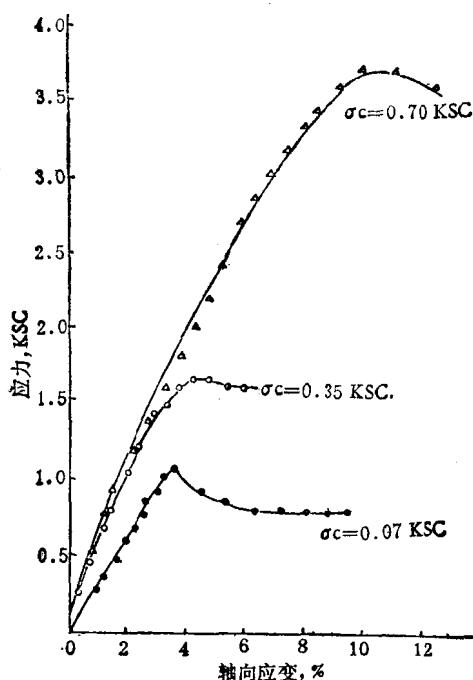


图 1 土壤应力—形变曲线( $\sigma_c$ =限制压力)

### 1. 轮胎型式及其试验

采用三种型号的模型轮胎作试验：

- (1) 3.00—8.00 2PR (光滑胎面)。
- (2) 3.00—4.00 4PR (光滑胎面)。
- (3) 4.10/3.50—4.00 2PR (粒状花纹)。

轮胎尺寸和型号见图 2。前两种轮胎在不变形状态下具有环形截面，它们与刚性地面的接触面积印痕都呈椭圆形。第三种轮胎代表普通汽车轮胎，它与刚性地面的接触面积大致呈多边形，因为它具有刚性的轮胎侧壁。使用这三种轮胎进行试验是经过分析选择的，因为这

种轮胎能反映胎体形状、轮子直径、胎体刚性和轮胎充气压力的影响。

## 2. 对轮胎的试验

轮胎的试验有以下几方面：

(1) 当轮胎在刚性地面静止不动时, 测量不同载荷和充气压力下的轮胎与地面的接触面积;

(2) 当轮胎在刚性地面上运动时, 测量不同载荷及滑转情况下的轮胎与地面的接触面积;

(3) 在土槽里进行各种滑转率的牵引试验。Yong 等对这种试验方法作过详细介绍<sup>[1-4]</sup>, 这里引用来进行轮胎试验。

假定，在刚性地面上，轮胎沿与地面的接触面积具有大致均匀的“接地”压力分布，则接地压力总值可用相应的轴向载荷和充气压力决定。多次静载试验表明，3.00—4.00 PR（光滑胎面）轮胎及 3.00—8.00 PR（光滑胎面）轮胎所产生的总接地压力比它们的相应充气压力高，可以认为这与胎体刚性有关<sup>[6]</sup>。在相同的轴向载荷和充气压力情况下，4.10/3.50—4.00 2PR（胎面有花纹）的总接地压力经常大于轮胎充气压力。这表明 4.10/3.50—4.00 2PR 轮胎比其余两种轮胎具有较大的刚性。

### 三、有关分析方法的要点

这里引用的有限元分析是以往刚性轮分析的延伸，即是说，基本分析方法、计算、组件的基本函数关系和数据分析方法基本一样。其中，专门为分析研究轮胎而增设的内容包括：

(1) 以随滑转而变化的各法向应力及切向应力作为变量来说明一种载荷边界条件。载荷边界条件的应用比较普遍、真实而简单，比以前采用的位移边界条件进了一步。

(2) 由于滑转而产生的各种接地面积畸变情况, 以及这些畸变情况对于载荷边界条件的影响。

### (3) 地面不平度因素。

#### (4) 由于轮胎扭曲而引起的功耗-

### 1. 分析关系式

这里对有限元法的主要关系式作一简要的回顾。当占有一个空间  $S$  的物体处于若干力  $\{q\}$  的作用下时，以现代坐标形式表示的平衡方程可用外功、内功及虚功原理去求得<sup>[2]</sup>

所作的外功是：

$$\int_{\overline{\omega}} \overline{\rho} \{q\}^T d\{u\} d\overline{V} + \int_{\overline{\omega}} \{P\}^T d\{u\} d\overline{A} \quad (1)$$

所作的内功是：

$$\int_v \{\sigma\}^T d\{\bar{\epsilon}\} d\bar{V} \quad (2)$$

应变和位移的关系是：

$$d\{\bar{\varepsilon}\} = \{B\}d\{\delta\}$$

使(1)式等于(2)式，则可得平衡方程如下：

$$\{\psi\} = \{R\} - \int_V \{B\}^T \{\bar{\sigma}\} d\bar{V} = 0 \quad (3)$$

式中

$$\{R\} = \int_V \bar{\rho} [\mathcal{N}]^T \{q\} d\bar{V} - \int_A [\mathcal{N}]^T \{\bar{\rho}\} d\bar{A} \quad (4)$$

