

高等学校房屋建筑专业系列教材

# 结构力学

阳日 莫宣志 主编



重庆大学出版社

# 结构力学

阳 日 莫宣志 主编

重庆大学出版社

### 内 容 提 要

本书根据国家教委工科力学指导委员会结构力学指导小组制定的“结构力学基本要求”编写。全书共十章,包括绪论,平面体系的几何组成分析,静定结构的内力计算,静定结构的位移计算,力法,位移法,力矩分配法,影响线及其应用,矩阵位移法,结构动力计算等。可供大学专科学生或函授学生使用。也可供工程技术人员参考。

DZ/00/08

### 结 构 力 学

阳 日 莫宣志 主编

责任编辑 谭 敏

\*

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

重庆建筑大学印刷厂印刷

\*

开本:787×1092 1/16 印张:17.75 字数:443千

1998年4月第1版 1998年4月第1次印刷

印数:1—6000

ISBN 7-5624-1680-X/O · 161 定价:18.00元

## 前 言

本教材根据国家教委工科力学指导委员会结构力学指导小组 1987 年制定的“结构力学教学基本要求”的精神编写。并在该要求的基础上针对三年制专科教学的具体情况作适当的调整。强调简明易懂,结合实际,增加例题数量,各章都附有思考题和习题。精简力法和渐进法的内容,删除了近似法。加强了矩阵位移法并附有桁架计算的源程序,在不增加理论难度的前提下使该章内容更为完整。在动力计算一章中增加了按新的抗震设计规范编写的结构水平地震作用的计算以拓宽知识面。

本教材按 100 学时编写。书中带 \* 号的章节为选学内容,各校可视具体情况取舍。

本书共计十章。第一、七章由张科强编写。第二、三章由张吉编写,第四、五章由龙建云编写,第六、八章由莫宣志编写,第九、十章由阳日编写。

限于编者水平,书中难免有错误和遗漏之处,欢迎读者批评指正。

编者

1997. 4. 3

# 目 录

第一章 绪论	1
§ 1-1 结构力学研究的对象及任务	1
§ 1-2 结构的计算简图	1
§ 1-3 结构的分类	3
§ 1-4 荷载的分类	4
第二章 平面体系的几何组成分析	5
§ 2-1 概述	5
§ 2-2 平面体系的自由度	5
§ 2-3 几何不变体系的组成规律	8
§ 2-4 瞬变体系	12
思考题	14
习题	14
习题部分答案	16
第三章 静定结构的内力计算	17
§ 3-1 静定梁的计算	17
§ 3-2 静定平面刚架	24
§ 3-3 三铰拱	31
§ 3-4 静定平面桁架	37
§ 3-5 组合结构的计算	47
§ 3-6 静定结构的一般特性	49
思考题	50
习题	50
习题部分答案	56
第四章 静定结构位移计算	58
§ 4-1 概述	58
§ 4-2 虚功原理及其在位移计算中的应用	59
§ 4-3 荷载作用下位移计算示例	64
§ 4-4 图乘法	68
§ 4-5 温度变化、支座移动引起的位移计算	76
§ 4-6 弹性体系的互等定理	79
思考题	82
习题	82
习题部分答案	84
第五章 力法	86

§ 5-1 概述	86
§ 5-2 超静定次数的确定	86
§ 5-3 力法的基本原理及力法典型方程	89
* § 5-4 支座移动和温度变化作用下超静定结构的计算	109
§ 5-5 超静定结构位移计算及最后弯矩图的校核	112
思考题	116
习题	117
习题部分答案	119
<b>第六章 位移法</b>	<b>120</b>
§ 6-1 位移法的基本概念	120
§ 6-2 等截面直杆的转角位移方程	121
§ 6-3 位移法基本未知数数目的确定	125
§ 6-4 根据结点及截面平衡条件建立位移法方程	127
§ 6-5 计算举例	129
§ 6-6 位移法的基本结构和典型方程	138
§ 6-7 支座移动引起的内力计算	145
§ 6-8 对称性利用	146
§ 6-9 超静定结构的特性	155
思考题	156
习题	158
习题部分答案	161
<b>第七章 力矩分配法</b>	<b>162</b>
§ 7-1 力矩分配法的基本概念	162
§ 7-2 力矩分配法计算示例	164
思考题	168
习题	168
习题部分答案	169
<b>第八章 影响线及其应用</b>	<b>170</b>
§ 8-1 影响线的基本概念	170
§ 8-2 静力法作静定梁的影响线	171
§ 8-3 机动法作梁的影响线	177
§ 8-4 用影响线求量值	182
§ 8-5 最不利荷载位置的确定	183
§ 8-6 简支梁的内力包络图和绝对最大弯矩	187
§ 8-7 连续梁的内力包络图	190
思考题	193
习题	193
习题部分答案	195
<b>第九章 矩阵位移法</b>	<b>196</b>

