正弦电磁场

R.F. 哈林登著　孟　侃譯

上海科学技术出版社

正弦电磁場

R. F. 哈林登 著

孟 侃 譯

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书专論正弦型(即时諧的)电磁場．內容的安排是按照数学方法的类似性，而不按照器件的类型(天綫、波导、諧振腔等)；主要介紹处理电磁工程問題的数学方法．因而本书是理論性的，但兼有实用价值，并对微波特別适用．

本书可作无綫电专业研究人員和大专师生的参考用书．

TIME-HARMONIC
ELECTROMAGNETIC FIELDS
R. F. Harrington
McGraw-Hill Book Co. 1961

正 弦 电 磁 場

孟 侃 譯

上海科学技术出版社出版(上海瑞金二路450号)
上海市书刊出版业营业許可証出093号

上海大东集成联合印刷厂印刷　新华书店上海发行所发行

开本850×1168 1/32　印張16 20/32　排版字数411,000
1964年4月第1版　1964年4月第1次印刷　印数1—4,800

統一书号 15119·35　定价(十四)2.75元

原　序

本书主要是作为一本研究生水平的教材而写成，但是也可作为一本参考书应用．其組織稍异于有关工程书籍中通常所見者．內容的安排是按照数学方法的类似性，而不是按照器件的类型(天綫、波导、諧振腔等等)．这种組織反映本书的主要目的，卽介紹处理电磁工程問題的数学方法．就証明定理和推导公式的意义言，本书是理論性的．然而，許多实例可闡述理論，在这种意义上，本书又是实用性的．本题的实驗方面未作明晰的考慮．

书名中采用“时諧”这名詞是为了表明只考慮随时間作正弦型变动的場†．为了叙述这样的場，曾从电路理論的相应专門化借用了“交流”这形容詞．实际上，应用傅里叶或拉普拉斯变换，对所介紹的理論的絕大部分，已容易扩展到随时間作任意变动的場．

除下列改变以外，所用的命名法和符号表示法基本上与作者的另一本教材“电磁工程导論”(Introduction to Electromagnetic Engineering)是相同的．粗黑花体字母表示瞬时矢量，而粗黑正体字母表示复数矢量．这就避免了瞬时的和复数的两种不同量采用同样符号而混淆的慣例．此外，相对于交流电路理論的通常习慣，复数量的幅度选用均方根值．

本书中所討論的許多例題，是为許多实用問題作簡单处理之

† 譯注——本书譯名改用“正弦”，而不用“时諧”．

用的．大多数复杂公式都用数字計算或曲綫图来加以說明．为了加强例題，每章末都附有广泛性的习題．这些习題之中有許多是有理論的或实用的重要意义，所以也列在索引中．大多数习題都附有解答．

本书的某些內容是第一次以书本的方式出現的．如果来源是已知的，就附有参考文献．然而，不可能将每一概念都追溯到它的原始发明者；因而許多参考文献可能是省略了．对此，作者表示歉意．只要可能，对曲綫計算的原作者也予注明．在书末附有补充讀物的目录．

本书曾作为紧接导論課程之后的一門課程的教材，也曾作为中級水平課程之后的一門課程的教材．在前一水平，其进度比后一水平慢，但是本书的組織似乎对两种情况都能满足．本书的內容比全年課程的材料多，教师可能需要自己选擇其課題．

Roger F. Harrington

目　录

第一章

基本概念

1-1 引言

本书討論的主題是随时間作正弦型变动的电磁現象（也就是以后所謂交流現象）的理論和分析．本章将介紹基本概念，作为学习的基础．这里假定讀者对电磁場理論以及电路理論已經有某种程度的熟习．附录 A 简述了所需的矢量分析概念．

这里将从“宏观”的观点来观察电磁現象，那就是綫性尺寸大于原子尺寸，而电荷的大小则大于原子的电荷．这样就允許不計物质及电荷的粒状結构．这里假定一切物质对观察者而言都是靜止的．这里对电磁場相联系的机械力未予討論．