式中  $[\cdot]$ ——矩阵形式；

$\{\cdot\}$ ——列矢量；

$\{R\}$ ——相应的外节点力；

$\{\psi\}$ ——节点力—使拟定的位移模式转为节点平衡所需的力量；

$\{P\}$ ——单位面积变形体的表面作用力；

$[\mathcal{N}]$ ——形状函数；

$\bar{V}$  和  $\bar{A}$ ——变形体的体积和面积；

$\bar{\rho}$ ——变形体的密度；

$\{u\}$ ——在有限元之内的任一点的位移；

$\{\delta\}$ ——在节点的位移；

$\{B\}$ ——位移函数；

$\{\bar{\sigma}\}$  及  $\{\bar{\varepsilon}\}$ ——应力和应变的矢量形式。

## 2. 载荷边界条件变异

为了指定载荷边界条件，需要首先弄清由于轮胎受载和向前运动时轮胎—土壤接触面处的压力分布情况和数据。对装有仪器的轮胎所进行的试验表明：假定整个轮胎接触面积具有均匀分布的压力是不合适的。当一个软而易变形的轮胎在坚硬的土壤上通过时，很大的法向应力将集中在接触部分的中间。这将使轮胎—土壤接触面积的前后两端减小。压力分布状况无论如何不一定是对称的。最大压应力在靠近轮子底部最低点处并靠近尾端处产生。切应力也具有同样的趋向，这主要决定于滑转率的变化<sup>[11]</sup>。还应该注意到全部应力的合力沿轮胎宽向是不规则分布的。

从上述情况可以观察到，载荷边界需要正确地选择以配合轮胎和土壤的刚性以便在分析时可作为输入之用。有关载荷边界条件的使用的具体说明将在后文描述。

## 3. 轮胎—土壤接触面积的预测

在用有限元法进行分析预测轮胎的性能时，必须决定轮胎—土壤接触面积以确定载荷边界的范围和本质。由于轮胎可作为一个弹性系统，而土壤从主要性能范围考虑可以设想为散碎性物质，因此两弹性体之间互相接触的赫芝原理 (Hertz Theory) 可用来作为分析的基本理论<sup>[12]</sup>。赫芝接触原理经过修订加上应用门德林逼近法 (Mindlin approach)<sup>[13]</sup> 可以计算轮胎的各切向应力，可计算圆形的和椭圆形的接触面积，并由此得到波列斯基方程式 (Poritsky formulations)<sup>[14]</sup>。

为了使问题集中在轮胎—土壤相互作用上，轮胎是设想为一个具有无限宽的圆筒形物体，而土壤则作为另一个具有无限大直径的圆筒形物体模型，如图 3 所示。作这样的假设是为了满足在这里引用的有限元法的二维方程。在二维方程式的路上，轮胎—土壤接触

面的面积可近似地当作矩形面积，其边长可用波列斯基式<sup>[14]</sup>来预计：

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{4P}{\pi a^2} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \quad (5)$$

式中  $R_1$ ——轮胎的不变形直径；

$R_2$ ——土壤的不变形直径， $R_2 = \infty$ ；

$P$ ——轮子载荷；

$2a$ ——接触面的长度；

$E_1, E_2$ ——弹性模数；

$\nu_1, \nu_2$ ——泊松比(Poisson's ratio)。

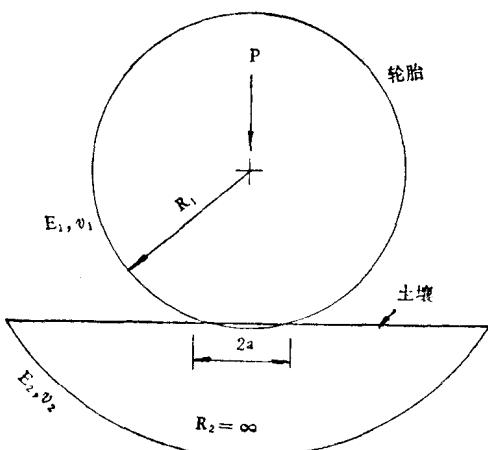


图 3 理想化的轮胎与土壤接触

应该注意，轮胎的弹性模数反映整个轮胎结构系统(包括轮辋钢圈、轮胎胎体刚性以及充气压力)的性状。该弹性模数可在对轮胎在刚性支持面上进行加载试验取得。在测量相应印痕时，每轮胎弹性模数( $E_1$ )可以用(5)式来计算。由于轮胎胎体具有很强的结构、胎体在载荷下的体积变化可认为是无关重要的，因而泊松比( $\nu_1$ )可设想等于0.5。试验所采用的三种轮胎的弹性模数是充气压力的函数，如图4所示。

3.00—4.00 4PR(光滑胎面)及3.00—8.00 2PR(光滑胎面)轮胎的弹性模数都随充气压力的增大而直线增加。4.10/3.50—4.00 2PR(具有花纹)却表现不出这种倾向，原因是强化的刚性轮胎胎体采用了较低的充气压力。

将接触面积的切向应力影响考虑进去，(5)式将转变为下式<sup>[14]</sup>：

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{4P}{\pi a^2} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \left( 1 + \frac{K_2^2}{K_1^2} \right) \quad (6)$$

式中  $K_1 = \frac{2}{K} \left[ \frac{1-\nu_1}{G_1} + \frac{1-\nu_2}{G_2} \right]$ ，

