化工自动化丛书

现代控制理论基础

下册

滤波及适应控制系统

卢桂章 编

化学工业出版社

化工自动化丛书

现代控制理论基础

下　　册

滤波及适应控制系统

卢桂章　编

化学工业出版社

本书为《现代控制理论基础》下册，包括第四篇与第五篇。第四篇内容为状态估计与随机控制，讨论简单的数字滤波和卡尔曼滤波技术，着重于离散时间系统的有关问题；在各章中分别介绍了各种情形的滤波公式、滤波器的分析以及应用。

第五篇内容为适应控制系统，讨论两类重要的适应控制系统。对模型参考适应控制系统着重介绍适应控制器的设计方法(局部参数最优化方法以及用稳定性理论的设计方法)；对随机适应控制系统着重讨论一类应用最广的系统——自校正调节器，包括设计方法、分析以及应用。

本书适用于化工和其他自动化专业以及控制理论专业的工程技术人员、高等院校师生及研究生。

化工自动化丛书
现代控制理论基础
下　　册
滤波及适应控制系统
卢桂章 编
*
化学工业出版社出版
(北京和平里七区十六号楼)
化学工业出版社印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行
*
开本787×1092 $^{1}/_{32}$ 印张10 $^{7}/_{8}$ 插页1字数237千字印数1－7,000
1982年9月北京第1版1982年9月北京第1次印刷
统一书号15063·3400定价1.15元

编 写 说 明

近年来，随着化学工业和自动化科学技术的迅速发展，化工自动化技术有了新的进展。以现代控制理论为基础的各种新型控制方法和调节系统相继成功地用于化工生产；新型的自动控制技术工具以及电子计算机也日益广泛地用于化工自动化领域。

为了总结交流我国化工生产应用自动化技术的经验，介绍新的调节理论和控制方法，提高从事化工自动化工作的工人和技术人员的理论和技术水平，促进化工自动化工作的发展，一九七五年在《炼油、化工自动控制设计业务建设会议》上，决定由化工部炼油、化工自动控制设计技术中心站负责，组织有关院校、科研设计单位和工厂，编写一套《化工自动化丛书》。

《化工自动化丛书》是在普及基础上侧重提高的一套读物，主要包括经典和现代控制理论、各类调节系统和化工单元操作控制等方面的题材。“丛书”内容力求密切反映化工应用的特点，做到理论联系实际，既阐明基本概念，作出理论分析，又叙述工程应用方法和应用实例，说明具体实施方案和现场运行经验。

《化工自动化丛书》编委会成员

目　录

第四篇　状态估计与随机控制

第十九章　最优线性递推滤波——卡尔曼滤波器

第二十章　卡尔曼滤波器的推广与应用

第二十一章　滤波器的分析

第二十二章　随机控制

第五篇　适应控制系统

第二十三章　引论

第二十四章 模型参考适应控制系统的设计方法

第四篇　状态估计与随机控制

引　　言

第二篇我们讨论了动态系统的最优控制的问题。一般来说，被控过程的动态可以用状态方程来描述。对于连续时间过程，状态方程可以表示为：

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\mathbf{f}[\mathbf{x}(t),\ \mathbf{u}(t),\ t]$$

$$\mathbf{y}(t)=\mathbf{H}(t)\mathbf{x}(t)$$

对于离散时间过程，状态方程可以表示为：

$$\mathbf{x}(k+1)=\mathbf{f}[\mathbf{x}(k),\ \mathbf{u}(k),\ k]$$

$$\mathbf{y}(k)=\mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k)$$

这样的模型所表示的是在过程本身不受噪声干扰，输出测量也不受噪声干扰时过程的状态随时间的演化规律。利用这种规律就可以根据一定的控制目标（表现为使某个性能指标最小）来找出最优的控制规律。

但是，实际的被控过程或多或少总是被干扰的。它不会很精确地符合上述状态方程和输出方程。所谓干扰可以是对过程本身运动的干扰，也可以是对输出的观测过程的干扰。因此，反映真实的过程动态就需要在上述状态方程中加上描写干扰噪声的项。特别要指出的是，我们在这里要讨论的干扰是指由某些随机干扰源（由各种随机干扰因素构成的）所产生的、可以用随机过程来描述的噪声。对一个具体过程来

说，那些随机干扰因素可以是大量的，每一个因素的影响却是较小的，而且对过程控制者来说是并不清楚的，也是不能测量的，但是它们对过程动态的影响可以用一个随机过程来表示。对于受随机噪声干扰的控制系统我们称为随机控制系统。很自然，在描述这一类过程的动态时应在原来的状态方程上加上噪声项，对连续时间随机系统状态方程就变成