§ 9-1	基本概念 .....	196
§ 9-2	单元刚度方程和单元刚度矩阵 .....	200
§ 9-3	坐标变换 .....	203
§ 9-4	荷载向量 .....	207
§ 9-5	结构刚度方程和总刚度矩阵 .....	208
§ 9-6	杆端力的计算 .....	212
§ 9-7	计算示例 .....	213
§ 9-8	桁架内力计算程序简介 .....	222
	思考题 .....	231
	习题 .....	231
	习题部分答案 .....	233
<b>* 第十章</b>	<b>结构动力计算 .....</b>	<b>234</b>
§ 10-1	概述 .....	234
§ 10-2	单自由度体系的自由振动 .....	238
§ 10-3	单自由度体系的强迫振动 .....	243
§ 10-4	两个自由度体系的自由振动 .....	250
§ 10-5	多自由度体系的自由振动 .....	254
§ 10-6	多自由度体系的强迫振动 .....	261
§ 10-7	结构水平地震作用的计算 .....	263
	思考题 .....	270
	习题 .....	270
	习题部分答案 .....	272

# 第一章 绪 论

## § 1-1 结构力学研究的对象及任务

建筑物中能承受荷载作用和传递荷载的物体或体系叫做结构。结构的各个组成部分称为构件。

从几何角度来看,结构可分为三类:

- (1)杆件结构——这类结构由杆件组成。杆件的几何特征是横截面尺寸比长度小得多。
- (2)薄壁结构——它是厚度比长度和宽度小得多的结构。
- (3)实体结构——它是三个方向的尺寸相仿的结构。

材料力学以单个杆件为研究对象;结构力学以杆件群或体系为研究对象;弹性力学以实体结构和薄壁结构为研究对象。

结构力学的具体任务是:

(1)研究结构在荷载作用下内力的计算方法,以保证结构有足够强度。当结构在过大的荷载作用下可能发生破坏,如一根梁上作用的荷载超过一定限度时,梁就可能断裂。这就是说梁的强度不足。进行强度计算的目的是为了为了满足结构的安全性。

(2)研究结构在荷载作用下变形的计算方法,以保证结构有足够的刚度。一个结构在荷载作用下,有了足够的强度,由于变形过大,也会影响其正常使用。如吊车梁的变形过大,影响吊车正常行驶。进行刚度计算的目的在于保证结构不致发生影响正常使用的变形。

此外,变形和位移计算方法的研究在理论上还有重要的意义。

(3)研究结构的稳定性,以保证结构不会发生失稳破坏。结构中有些受压构件长细比较大,当压力超过一定限度时,构件不能保持原来的平衡状态,突然侧向弯曲,从而导致结构破坏,这种现象叫结构失稳。

(4)研究结构的组成规律和合理形式。结构是由许多构件组成的几何不变体系。若构件之间产生相对运动,结构成为几何可变体系,就不能发挥结构的性能和承担设计荷载。

## § 1-2 结构的计算简图

实际结构是很复杂的,完全按照结构的实际情况进行力学分析,是不可能的,也是没有必要的。因此,对实际结构进行分析之前,必须将实际结构加以简化,略去次要的细节,显示其基本特征,用一个简化的图形来代替实际结构,这个图形叫结构的计算简图。

计算简图选取原则是:

- (1)要反映结构主要受力和变形特征;

(2)力求便于结构的力学计算。

计算简图是结构计算的依据,若所有的因素都考虑,则计算工作量太大,甚至不可能。若考虑的因素过于简略,则可能不满足工程的精度要求。

对实际结构进行简化,有四个方面的内容:

1. 结构的简化

杆件一般用其轴线表示,杆件两端结点之间的距离称为杆件长度,荷载作用点也移到轴线上。

2. 结点的简化

杆件汇交点叫结点。实际结构结点是复杂的,一般简化为铰结点、刚结点和组合结点三类。

如图 1.2.1(a)、(b)、(c)所示。

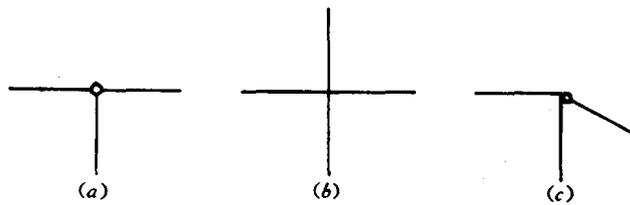


图 1.2.1

(1)铰结点

图 1.2.1(a)所示结点的简图常用于桁架中。铰结点的几何特征是各杆可以绕该结点自由转动,杆端无转动约束,无杆端弯矩。

(2)刚结点

图 1.2.1(b)所示结点常见于刚架中。刚结点的几何特征是各杆不能绕该结点作相对转动,即各轴线之间的夹角在受力变形前后保持不变。

(3)组合结点

图 1.2.1(c)所示是组合结构中一个结点的计算简图。同时具有铰结点和刚结点的特征。

3. 支座的简化

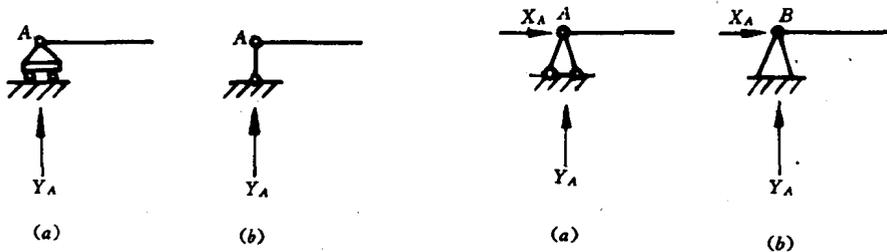


图 1.2.2

图 1.2.3

把结构与基础联结起来的装置称为支座。支座的作用是把结构固定于基础上;同时结构所受的荷载通过支座传于基础和地基。支座对结构的反作用力称为支座反力。平面结构的支座常简化以下三种。

(1)可动铰支座

图 1.2.2(a)、(b)所示。几何特征是构件可绕铰 A 转动及沿水平方向移动,但不能在竖直方向移动。由于限制了竖向的移动,因而产生竖向约束反力  $Y_A$ 。

(2)固定铰支座

图 1.2.3(a)、(b)所示。几何特征是结构可绕铰  $A$  转动,但不能作水平和竖向移动。因此约束反力有两个,即水平反力  $X_A$  和竖向反力  $Y_A$ ,两个反力的作用线通过铰  $A$  的中心。

(3)固定支座

图 1.2.4 所示。几何特征是结构在  $A$  点转动、水平和竖向移动均受到限制。由于存在三个约束,所示支座反力有三个,即水平反力  $X_A$ 、竖向反力  $Y_A$  和反力偶  $M_A$ 。

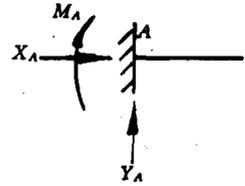


图 1.2.4

下面用一个简单例子说明结构的简化过程。

图 1.2.5(a)所示,一根梁支承于砖墙上,其上有一设备重为  $P$ ,支座中心距离为  $L$ 。

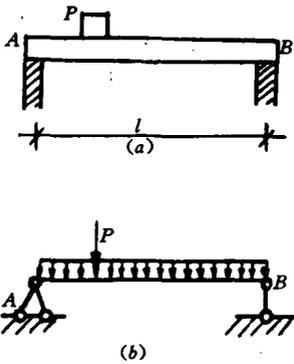


图 1.2.5

作用于其重心位置。

该结构简化后的计算简图如 1.2.5(b)所示。

(1)结构的简化

以梁的轴线代替实际构件,取墙中心距离  $L$  为计算跨度。

(2)结点的简化

只有一个构件,无结点。

(3)支座的简化

梁在竖向不能移动,水平方向也不能移动(梁与墙之间有摩擦力),温度变化时梁可伸缩。因此  $A$  处可简化为固定铰支座, $B$  处可简化为可动铰支座,符合梁的实际受力变形特征。

(4)荷载的简化

将梁  $AB$  自重取为均布线荷载  $q$ ,设备重量以  $P$  表示,

### § 1-3 结构的分类

结构的分类是按结构的计算简图来分类的。平面杆件结构可分如下几类:

1. 梁

图 1.3.1 所示,梁是一种以弯曲变形为主的结构,水平梁在竖向荷载作用下,其截面内力有剪力和弯矩。



图 1.3.1

2. 拱

图 1.3.2 所示,拱是由曲杆组成,且在竖向荷载作用下产生水平推力的结构。其截面内力有弯矩、剪力和轴力。

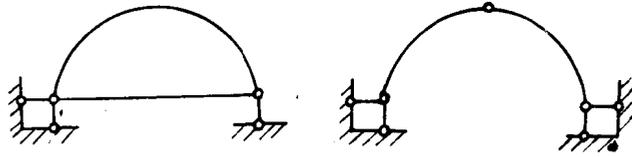


图 1.3.2

### 3. 桁架

图 1.3.3(a)所示,桁架是由直杆用理想铰联结而成的结构。其特征是结点均为铰结,杆件只受轴向力。

### 4. 刚架

图 1.3.3(b)所示,刚架是由梁柱组成,具有刚结点的结构,其受力特征是杆件内有弯矩、剪力和轴向力。

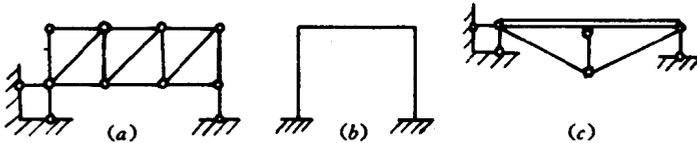


图 1.3.3

### 5. 组合结构

图 1.3.3(c)所示,组合结构是由桁架和梁或刚架组合在一起的结构,其包含有组合结点。

## § 1-4 荷载的分类

荷载是直接作用于结构上的主动外力,是引起结构内力和变形的原因。作用于结构上的荷载很多,其分类如下:

(1)按荷载作用的时间长短,分为恒载和活荷载。

恒载是作用于结构上大小方向与时间无关,不发生变化的荷载如自重等。活载是作用于结构上的位置和大小数值均为可变的荷载。如人群,可移动的设备,以及施工检修时的荷载。

(2)按荷载作用的分布情况,分为集中荷载和分布荷载。

当荷载作用于结构面积很小时,可以认为荷载集中作用在结构上一点,称为集中荷载。连续分布在结构上的荷载,称为分布荷载。

(3)按荷载作用的性质可分为静力荷载和动力荷载。

当荷载作用在结构上变化速度缓慢不会引起结构产生明显加速度时,这种荷载叫静力荷载。当荷载作用在结构上其大小和作用方向均随时间而变引起结构产生明显加速度,且不能忽略其惯性力时,这种荷载叫动力荷载。

(4)除了上述外力的直接作用外,结构还会受到一些间接作用,如温度变化,支座移动,地震等,都会使结构产生内力和变形。从广义上说这些作用也可视为荷载。

## 第二章 平面体系的几何组成分析

### § 2-1 概 述

一个结构要能承受荷载,首先它的几何组成应当合理,要能够使几何形状保持不变。因此在进行内力分析之前,我们首先进行几何组成分析。几何组成分析又称几何构造分析或机动分析。

体系受到任意荷载作用后,若不考虑由于材料的应变所产生的变形,而保持其形状和位置不变的,则称为几何不变体系,如图 2.1.1(a)所示体系。可是另外有一类体系如图 2.2.1(b)所示,尽管只受到很小的荷载作用,也将引起几何形状的改变,这类体系称为几何可变体系。显然,几何可变体系是不能作为结构的。几何可变体系可称之为“机构”;而结构必须是几何不变的。

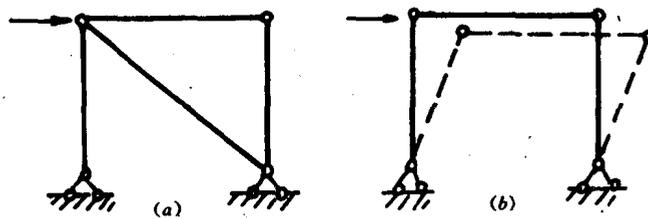


图 2.1.1

对体系进行几何组成分析的目的在于:判别某一体系是否几何不变;研究几何不变体系的组成规律,以决定是否可以作为结构。此外,还可根据结构的组成规则确定它是静定的或是超静定的,以指导结构的内力计算。