$$K_2 = \left[ \frac{1-2\nu_1}{G_1} - \frac{1-2\nu_2}{G_2} \right]，$$

$$G_1 = \frac{E_1}{2(1+\nu_1)}， G_2 = \frac{E_2}{2(1+\nu_2)}。$$

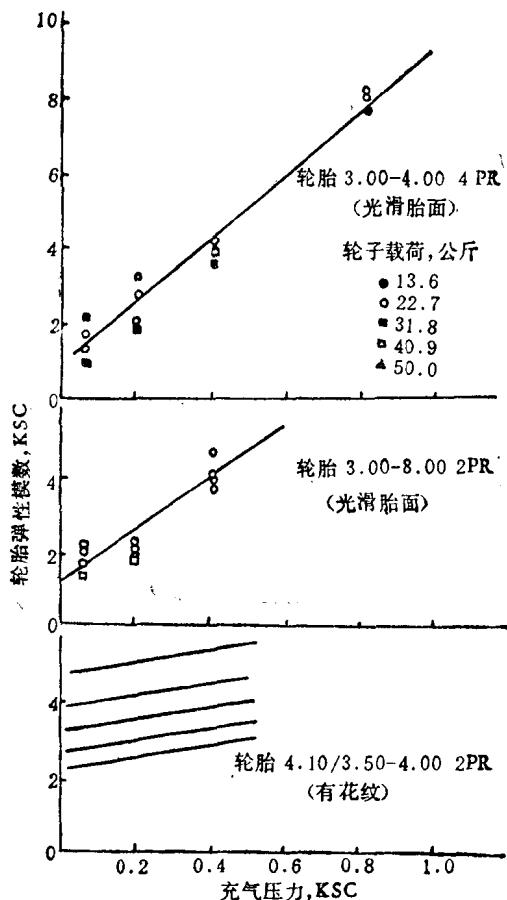


图 4 轮胎弹性模数与充气压力的关系

上式假定在接触面积上面有滑转出现，而切线力( $T$ )与法向力 $P$ 成正比：

$$T = \mu P$$

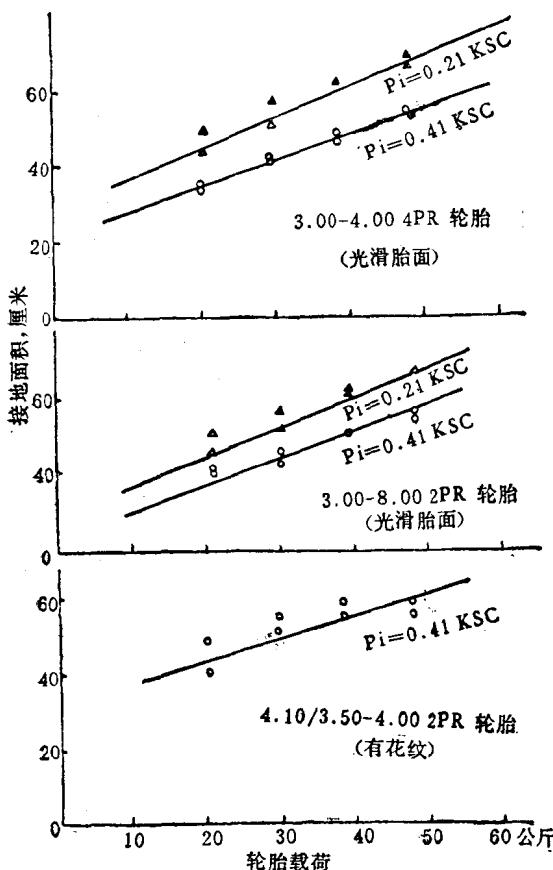


图 5 轮胎—土壤接触面积

式中  $\mu$ ——摩擦系数。

上式的解导致“ $a$ ”值的轻微下降。

将测定值和用(6)式计算的轮胎—土壤接触面积预测值相比较，结果如图5所示。预测值是用土壤的初始切向模数为32公斤/厘米<sup>2</sup>计算出来的，该模数是通过低压密压力的之轴试验测取的；轮胎的切向模数是根据图4所规定的充气压力确定的。由于轮胎在受载情况下接触宽度的变化不如接触长度变化大，所以轮胎宽度可用(5)式决定，同时轮胎在刚性地面上的接触长度也可决定。

可先假设接触面呈均匀压力分布，按试验测定值求得地面压力—充气压力关系，可以较容易地计算轮胎在刚性地面上的接触面积。将上述预计的接触面积和式(5)比较，并通过试验找出误差，便可以得到实在的接触宽度和长度的数值。这样，所得到的接地宽度将比实际胎宽稍小。图5表明，具有环状胎体的各种轮胎印痕结果是比较一致的。但是固定胎宽的轮胎（例如4.10/3.50—4.00 2PR轮胎）的接触面积预测值常大于实测值。

#### 四、分析方法的运用

在进行有限元法分析预测时，牵引性能是以能量表现并按下列关系式计算的：

$$E' = D' + P_v + E_f + E_t \quad (7)$$

式中  $E'$ ——输入能量( $E' = T\omega$ )，公斤·厘米/秒；

$D'$ ——土壤变形能量，公斤·厘米/秒；

$P_v$ ——有用输出功，公斤·厘米/秒；

$E_f$ ——接触能量 [ $E_f = \frac{T}{r}(\omega r - V)$ ]；

$E_t$ ——轮胎变形能量，公斤·厘米/秒；

$T$ ——测出的扭矩，公斤·厘米；

$r$ ——滚动半径，厘米；

$\omega$ ——转动角速度，弧度/秒；

$V$ ——移动速度，厘米/秒。

Yong 等人的研究报告<sup>[1-4]</sup>使用公式(7)来处理有关轮子—土壤相互作用问题，对刚性轮来说，式(7)的  $E_t=0$ 。

在分析弹性轮时，经测定的已知扭矩将作为输入扭矩，于是输入能量( $E'$ )及接触能量( $E_f$ )便成为已知值，这样便可发挥有限元分析的作用以预测土壤变形能量( $D'$ )和轮胎变形能量( $E_t'$ )了。轮胎变形能量可以通过轮胎运动阻力和移动速度的乘积来计算。每单位宽度的土壤变形能量可以用下式计算：