全书采用合理化米·千克·秒·庫单位制．在此单位制中，长度的单位是米，质量的单位是千克，时間的单位是秒，而电荷的单位是庫侖．这些单位将作为基本单位．其他各种量的单位都随基本单位的选擇而定，称为从属单位．米·千克·秒·庫单位制特别方便，因为其中的电单位和实际应用的那些电单位是相同的．

这里对学习所需的概念只不过是許多电磁場概念之中的少数几个．这里将从熟习的麦克斯韦方程开始，按照需要而使其特殊化．这里还将引用更为方便的新符号和命名．这些改革大部分是交流电路概念的扩展．

1-2 基本方程

普通的电磁場方程是以六种量表示的．这些量是

$\mathfrak{E}$，称为电强度(伏/米)；

$\mathfrak{H}$，称为磁强度(安/米)；

$\mathfrak{D}$，称为电通密度(庫/米^2)；

$\mathfrak{B}$，称为磁通密度(韦/米^2)；

$\mathfrak{J}$，称为电流密度(安/米^2)；

q_v，称为电荷密度(庫/米^3)．

无論何处如果一个量是一連續函数并有連續的导数，就称此量是良态的，无論何处如果上面的那些量是良态的，它們就服从麦克斯韦方程

$$\left.\begin{aligned}\nabla\times\mathfrak{E}&=-\frac{\partial\mathfrak{B}}{\partial t};\quad \nabla\cdot\mathfrak{B}=0;\\ \nabla\times\mathfrak{H}&=\frac{\partial\mathfrak{D}}{\partial t}+\mathfrak{J};\quad \nabla\cdot\mathfrak{D}=q_v.\end{aligned}\right\}\tag{1-1}$$

这些方程包括了表示电荷守恒的連續性方程

$$\nabla\cdot\mathfrak{J}=-\frac{\partial q_v}{\partial t}\tag{1-2}$$

的含义．应注意，各种矢量采用黑花体字母，因为在1-7节中将引进为复数量保留的黑正体字母．

同方程組(1-1)中每一式相对应的是麦克斯韦方程的积分形式

$$\left.\begin{aligned}&\oint\mathfrak{E}\cdot d\mathbf{l}=-\frac{d}{dt}\iint\mathfrak{B}\cdot d\mathbf{s}; &&\oiint\mathfrak{B}\cdot d\mathbf{s}=0;\\ &\oint\mathfrak{H}\cdot d\mathbf{l}=\frac{d}{dt}\iint\mathfrak{D}\cdot d\mathbf{s}+\iint\mathfrak{J}\cdot d\mathbf{s}; &&\oiint\mathfrak{D}\cdot d\mathbf{s}=\iiint q_v\,d\tau.\end{aligned}\right\}\tag{1-3}$$

这些方程实际上比方程組(1-1)更为一般化，因为它們已不再要求各种量都是良态的．在第一纵行的方程中，根据一般习惯使$d\mathbf{l}$按

右手定则环繞 $d\mathbf{s}$，如图 1-1 所示．在后一纵行的方程中，照习惯使 $d\mathbf{s}$ 表示从一封閉面向外指，如图 1-2 所示．綫积分符号上的圓表明一閉合圍綫；面积分符号上的圓表明一封閉面．式(1-2)的积分形式是

$$\oiint \mathfrak{J}\cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt}\iiint q_v\, d\tau; \tag{1-4}$$