体系中任何几何不变的部分都可看作一个刚体,它在平面体系中简称为刚片。因此,一根梁、一根链杆或者在体系中已经肯定为几何不变的某个部分,以及支承结构的地基,都可看作一个刚片。本章所讨论的体系只限于平面杆件体系。

### § 2-2 平面体系的自由度

#### 一、自由度

所谓某一体系的自由度,是指该体系运动时,可以独立的运动方式或独立的几何参变数,

也就是确定该体系的位置所需的,可以独立改变的坐标的数目。

在平面内一个点的位置由两个坐标  $x$  和  $y$  来确定(图 2.2.1(a)),所以一个点的自由度等于 2。在平面内一个刚片的位置由它上面的任一点  $A$  的坐标  $x, y$  和过  $A$  点的任一直线  $AB$  的倾角  $\theta$  来确定(图 2.2.1(b)),因此一个刚片的自由度等于 3。

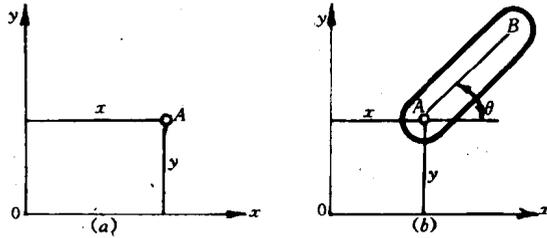


图 2.2.1

## 二、约束

实际结构体系中各构件之间及体系与基础之间,是通过一些装置互相联结在一起的。这些联结装置使体系内各构件(刚片)之间相对运动受到限制,使体系减少自由度的装置称为约束

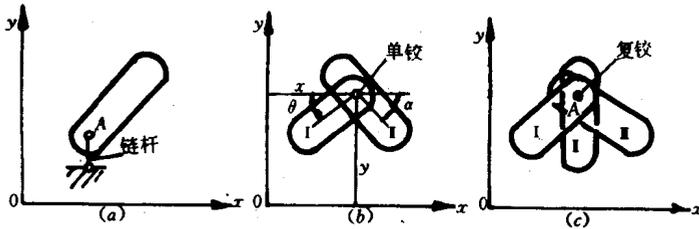


图 2.2.2

(联系)。凡减少一个自由度的装置称为一个约束或一个联系,如果一个装置能使体系减少  $N$  个自由度,则称它为  $N$  个约束。

### 1. 链杆

例如用一根链杆将一刚片与基础相联(图 2.2.2(a)),则刚片将不能沿链杆方向移动,因而减少了一个自由度,故一根链杆为一个约束。

### 2. 铰

联结两刚片的铰称为单铰。单铰的作用使体系自由度减少两个,所以它相当于两个约束,也相当于两根链杆的作用。如图 2.2.2(b)所示,两刚片之间由单铰联结,确定刚片 I 的位置需三个独立坐标  $x, y$  和  $\theta$ ,在确定刚片 I 的位置后,还需一个坐标  $\alpha$  来确定刚片 II 绕铰  $A$  转动时的夹角,所以体系的自由度为 4,较它们之间无任何联结时减少二个自由度。

联结两个以上刚片的铰称为复铰。例如刚片 I、II、III 共用一个铰  $A$  联结(图 2.2.2(c)),若刚片 I 的位置已固定,则刚片 II 和 III 都只能绕铰  $A$  转,从而各减少了两个自由度,两刚片共减少了四个自由度,故此联结三个刚片的铰实际相当于两个单铰的作用。一般说来,联结  $n$  个刚片的复铰,其作用相当于  $(n-1)$  个单铰。

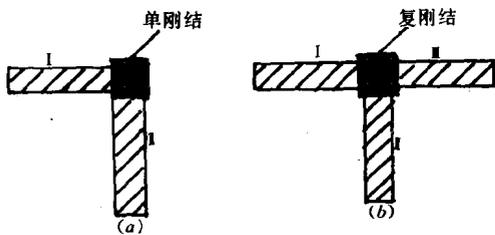


图 2.2.3

### 3. 刚结

两刚片之间经刚性联结后使体系自由度减少三个,所以一个刚结相当于三个约束。如图 2.2.3(a)中刚片 I 和 II 经刚性连接后两刚片之间不能发生任何相对运动,因此可视为一个刚片,其自由度为 3。