$$D' = \iint \sigma \dot{\varepsilon} dx dy \quad (8)$$

式中  $\sigma$ ——作用于每一单元的应力；  
 $\dot{\varepsilon}$ ——递增应变率；  
 $dx dy$ ——单元面积。

### 1. 土壤变形能量( $D'$ )

将以往分析刚性轮用的有限元法<sup>[5]</sup>引伸和修正以适应弹性轮的研究，内容主要集中在采用载荷边界作为输入以及在支承土壤上模拟弹性轮的运动。图 6 为有限元法计算的线路。图 6 分析流程和图 7 的原理图表明，轮胎在开始时假定处于静止状态。按照图 5 预测的接触面积上的法向压力及切向压力分布可以认为是呈抛物线状的。这和轮子—土壤接触面上进行试验得到的法向及切向压力值是一致的。抛物线的底线取自图 3 接触面积( $2a$ )长，而高  $h$  可用式(9)求得。在接触表面面积上的节点的法向载荷和切向载荷可用式(10)及式(11)求得。

$$h = \frac{3}{4a} \cdot \frac{W}{B} \text{(法向压力)} \quad (9)$$

$$P_i = \frac{W}{B} \left[ -\frac{x^3}{4a^3} + h' x \right]_{d_1}^{d_2} \quad (10)$$

$$S_i = -\frac{T}{rB} \left[ -\frac{x^3}{4a^3} + h' x \right]_{d_1}^{d_2} \quad (11)$$

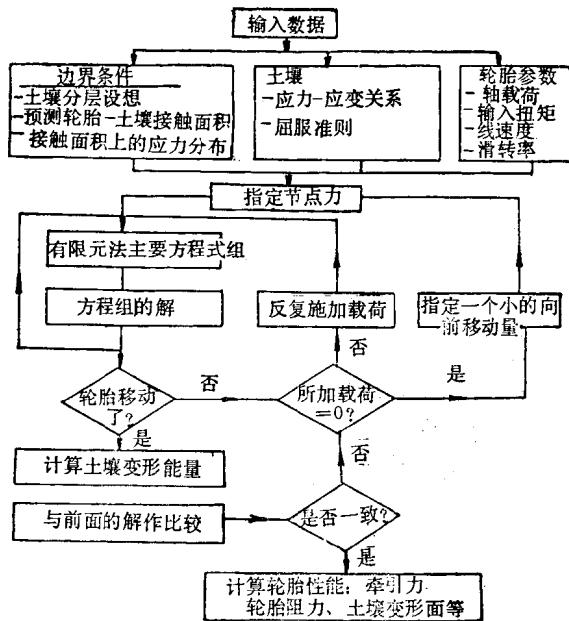


图 6 分析流程方框图

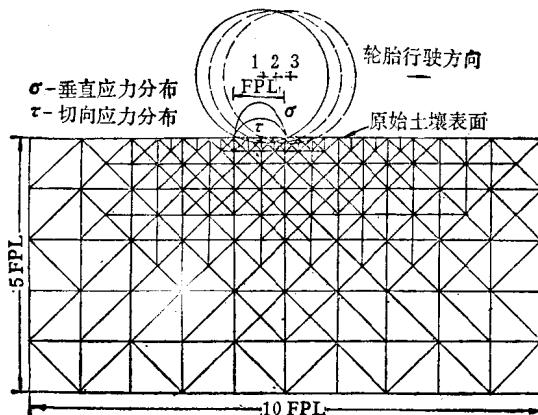


图 7 有限元法分析方格布置图

位置 1—静止轮胎位置；

位置 2—前移第一位置；

位置 3—前移第二位置

式中  $P_i$ ——在节点  $i$  处法向集中载荷；  
 $S_i$ ——在节点  $i$  处切向集中载荷；  
 $W$ ——所施加于轮上的载荷；  
 $B$ ——接触面积宽；  
 $T$ ——测出的扭矩；  
 $r$ ——滚动半径；  
 $h'$ —— $3/4a$ ；  
 $d_1$ ——节点  $i$  与节点  $(i-1)$  之间距离的一半；  
 $d_2$ ——节点  $(i+1)$  与节点  $(i)$  之间距离的一半。

用逐次逼近方法以获得适当的弹性模数，便可得到牵引力、轮胎运动阻力、滚动阻力等输出解。这些结果只作为一次近似值，因为轮胎移动速度的影响还未考虑。为了弄清轮胎运动的原因，将轮胎载荷除去以卸除土层的载荷，于是在土壤表面产生的压力合力为零。接着，使轮胎沿一个节点距离作一细小的前进移动，并再一次施加法向及切向载荷。这样，便可计算出增量移动率、应力场及应变场，而土壤变形能量也随之可计算出来。轮胎就是这样在连续的增量移动情况下分析的，直至轮胎在连续运动所获得的变形能量变异很小为止。轮胎性能便得到了动能方面的分析。

## 2. 轮胎变形能量 $E_t$

在计算轮胎运动阻力时，法向压力所引起的轮胎变形必须首先决定，可以利用接触面积处的合成位移量用有限元法测取与不变形的轮胎位形之间的差来决定轮胎的变形情况。第一节点与最后节点（即节点 1 及节点 5）是作为假想不变形的印痕长的基准，这样在载荷节点  $(\delta_2, \delta_3, \delta_4)$  处的轮胎变形便能够确定。轮胎在慢速情况下，扭曲是极小的（接近于零），由各切向应力所引起的轮胎扭曲可忽略不计。轮胎运动阻力  $(R_t)$  可用下式表示：

$$R_t = \frac{B \sum_{i=1}^n P_i \delta_i}{\alpha R} \quad (12)$$

式中  $B$ ——轮胎宽；  
 $P_i$ ——在节点  $i$  处的节点力；  
 $\delta_i$ ——在节点  $i$  处的轮胎变形；  
 $\alpha$ ——接触面积所占角度；  
 $R$ ——滚动半径；  
 $n$ ——在轮子—土壤接触处的节点数。