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\mathbf{f}[\mathbf{x}(t),\ \mathbf{u}(t),\ t]+\mathbf{w}(t)$$

$$\mathbf{y}(t)=H(t)\mathbf{x}(t)+\mathbf{v}(t)$$

其中$\mathbf{w}(t)$,$\mathbf{v}(t)$都是随机过程。这样一来，状态变量$\mathbf{x}(t)$和输出变量$\mathbf{y}(t)$都是随机过程。对随机过程$\mathbf{x}(t)$的微分方程称为随机微分方程，这种微分方程的严格数学定义需要用到较深的数学工具，在这里我们不再进行讨论了，有兴趣的读者可参看文献[10]的第三章。

对于离散时间随机系统，它的状态方程可表示为

$$\mathbf{x}(k+1)=\mathbf{f}[\mathbf{x}(k),\ \mathbf{u}(k),\ k]+\mathbf{w}(k)$$

$$\mathbf{y}(k)=H[\mathbf{x}(k)]+\mathbf{v}(k)$$

其中$\mathbf{w}(k)$，$\mathbf{v}(k)$都是随机变(向）量序列，分别称为过程噪声和观测噪声，这时$\mathbf{x}(k)$和$\mathbf{y}(k)$都是随机变(向）量序列。如果过程的动态是线性的，则状态方程可表示为

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1)=\phi(k+1,\ k)\mathbf{x}(k)\\ +B(k+1,\ k)\mathbf{v}(k)+\mathbf{w}(k)\end{aligned}$$

$$\mathbf{y}(k)=H(k)\mathbf{x}(k)+\mathbf{v}(k)$$

如果过程的动态是定常的，则ϕ，B，H均为常数矩阵。

一个随机控制系统要比确定性控制系统复杂得多。这一点我们可以通过下面的例子中看出来。

例 1 水平飞行的飞机的偏航误差的估计

水平飞行的飞机的示意图如图1。假定阵风使飞机偏离了要求的航向，希望将舵进行适当的偏转来校正偏航误差。

θ 表示偏航误差，φ 表示舵的偏转角，偏航轴中心在飞机的重心，并假定飞机对这个轴的惯性矩是J，进一步假定恢复力矩与舵的偏转角 φ 成正比，旋转时的粘性拉力，滚动与偏航的耦合都忽略不计。

按牛顿第二定律

$$J\ddot{\theta}=-K_1\varphi(t)+w_g(t)$$

$K_1>0$，$W_g(t)$ 是阵风造成的偏转。

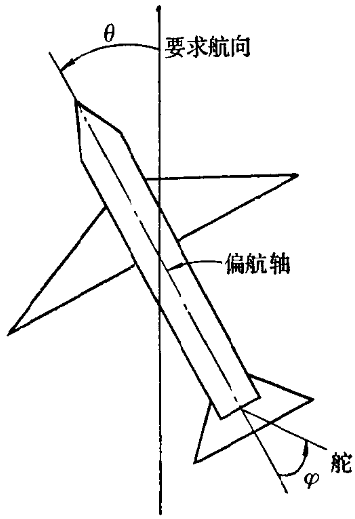

图 1　偏航误差校正系统

两边用J除，并定义 $b=-K_1/J$，$u(t)=\varphi(t)$，

$$\ddot{\theta}=bu(t)+w_g(t)$$

这是一个二阶模型，要得到 $t>t_0$ 时的解，需要知道初始偏航误差 $\theta(t_0)$，初始偏航速度 $\dot{\theta}(t_0)$。定义 $x_1=\theta, x_2=\dot{x}_1=\dot{\theta}$，于是得到系统的状态方程

$$\dot{x}_1=x_2$$

$$\dot{x}_2=bu(t)+w_g(t)$$

或者用矩阵形式写作

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ b\end{pmatrix}u(t)+\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}w_g(t)$$

其中 x_1，x_2 是状态变量。

两个状态变量的物理意义是很清楚的：偏航误差与偏航

速度。假定这两个状态能在飞机上借助于惯性参考系统测得，则观测方程是

$$\mathbf{y}(t)=\begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\mathbf{x}(t)+\mathbf{v}(t)$$

其中$\mathbf{v}^T(t)=(v_1(t),\ v_2(t))$，$v_1$是测量偏航时的误差，$v_2$是测量偏航速度时的误差。

将此状态方程离散化得

$$\mathbf{x}(k+1)=\begin{pmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\mathbf{x}(k)+$$

$$\begin{pmatrix} \frac{T^2}{2} \\ T \end{pmatrix}w_g(k)+\begin{pmatrix} \frac{bT^2}{2} \\ bT \end{pmatrix}u(k)$$

$$\mathbf{y}(k)=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\mathbf{x}(k)+\mathbf{v}(k)$$

T是采样周期。

在校正偏航误差的控制系统中是要知道状态变量$\mathbf{x}(k)$的值，而我们所能测到的只是被噪声‘污染’过的测量值。因此，需要从带有噪声的测量数据估计出真正的状态值。