联结两刚片以上的刚结称为复刚结(图 2.2.3(b))。一般说来,联结  $n$  个刚片的复刚结,相当于  $(n-1)$  个单刚结。

### 三、自由度的计算

我们把体系看作由许多刚片受刚结、铰结和链杆的约束而成的。因此,在计算它的自由度时,可按如下步骤进行:首先按照各刚片都是自由的情况算出其自由度的数目,然后计算所加入的约束数,最后将两者相减,便得到该体系的计算自由度  $W$ 。

$$W = 3m - (3g + 2h + r) \quad (2.2.1)$$

- 式中  $m$ ——体系中无多余约束的刚片数(基础不作为刚片数计入);  
 $g$ ——单刚结数(复刚结换算成等效的单刚结数计入);  
 $h$ ——单铰数(复铰换算成等效的单铰计入);  
 $r$ ——支杆(支座链杆)数。

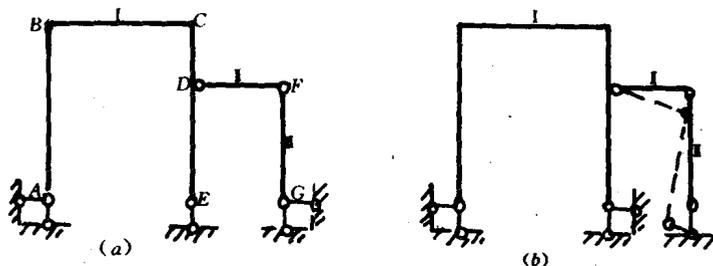


图 2.2.4

若求图 2.2.4(a)所示体系的  $W$ 。可按式(2.2.1)计算,将  $AE$ 、 $DF$ 、 $FG$  视为刚片则  $m=3$ , 单铰数  $h=2$ , 支杆数  $r=5$ , 刚结数  $g=0$ , 因此

$$W = 3 \times 3 - (2 \times 2 + 5) = 0$$

也可按另一种解法,将  $B$ 、 $C$ 、 $D$  视为刚结,  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$ 、 $DE$ ……等视为刚片则  $m=6$ ,  $g=3$ ,  $h=2$ ,  $r=5$  因此

$$W = 3 \times 6 - (3 \times 3 + 2 \times 2 + 5) = 0$$

两种解法其结果是相同的。此为一几何不变体系。

又如图 2.2.4(b)所示体系,同样也可算得  $W=0$ ,但它却是一几何可变体系。

图 2.2.5 所示桁架体系中:将链杆视为刚片则  $m=10$ ,  $g=0$ ,  $h=14$ ,  $r=3$ , 因此

$$W = 3 \times 10 - (2 \times 14 + 3) = -1$$

此体系是几何不变的,且有一个多余约束。

按式(2.2.1)所计算的体系自由度可归纳出以下几种情况:

1. 当  $W > 0$ ; 表示体系具有自由度, 体系缺少足够的约束数, 必为几何可变体系。
2. 当  $W = 0$ ; 体系有使其为几何不变的最少约束数, 但它有可能是几何不变体系, 亦有可能是几何可变体系。
3. 当  $W < 0$ ; 体系有多余约束, 但尚不能确定体系是否几何不变。

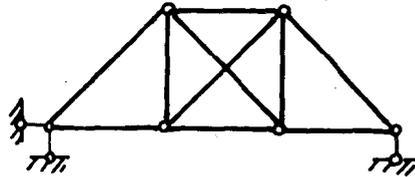


图 2.2.5

由上面的例中可见, 体系自由度  $W \leq 0$  时, 只能说明体系有足够的约束数, 这是体系几何不变的必要条件, 但不是充分条件, 如图 2.2.4(b) 中体系  $W = 0$ , 但它是几何可变的, 它与图 2.2.4(a) 中的体系相比仅仅是约束布置的情况不一样。这说明体系几何不变, 不仅要求有足够的约束数 (即  $W \leq 0$ ), 而且更为重要的是要求这些约束在布置方面满足一定的几何条件。因此必须进一步研究几何不变体系的组成规律。