若轮子—土壤接触面处接触压力不是已知值，又若在预测轮胎性能时采用一些假定的压力分布值，所得到的结果可用以检验原先假设分布值是否正确。在研究合适的压力分布时可以看到：轮胎运动阻力不应呈负值，且不应小于\*同一轮胎在刚性支承面上滚动阻力。合适的压力分布将产生位移面  $A$ （图 8），这里计算出来的滚动阻力将是正值。若不正确地选择分布压力，例如使大而集中的压力分配在接触面积处的中央位置时，轮胎变形将呈负值，并将出现负的轮胎滚动阻力的情况。这显然说明了原来假设的压力分布是不现实的。

\* 原文大于，按理应小于——译者注

### 3. 土壤层性能及牵引力的预测

对于 3.00—4.00 4PR 轮胎(光滑胎面)在受载和滑转情况下用有限元法分析得到的结果转换成应变场、速度场以及土壤变形能量的等场强线, 如图 9~13 所示。可以观察到, 在对其他轮胎进行试验时所得到的结果都是“质相似”的。所不相同之处只是: 不同轮胎的等场强线数值上有变化。所得到的结果还表明, 如果对整个接触面积所施加的法向压力呈压缩(非拉伸)性质时, 在轮胎后缘处一般不出现土壤回弹(Soil rebound)。水平速度分量将从轮子中心稍微移向前方。土壤变形能量的等场强线是从土壤表面向下逐渐减小的。由于试验采用刚性较大的土壤, 又由于对轮子所施加的载荷相对减小, 所以轮子在松软土壤上移动时轮胎前缘原应产生的土壤波状突起在这里并没有出现。此外, 刚性土壤不允许轮胎下陷过大, 因而土壤回弹量也不明显。

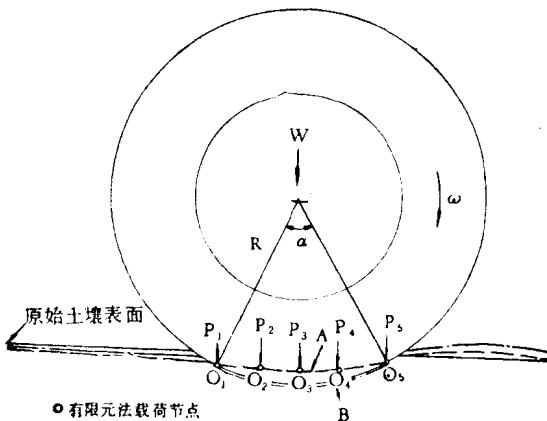


图 8 轮胎变形的确定

A 表面——由有限元法得出的校正土壤截面  
B 表面——未经校正的土壤截面

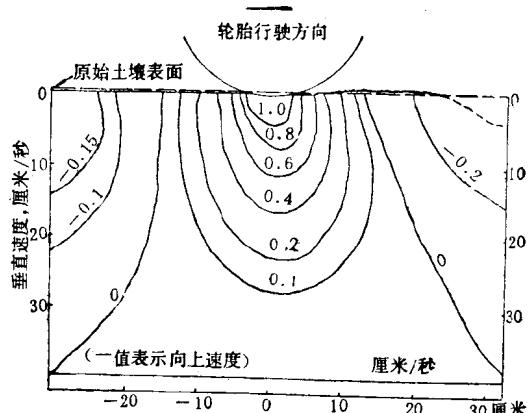


图 9 垂直速度等场强线

3.00—4.00 4PR 轮胎(光滑胎面)荷载 = 31.8 公斤,  
充气压力 = 0.41Ksc, 滑转率 45.2%

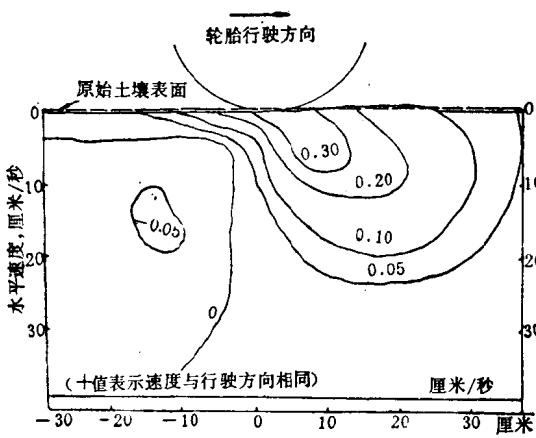


图 10 水平速度等场强线

3.00—4.00 4PR 轮胎(光滑胎面), 轮胎载荷  
31.8公斤, 充气压力 0.41Ksc, 滑转率 45.2%

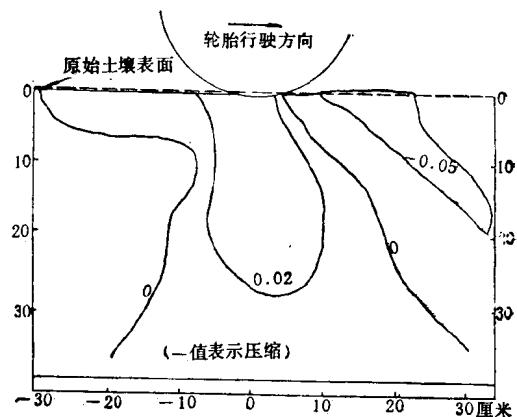


图 11 垂直应变分量的等场强线

3.00—4.00 2PR 轮胎(光滑胎面), 轮胎载荷  
31.8公斤, 充气压力 0.41Ksc, 滑转率 45.2%

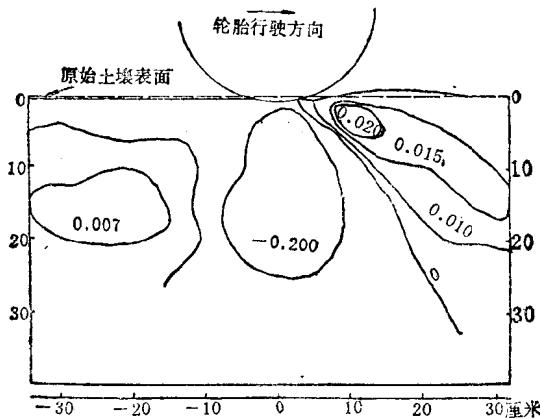


图 12 水平应变分量的等场强线(负值表示压缩)