式中采用同样的习惯．这是电荷守恒定律应用于某一区域的数学說明．

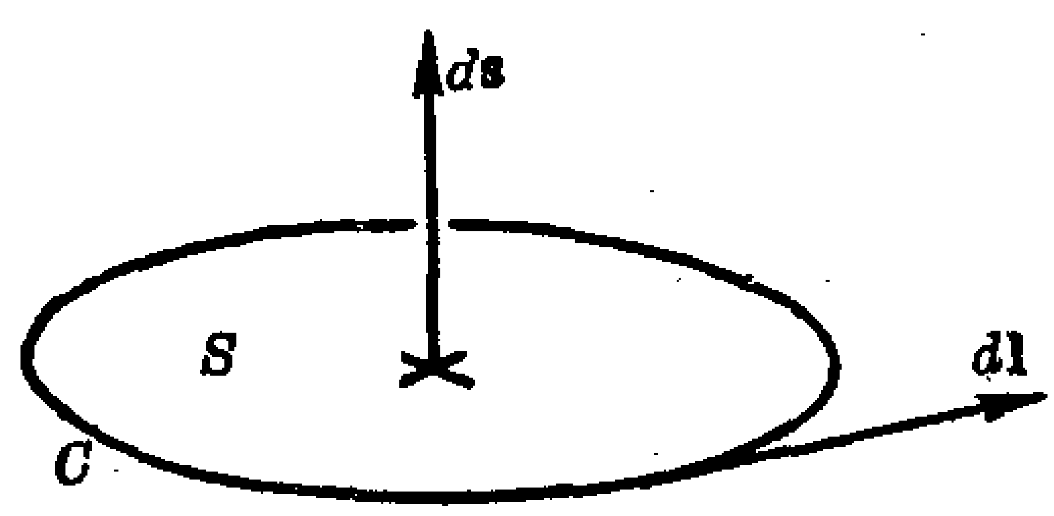

图 1-1 在敞开面上的 $d\mathbf{l}$ 及 $d\mathbf{s}$

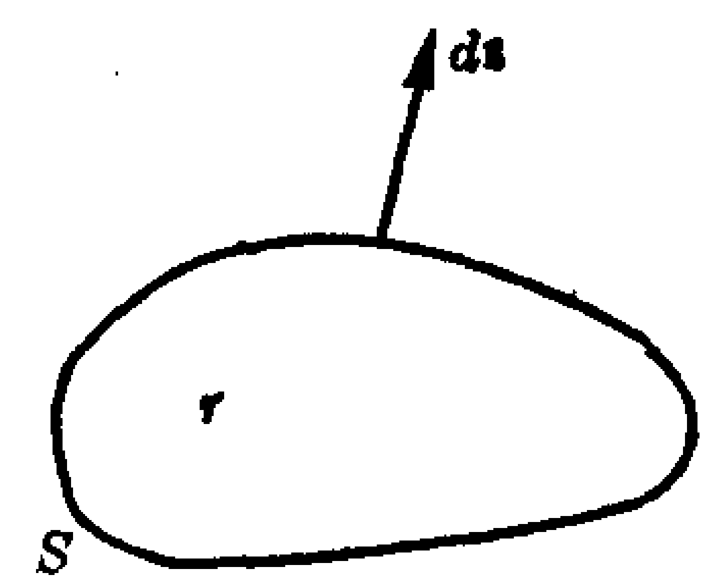

图 1-2 在封閉面上的 $d\mathbf{s}$

这里将采用場量这名詞描述以上所討論的各量．每一場量相联系的有一电路量或积分量．这些电路量是

v，称为电压(伏)；

i，称为电流(安)；

q，称为电荷(庫)；

ψ，称为磁通(韦)；

ψ^e，称为电通(庫)；

u，称为磁势(安)．

各場量和各电路量的明确关系可总結如下：

$$\left.\begin{aligned} v &= \int \mathfrak{E}\cdot d\mathbf{l}; & \psi &= \iint \mathfrak{B}\cdot d\mathbf{s}; \\ i &= \iint \mathfrak{J}\cdot d\mathbf{s}; & \psi^e &= \iint \mathfrak{D}\cdot d\mathbf{s}; \\ q &= \iiint q_v\, d\tau; & u &= \int \mathfrak{H}\cdot d\mathbf{l}. \end{aligned}\right\} \tag{1-5}$$

所有电路量都是代数量，而表明它們时就要求一定的参据条件．对“綫积分”量，如电压，习惯是将积分途徑的起点作为正参据，如图 1-3 所示．对“面积分”量，如电流，习惯是取 $d\mathbf{s}$ 的方向作为正参据，如图 1-4 所示．电荷是正电荷量减去負电荷量的一种“淨量”值．