### § 2-3 几何不变体系的组成规律

本节讨论几何组成分析的主要课题——无多余约束的几何不变体系的组成规律。这里只讨论平面杆件系统最基本的组成规律。

#### 一、两刚片联结

**规则 1** 两个刚片用不全交于一点也不全平行的三根链杆相联, 则组成的体系是几何不变的, 并且没有多余约束。

如图 2.3.1(a) 所示, 若刚片 I 和 II 用两根不平行的链杆 AB 和 CD 联结, 设刚片 I 固定不动, 则 A、C 两点为固定; 当刚片 II 运动时, 其上 B 点沿与 AB 杆垂直的方向运动, 而其上 D 点则沿与 CD 杆垂直的方向运动, 故刚片 II 运动时将绕 AB 与 CD 延长线的交点 O 而转动。同理若刚片 II 固定, 则刚片 I 也将绕 O 点而转动。因为这种转动只是瞬时的, 在不同瞬时, O 点在平面上的位置将不同, 故 O 点称为刚片 I 和 II 的相对转动瞬心。此情况就像把刚片 I 和 II 用铰在 O 点相联结的情形一样, 这说明两根杆件的作用相当于一个单铰。不过这个铰的位置在杆件轴线的延长线上, 且其位置随杆件的转动而变, 与一般的实铰不同, 我们将这种铰称为虚铰。

为了制止刚片 I 和 II 发生相对转动, 还需要加上一根链杆 EF (图 2.3.1(b))。如果链杆 EF 的延长线不通过 O 点, 它就能阻止刚片 I 和 II 之间的相对转动。因此, 这时所组成的体系是没有多余约束的几何不变体系, 这就阐明了上述规则的正确性。

由于两根链杆的作用相当于一个单铰, 故规则 I 也可叙述为: 两刚片用一个铰和一根不通过该铰心的链杆相联, 则所组成的体系是几何不变的, 并且没有多余约束 (图 2.3.2)。

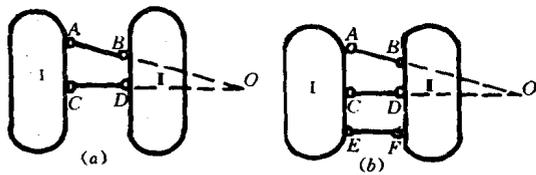


图 2.3.1

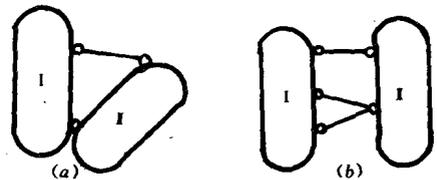


图 2.3.2

## 二、三刚片联结

**规则 2** 三刚片用不在同一直线上的三个铰两两相联,则组成的体系是几何不变的,并且没有多余约束。

如图 2.3.3(a)所示,刚片 I、II、III 用不在同一直线上的 A、B、C 三个铰两两相联。若将刚片 I 固定不动,则刚片 II 只能绕 A 点转动,其上 C 点必在半径为 AC 的圆弧上运动。刚片 III 只能绕 B 点转动,其上 C 点必在半径为 BC 的圆弧上运动,现因其 C 点用铰将刚片 II、III 相联,C 点不能在两个不同的圆弧上运动,故知各刚片之间不可能发生相对运动。因此这样组成的体系是几何不变的。

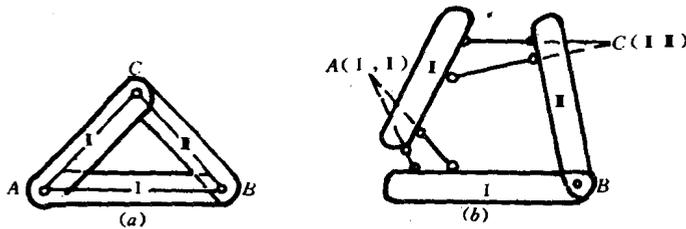


图 2.3.3

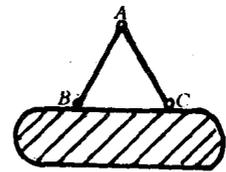


图 2.3.4

由于两根链杆的作用相当于一个单铰,故可将任一单铰换为两根链杆所构成的虚铰如图 2.3.3(b)所示,只要三个铰(包括实铰和虚铰)不在同一直线上,这样组成的体系也是几何不变的。