3.00—4.00 4PR 轮胎(光滑胎面), 轮胎载荷31.8公斤, 充气压力 0.41Ksc, 滑转率 = 45.2%

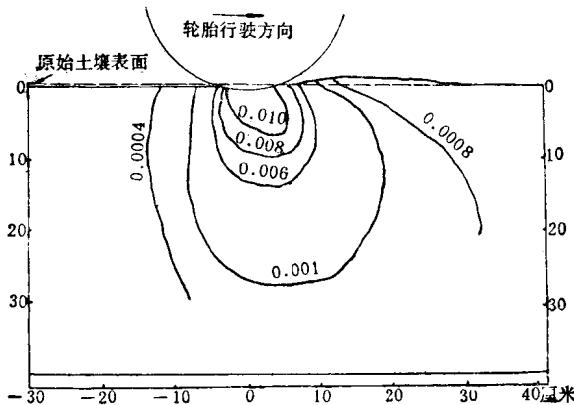


图 13 土壤变形能量等场强线

3.00—4.00 4PR 轮胎(光滑胎面), 轮胎载荷 = 31.8公斤, 充气压力 = 0.41公斤, 滑转率 = 45.2%

可以看到, 改变在轮胎接触面积上的压力分布值将引起最终表面位移和土壤变形能量的变化。对于相同的载荷面积和轮子载荷来说, 若轮胎一土壤接触表面处的法向应力和切向应力都采用均匀压力分布时, 通过计算表明, 均匀压力分布情况将比抛物线压力分布情况出现较小的表面位移和较小的土壤变形能量。

可以观察到, 当负载接触面积变化而压力分布模型保持一定值时, 采用较大的接触面积将得到较小的土壤变形能量。

对三种试验轮胎, 逐个分别进行最少五次牵引试验, 每一载荷及充气压力 将 分 别 用 5% (拖引状态)以至接近 80% 的滑转率进行试验。为了进行比较, 作出三种轮胎在相同载荷和轮胎充气压力下的牵引力与能量一滑转曲线 (图 14~16)。对所输入的扭矩能量加以测定, 在各图中以圆圈表示, 牵引力的预测值和试验定值是很一致的。为了预测牵引力值, 需要用有限元法计算土壤变形时的能量损失和轮胎变形的能量损失, 即式(7)中的  $D'$  和  $E_t$ 。将式(7)中的  $E'$  减去这些值, 用有限元法及通过上述计算程序, 便可获得表现为牵引力的输出能量。