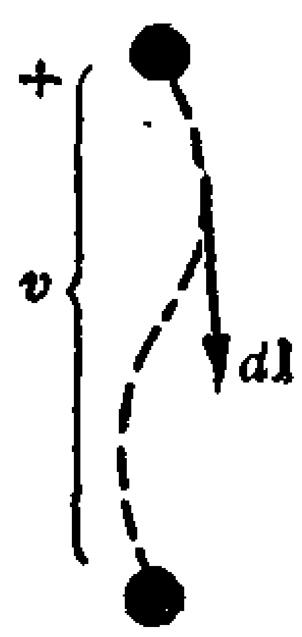

图 1-3 电压的习惯参据

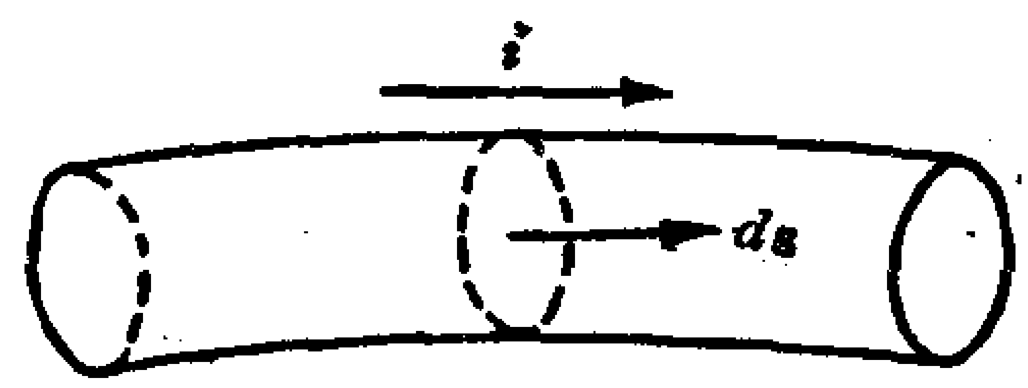

图 1-4 电流的习惯参据

这里将称式(1-1)至(1-4)为場方程，因在其中所出現的一切量都是場量．用电路量所写成的对应方程，称为电路方程．式(1-3)普通写成場和电路的混合形式：

$$\left.\begin{aligned} &\oint \mathcal{E}\cdot d\mathbf{l}=-\frac{d\psi}{dt}; \qquad &&\oiint \mathcal{B}\cdot d\mathbf{s}=0;\\ &\oint \mathcal{H}\cdot d\mathbf{l}=\frac{d\psi^e}{dt}+i; &&\oiint \mathcal{D}\cdot d\mathbf{s}=q. \end{aligned}\right\} \tag{1-6}$$

同样，連續性方程的場和电路的混合形式是

$$\oiint \mathcal{J}\cdot d\mathbf{s}=-\frac{dq}{dt}. \tag{1-7}$$

最后，各式也能全部用电路量写成．在这种情况，将用 Σ 表示一綫积分量在一閉合圍綫上的总和，或表示一面积分量在一封閉面上的总和．采用这种符号时，式(1-6)的电路形式是

$$\left.\begin{aligned} &\Sigma v=-\frac{d\psi}{dt}; \qquad &&\Sigma\psi=0;\\ &\Sigma u=\frac{d\psi^e}{dt}+i; &&\Sigma\psi^e=q. \end{aligned}\right\} \tag{1-8}$$

而式(1-7)的电路形式是

$$\sum i=-\frac{dq}{dt}. \tag{1-9}$$

应該注意的是,式(1-8)中的第一式就是克希荷夫电压定律的概括形式,而式(1-9)就是克希荷夫电流定律的概括形式.

根据以上的簡略叙述可見,一項单一的物理概念能用許多数学形式来表示.理解概念对方程的記忆有莫大的帮助.这些概念的广泛闡述,对导論性的教材当属更为适当,这里只簡单說明一下.現在可考虑方程組(1-1),(1-3),(1-6)及(1-8).每一方程組的第一式基本上就是法拉第感应定律.它說明变动磁通将在圍繞它的途徑中感应出一电压.每一方程組的第二式基本上就是安培电流定律扩展到随时間而变动的情况.它是磁强度和磁势的一种不完整定义.每一方程組的第三式說明磁通无"磁通源",也就是磁通綫$\mathscr{B}$沒有始点,也沒有終点.每一方程組的第四式就是高斯定律,說明电通綫$\mathscr{D}$开始于电荷,終止于电荷.它基本上是电通的不完整定义.最后,式(1-2),(1-4),(1-7)及(1-9)都是电荷守恒定律的各种形式.它們說明电荷既不能产生,也不能消灭,而只能傳輸.电流綫必須开始和終止于电荷密度增加或减少之点.