例 2　用电枢电压控制直流电机的转角和角速度。

系统示意如图 2 所示。电机有一惯性负载，假定电机输出力矩与电枢电流成正比，比例常数是K_T，反电动势与角速度成正比，比例常数是$K_g>0$，即$e_b=K_g\dot{\theta}$。

图中各量分别为

J——惯性负载；

B——粘性摩擦系数；

R——电枢回路电阻；

L——电枢回路电感；

i_a——电枢电流；

e_a——输入电压；

e_b——电枢反电动势。

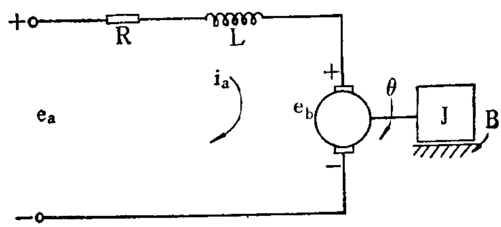

图 2 直流电机控制系统

这个系统的力学部分，可用牛顿第二定律进行描述：

$$J\ddot{\theta} = -B\dot{\theta} + K_T i_a$$

再用克希霍夫电压定律，对电枢电流进行描述：

$$L\frac{di_a}{dt} + Ri_a + e_b = e_a$$

其中 $e_b = K_g\dot{\theta}$。

选θ，$\dot{\theta}$，i_a 作为状态变量，e_a 是控制变量，令

$f_1 = -B/J$，$f_2 = K_T/J$，$f_3 = -K_g/L$，$f_4 = -R/L$，$c = 1/L$，

$x_1 = \theta$，$x_2 = \dot{\theta}$，$x_3 = i_a$，$u = e_a$则得到状态方程为

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = f_1x_2 + f_2x_3$$

$$\dot{x}_3 = f_3x_2 + f_4x_3 + cu$$

或者写成矩阵形式

$$\dot{\mathbf{x}}=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\0 & f_1 & f_2\\0 & f_3 & f_4\end{pmatrix}\mathbf{x}+\begin{pmatrix}0\\0\\c\end{pmatrix}u$$

其中$x=(x_1\ \ x_2\ \ x_3)^T$是状态向量。用一个电流表和一个位置指示器就可以测量i_a和θ，并假定对$\dot{\theta}$无测量手段，于是观测方程是

$$\mathbf{y}(t)=\begin{pmatrix}y_1(t)\\y_2(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}\mathbf{x}(t)+\mathbf{v}(t)$$

这里的问题不仅是因为测量带有干扰，而且测量的信息是不完全的，在三个状态直接检测的只有二个。因此，为了得到状态变量的值，就需要从带干扰噪声的不完全的信息中去进行估计。

从以上两个简单的例子中可以看出随机控制系统的特点是从系统所得到的信息（数据）都是被噪声'污染'的。为了得到关于状态的准确的信息，就必须从带干扰噪声的不完全的信息中去估计状态，这种状态的估计就是随机控制系统所要讨论的主要问题之一。随之而产生的另一个问题是：如果我们利用某个性能指标设计了最优控制律，但是状态变量的准确值得不到，只能用它的估计值来代替。经过这样代替以后所得到的实际控制律是否还具有最优性呢？如果没有一般性的结论，那末在什么条件下最优性还能保持呢？这是对随机控制系统要讨论的另一个重要的问题。对上述两个问题的讨论就是本篇的主要内容。

第十七章　随机噪声的数学描述

随机控制系统的特点就是过程本身的运动和输出观测过程都受随机噪声的干扰，因此要定量地研究过程的运动就必须对干扰噪声定量地给予描述。前面已经说明在本书范围内只限于讨论离散时间随机控制系统。因此，干扰噪声（包括过程噪声和观测噪声）是用一随机变（向）量序列来表示的。这样的序列称为随机时间序列或随机序列。这一章将对有关随机序列的一些基本性质进行讨论。

第一节　随机序列

一、随机序列的一般定义

首先看一下随机过程。在自然界、日常生活和工程技术中存在着大量的随机过程的例子。例如在一个电路中某一点的电流，如果此电路的运动是受随机因素干扰的，则每一个瞬时该点的电流强度都可以看作是一随机变量，从时间变化的角度，可以记作$x(t)$，称为一个随机过程，它是时间t的函数，同时对每一个固定的时刻它都是一个随机变量（或随机向量）。凡是受随机因素干扰的量从时间演变的角度都可以看成是随机过程。

时间t是一个连续变化的变量的随机过程，称为连续时间随机过程或简称随机过程。t是离散取值时，不妨设$t=\cdots, -1, 0, 1, \cdots$或$t=0, 1, 2, \cdots$，这一类随机过