为了表示充气压力对牵引力变化的影响, 图 14 和图 17 是 3.00—4.00 4PR (光滑胎

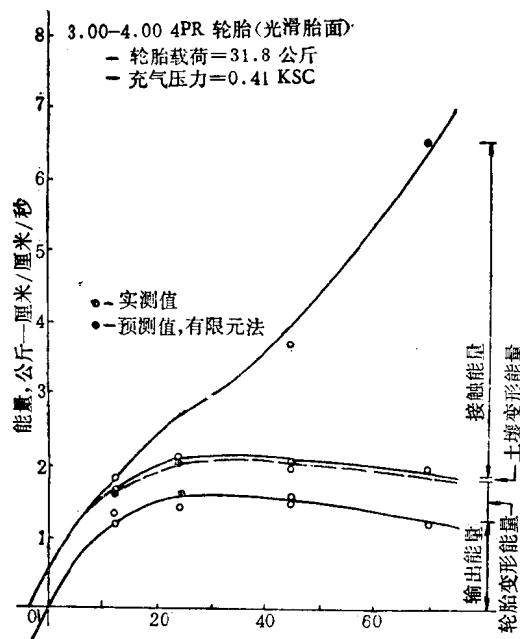


图 14 3.00-4.00 4PR 轮胎(光滑胎面)的能量平衡

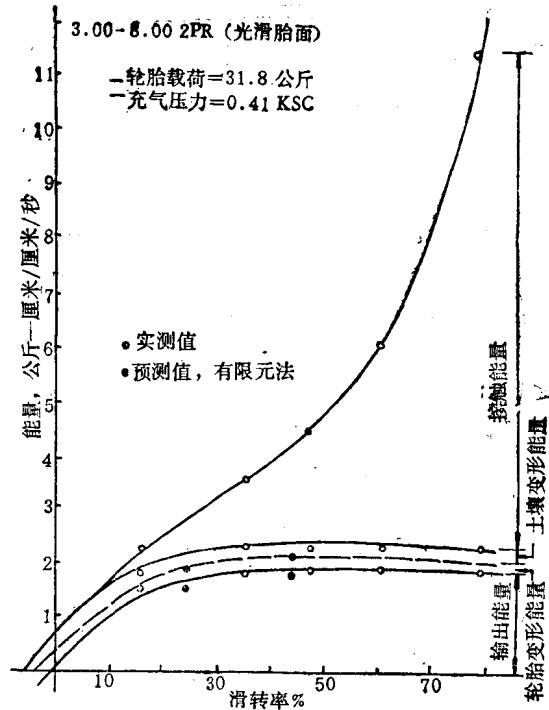


图 15 3.00-8.00 2PR (光滑胎面)轮胎的能量平衡

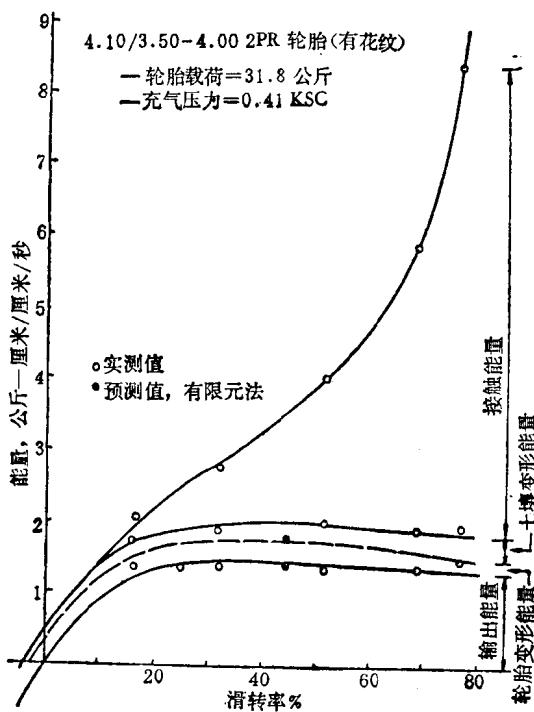


图 16 4.10/3.50-4.00 4PR (有花纹)轮胎的能量平衡

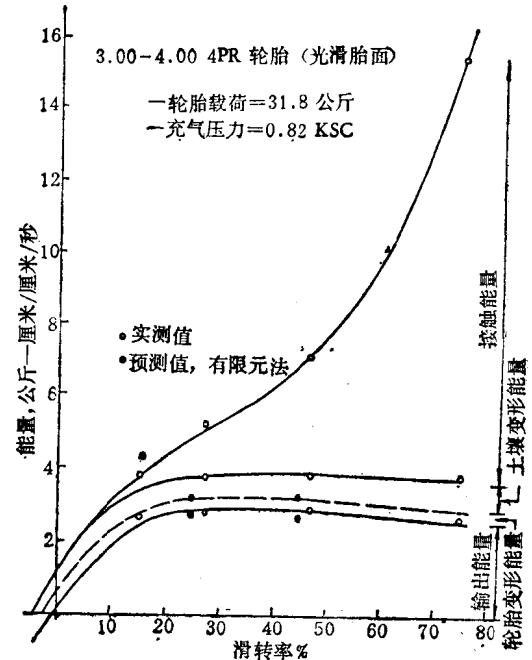


图 17 3.00-4.00 4PR 轮胎(光滑胎面), 充气压力  $P_i = 0.82 \text{ Ksc}$  的能量平衡

面)轮胎在相同的载荷但充气压力后者比前者大一倍情况下所得到的结果。将结果相比较可以看到，在具有一倍充气压力情况时，轮胎所需要的能量明显减小。换句话说，与图14相比，在同样滑转率情况下，土壤能支持较大的输入能量。还观察到一个令人感到兴趣的情况：在较大充气压力条件下，土壤变形能量损失相对较大。相比之下，轮胎变形能量却相对减小了。轮胎增加充气压力后所观察到的结果和相应差异是合理的，从而肯定了有限元分析方法在解决弹性轮—土壤相互作用问题上的作用。

从全部试验所获得的牵引力值可见，试验测定值和理论计算预测值是一致的。这说明分析技术是正确而有效的，特别表明，各输入条件是合适的。

## 五、结语

将分析刚性轮—土壤相互作用的有限元法延伸至弹性轮，用以分析轮胎的有关变形能量损失，可以看到理论预测值与实验室土槽牵引试验实测值的结果是相当一致的。所用的载荷边界条件是使轮胎施加于土壤的压力近似抛物线分布，这给上述有关问题的技术条件打开了门路，并使有关轮胎—土壤相互作用问题得到了一些真实的解答。预测值和试验测定值结果的一致性，表明有限元分析方法用于轮胎—土壤相互作用关系的分析是有实际意义的。(参考文献略)

邵耀坚译自《Journal of Terramechanics》，Vol. 15, No. 1, p. 16~43

杨京校

\* \* \* \*

## 用厌氧发酵从农场废物中生产甲烷和肥料

甲烷的产生为开辟新的能源将作出重要贡献。据估计，在英国采用厌氧发酵每年从人和动物的废物中产生的甲烷可以取代25%所消耗的天然气。

在养鸡业中，肥料和稻草的处理是一个长期的环境问题。约10万只蛋鸡每天产肥料20吨。在英国，每年由家禽产生3000万吨肥料。

在厌氧消化池中，产生三个反应：第一步为水解，包括不溶性的有机混合物和聚合物的酶的转换，例如纤维素转换为溶于水的有机物。第二步包括终端产品的发酵，转换为有机酸。第三步为产甲烷过程，从有机酸的发酵中产生出二氧化碳和甲烷。

从天然有机废物中产生甲烷的成本取决于该设备的复杂程度。

唐珊娣摘译自《Process Biochemistry》

1976, Vol. 11, N<sub>0</sub>2, P. 32~35

# 运动车轮下粘弹性土壤的动力学

T. J. Chung J. K. Lee

## 摘要

本文研究承受运动中的刚性车轮的动载的与速率有关的土壤非弹性行为即粘弹性行为。对这个表面上复杂的问题，一个合理的解决途径是把它作为连续介质力学来处理。对于非弹性行为和临界状态土壤力学的概念一起，我们对粘性影响引入所谓内部状态变量。假设：包括非弹性行为的自由能函数对于它的整个时间过程范畴可能不是平滑的。更确切地说，假设把一个离散的自由能型式作为弹性应变、塑性应变和认为仅对短的时间间隔或小的加载增量是正确的增量的内部或隐变量的函数。用有限元法导出主要的运动方程。介绍了详尽的数值实例去论证方法的有效性。