## 三、一点与一刚片联结

**规则 3(二元体规则)** 在一个刚片上增加或拆除一个二元体仍为几何不变体系。

所谓二元体是指由两根不在同一直线上的链杆联结一个新结点的装置,如图 2.3.4 中所示 ABC 部分。由于在平面内新增加一个点就会增加两个自由度,而新增加的两根不共线的链杆,恰能减去新结点 A 的两个自由度,故对原体系的自由度数没有变化。在一个已知体系上依次加入或依次拆除二元体,不会影响原体系的几何不变性或可变性。

关于几何不变体系的三个基本组成规则应着重理解以下几点:

1. 在三个基本组成规则中,既规定了刚片之间所必须的最少约束数目,又指明了它们之间应遵循的联结方式。这三个规则体现了组成一般无多余约束的几何不变体系的充分条件。

2. 三个规则之间是有其内在联系的。如图 2.3.5(a)所示体系可按两刚片联结规则组成几

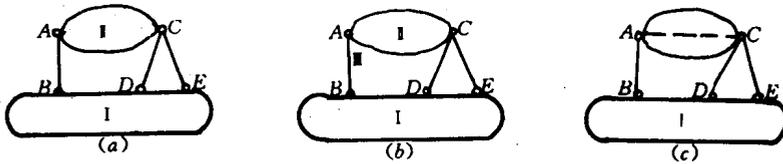


图 2.3.5

何不变体系；若将杆件  $AB$  视为刚片  $\text{II}$  (图 2.3.5(b)) 则可按三刚片联结规则组成几何不变体系；若将  $AC$  视为两端铰结的链杆(图 2.3.5(c)) 则可按先后增加两个二元体组成几何不变体系。由以上可知,三个规则是可以互相沟通的。对于同一体系,按三个规则分析所得结论必定是相同的。因此可根据分析的方便灵活运用这三个规则中的任意一个进行分析。

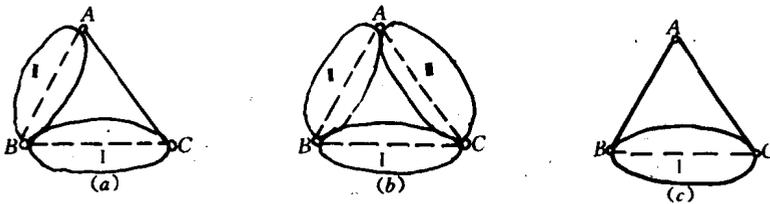


图 2.3.6

3. 三个规则实际上可归纳为一个三角形规则。如果三个铰不共线,铰结三角形是几何不变的,并且没有多余约束。如图 2.3.6(a) 表示两刚片的联结方式,图(b) 表示三刚片的联结方式,图(c) 表示一点和一刚片的联结方式,它们都可看作是一个铰结三角形。

对于较简单的体系,常可不进行自由度的计算,略去检查约束数目是否足够的工作,而直接进行几何组成分析。

例 2-1 试对图 2.3.7 所示体系作几何组成分析。

解 首先找出该体系中的几何不变部分,考虑刚片  $AB$  与地基的联结,它们之间有铰  $A$  和不通过铰心的支座链杆 1,故为一几何不变体系。然后将此整体作为刚片  $\text{I}$ ,  $CD$  部分为刚片  $\text{II}$ ,它们之间由不全交于一点也不全平行的三链杆

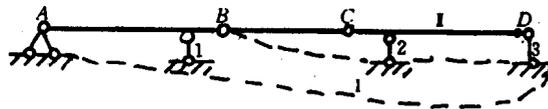


图 2.3.7

$BC$ 、2 和 3 联结,组成几何不变体系。因此整个体系是几何不变的,并且没有多余约束。

例 2-2 试对图 2.3.8 所示体系作几何组成分析。

解 三角形  $ADE$  和  $AFG$  是两个无多余约束的几何不变体系,分别以刚片  $\text{I}$  和  $\text{II}$  表示,地基为刚片  $\text{III}$ 。联结  $\text{I}$  与  $\text{III}$  之间的链杆 1、2 相当于虚铰  $B$ ,联结  $\text{II}$  与  $\text{III}$  之间的杆件 3、4 相当于虚铰  $C$ ,联结  $\text{I}$ 、 $\text{II}$  之间为实铰  $A$ ,  $A$ 、 $B$ 、 $C$  3 个铰不共线。故此体系是几何不变的,并且没有多余约束。

例 2-3 试对图 2.3.9 所示体系作几何组成分析。

解 在此体系中刚片  $AB$  上只有两个铰,其作用相当于一根用虚线表示的链杆 1。同理刚