1-3 組成关系

对于場所存在媒质,除1-2节所列方程之外,还需要能說明媒质特性的方程.这里将以$\mathscr{E}$及$\mathscr{H}$所及的区域作为电磁場来考虑,并将以$\mathscr{E}$及$\mathscr{H}$来表示$\mathscr{D}$,$\mathscr{B}$及$\mathscr{J}$.下列一般形式的方程称做組成关系:

$$\left.\begin{aligned}\mathscr{D}&=\mathscr{D}(\mathscr{E},\ \mathscr{H});\\ \mathscr{B}&=\mathscr{B}(\mathscr{E},\ \mathscr{H});\\ \mathscr{J}&=\mathscr{J}(\mathscr{E},\ \mathscr{H}).\end{aligned}\right\} \tag{1-10}$$

这些方程的明确形式能靠实驗求得,或从微观的考虑导出.

自由空間这一名詞将用来指眞空或同眞空基本上有同样特性

的任何其他媒质(如空气). 在自由空間內，組成关系取特别簡单的形式：

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{D}&=\varepsilon_0\mathfrak{E};\\ \mathfrak{B}&=\mu_0\mathfrak{H};\\ \mathfrak{J}&=0;\end{aligned}\right\}\tag{1-11}$$

式中，ε_0 是眞空的电容率或介电常数；μ_0 是眞空的感应率或磁导率. 根据場方程所得的数学結果，在自由空間內电磁扰动的傳播速度是 $(\varepsilon_0\mu_0)^{-\frac{1}{2}}$. 光的本性是电磁的，此速度也称之为光速 c，测出的光速是

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}=2.99790\times10^8\approx3\times10^8\ \text{米/秒}. \tag{1-12}$$

选定 ε_0 或 μ_0 后，就能按照方程定出一种电磁单位制. 按照国际規定，对米·千克·秒·庫单位制，μ_0 的値选擇为

$$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\ \text{亨/米}. \tag{1-13}$$

于是根据式(1-12)，对米·千克·秒·庫单位制有

$$\varepsilon_0=8.854\times10^{-12}\approx\frac{1}{36\pi}\times10^{-9}\ \text{法/米}. \tag{1-14}$$

在某些条件之下，許多材料的組成关系变为簡单的比例. 这样的物质具有簡单的綫性关系，而簡称之为簡单物质. 于是在簡单物质中，

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{D}&=\varepsilon\mathfrak{E};\\ \mathfrak{B}&=\mu\mathfrak{H};\\ \mathfrak{J}&=\sigma\mathfrak{E};\end{aligned}\right\}\tag{1-15}$$

式中，同自由空間情况一样，ε 称做媒质的电容率；μ 称做媒质的感应率. 参量 σ 称做媒质的电导率. 事先已对式(1-15)提出限制性的說明，即"在某些条件之下"成立. 如果 $\mathfrak{E}$ 或 $\mathfrak{H}$ 很大，或如果 $\mathfrak{E}$ 或 $\mathfrak{H}$ 的时間导数很大，它們就可能不成立.

物质常按其 σ，ε 和 μ 的値分类. 有大 σ 值的材料称做导体，而有小 σ 値的那些材料称做絕緣体或介质. 为分析方便起見，常

将良好的导体以 $\sigma=\infty$ 所表征的理想导体作近似代表，而将良好的介质以 $\sigma=0$ 所表征的理想介质作近似代表. 任何材料的电容率 ε 从未小于眞空的电容率 ε_0. 比值 $\varepsilon_r=\varepsilon/\varepsilon_0$ 称做介质常数或相对电容率. 良好导体的介质常数很难测量，但似乎是1. 大多数綫性物质的感应率 μ 都接近自由空間的感应率 μ_0. 有一类材料，所謂逆磁性材料，其 μ 值稍小于 μ_0(大約小万分之一). 另一类材料，所謂順磁性材料，其 μ 值稍大于 μ_0(也大約大万分之一). 第三类材料，所謂鉄磁性材料，其 μ 值比 μ_0 大許多，但这些材料常是非綫性的. 在分析中，将称鉄磁性材料以外的一切材料为非磁性的，并取 $\mu=\mu_0$. 比值 $\mu_r=\mu/\mu_0$ 称做相对感应率或相对磁导率，对非磁性材料，基本上必然等于1.