## 前言

在运动车轮下的土壤介质的变形和应力是一种复杂的现象，必须结合惯性作用考虑与速率有关的非弹性行为。稍微简化的分析已由不同的作者作了报道，对车轮—土壤相互作用较早的著作有 Bekker<sup>[1]</sup> 和 Mickethwaite<sup>[2]</sup>，接着有 Evans<sup>[3]</sup>、Uffelmann<sup>[4]</sup> 和 Bekker<sup>[5]</sup>。对这个课题，严密的实验和理论研究也已由 Onafeko 和 Reece<sup>[6]</sup>、Wong 和 Reece<sup>[7, 8]</sup> 作了报道。Yong 和 Webb<sup>[9]</sup> 以及 Schuring<sup>[10]</sup> 根据粘塑性力学的观点研究了在土壤—车轮相互作用中的能量消耗。Windisch 和 Yong<sup>[11]</sup> 更进一步研究了应变速率现象，并提出了根据以实验为基础的“标记位置”计算土壤的位移和应变速率的方法。与这些研究相反，Perumpral 等<sup>[12]</sup> 利用有限元法计算由于刚性轮相互作用的应力和变形。他们使用了根据三轴试验的应力—应变曲线确定的可变弹性模量，但略去惯性和速率相关性的影响。

Elsamny 和 Ghobarah<sup>[13]</sup> 研究了在接近滑转时刚性圆柱车轮加载下土体中的应力场。然而，他们忽视了车轮的运动特性和车轮—土壤分界面的速度边界条件，并已受到 Wong<sup>[14]</sup> 的批评。最近，Kloc<sup>[15]</sup> 提出了关于土坡上被动辊子的力学相互作用的解析阐述。在这个研究中，用适用于满足沿特性线的 Shield 速度条件的塑性应力排列 (Mohr-Coulomb 准则) 的 Kötter 准静态平衡方程研究重力内原性—摩擦性土壤，而不考虑能量消耗。

在本研究中，我们提出一条合理的途径——充分考虑与惯性作用一起的与速率有关的非弹性特性，用由 Onafeko、Reece<sup>[6]</sup> 和 Wong、Reece<sup>[7]</sup> 报道的对于车轮—土壤相互作用的平衡条件以得到分界面的径向和切向应力。虽然不等温条件在连续介质力学和不可逆的热力学过程范围内没有特别的困难，本研究仍限于等温条件。Mohr-Coulomb 失效准则看

来支配着大多数车轮—土壤相互作用的研究，然而，鉴于土壤行为一般是作为应变—硬化材料而不是完全塑性(即刚塑性)材料，我们利用临界状态土壤力学的概念来克服上述的不足。

下面，我们利用 Coleman、Gurtin<sup>[16]</sup> 和 Perzyna、Wojno<sup>[17]</sup> 的内部状态变量方法。但是，本研究采用与他们的方法不同的基本差异，以致包含非弹性行为的自由能函数对于它的整个过程范畴认为不是平滑的。更确切地说，假设把一个离散的自由能型式作为弹性应变、塑性应变和被认为仅对短的时间间隔或小的加载增量是正确的增量的内部或隐变量的函数。在这里，隐变量可以代表粘性的或物理化学行为，即代表通常称为“弹性”和“塑性”以外的性质。一旦对于短的时间间隔规定了包含所有非线性函数的增量自由能型式，那么，这些非线性项的迭加是容许的。即，可以根据在短的时间间隔范围内的独立的粘弹性响应计算塑性材料核。于是，过程可以从一个时间增量转移到另一个时间增量，直到完成所需要的过程。这将通过适合的差分算子来完成。

为了表示土壤的非弹性行为，我们利用临界状态的概念<sup>[18]</sup> 和 Roscoe、Burland<sup>[19]</sup> 的屈服面的概念。在文献<sup>[20, 22]</sup>中介绍了基于这个理论在塑性增量理论意义上的塑性切向刚度矩阵的推导及其有限元的应用。应该指出，在这里使用特殊的内部状态变量方法连同增量的自由能表达式导致完全独立的塑性理论和与速率有关的隐变量的有效配合。

介绍了数值实例以论证该方法的有效性，在计算中利用了有限元法<sup>[23, 24]</sup>。

## 能量和线性动量的平衡

根据能量守恒定理，动能  $k$  的时间变化率加上内能  $U$  的时间变化率等于系统中的机械能  $R$ 。

$$\dot{k} + \dot{U} = R \quad (1)$$

这里，圆点表示对时间微商，而

$$k = \frac{1}{2} \int_V \rho v_i v_i dV \quad (2)$$

$$V = \int_V \rho s dV \quad (3)$$

$$R = \int_V \rho F^j v_j dV + \int_A S^{ij} v_j n_j dA \quad (4a)$$

式中  $\rho$  为密度， $v_j$  为速度分量， $s$  为内能密度， $F^j$  为体力， $S^{ij}$  为表面牵引力， $n_j$  为表面的单位法线。利用 Green-Gauss 定理，(4a) 变成

$$R = \int_V (\rho F^i v_i + \sigma^{ij} v_{j,i} + \sigma_{;i}^j v_j) dV \quad (4b)$$

现在，将(2)和(4b)代入(1)得

$$\int_V [(\sigma_{;i}^j + \rho F^j - \rho a^j) v_j - \rho \dot{s} + \sigma^{ij} v_{j,i}] dV = 0 \quad (5)$$

为了适用于线性动量平衡原理和任意容积，必须满足下述条件：

$$\sigma_{;i}^j + \rho F^j - \rho a^j = 0 \quad (6)$$