对式(1-15)的有效性而对場的时間变率所作的限制，經常可由扩展綫性的定义而消除. 在物质中，当組成关系是下列綫性微分方程时，

$$
\left.\begin{aligned}
\mathfrak{D}&=\varepsilon\mathfrak{E}+\varepsilon_1\frac{\partial\mathfrak{E}}{\partial t}+\varepsilon_2\frac{\partial^2\mathfrak{E}}{\partial t^2}+\cdots;\\
\mathfrak{B}&=\mu\mathfrak{H}+\mu_1\frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial t}+\mu_2\frac{\partial^2\mathfrak{H}}{\partial t^2}+\cdots;\\
\mathfrak{J}&=\sigma\mathfrak{E}+\sigma_1\frac{\partial\mathfrak{E}}{\partial t}+\sigma_2\frac{\partial^2\mathfrak{E}}{\partial t^2}+\cdots;
\end{aligned}\right\}\tag{1-16}
$$

就說这物质是广义綫性的，并称其为綫性物质. 在某些情况，組成关系可能需要更复杂的公式，但式(1-16)是这里的最一般化的公式. 当 $\mathfrak{E}$ 及 $\mathfrak{H}$ 的时間导数变为够小时，可注意到式(1-16)簡化为式(1-15).

綫性的扩展定义的物理含义如下：物质的原子质点旣有质量也有电荷，因此当場变化得很快时，粒子就不能"跟上"場. 例如，假定电子已經受場所加速，則 $\mathfrak{E}$ 的方向有改变. 由于其动量关系，在电子能够改变方向之前，将有一时間滞后. 如果电子是自由电

子，这图象对 $\mathfrak{J}$ 是正确的．如果电子是束縛电子，这图象对 $\mathfrak{D}$ 是正确的．相似的图象对 $\mathfrak{B}$ 也是正确的，只是起作用的量是电子的磁矩．这里不拟說明式 (1-16) 中每一項的意义．1-9 节中将說明，在时諧情况下，式(1-16)的各項都对材料的“导納率”和“阻抗率”有所貢献．

1-4 流量的广义概念

麦克斯韦首先注意到适用于靜电磁学的安培定律($\nabla\times\mathfrak{H}=\mathfrak{J}$)对时間改变場不够完备．他将安培定律修正，在傳导电流之外，还包括**位移电流** $\partial\mathfrak{D}/\partial t$．在自由空間內，他将这种位移电流看成为“以太”內束縛电荷的运动，而以太是滲透一切空間的理想的无重量流体．以后以太的概念即被放弃，因已証明其无法檢察，而按相对論的观点甚至有些不合邏輯．在介质中，$\partial\mathfrak{D}/\partial t$ 項的一部分是束縛质点的运动，因而眞正是电流．然而，将整个 $\partial\mathfrak{D}/\partial t$ 項作为电流来考虑是方便的．按照麦克斯韦方程的对称性观点，将 $\partial\mathfrak{B}/\partial t$ 項作为**位移磁流**来考虑也是方便的．最后，为了代表能源而将場方程加以修正，包括进电的及磁的**外加流量**．这些就是当作場的起因的流量．在下节中将看到这些外加流量代表着能源．

符号 $\mathfrak{J}$ 及 $\mathfrak{M}$ 将一般地表示电流及磁流，而以上角字母表示流量的类型．如上所述，总流可规定为

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{J}^t&=\frac{\partial\mathfrak{D}}{\partial t}+\mathfrak{J}^c+\mathfrak{J}^i;\\ \mathfrak{M}^t&=\frac{\partial\mathfrak{B}}{\partial t}+\mathfrak{M}^i;\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{-}17)$$

式中，上角字母 t；c 及 i 分别代表总流、傳导流及外加流．符号 i 及 k 将分别表示淨电流和淨磁流，而相同的上角字母表示其类型．于是，相应于式(1-17)的电路形式公式为