



《中国工程物理研究院科技丛书》第 022 号

一维流体力学 差分方法

水鸿寿 著

国防工业出版社

11.2

410357

568

《中国工程物理研究院科技丛书》第 022 号

一维流体力学差分方法

水鸿寿 著

国防工业出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

022888.17
一维流体力学差分方法/水鸿寿著. —北京:国防工业出版社, 1998. 2

(中国工程物理研究院科技丛书)

ISBN 7-118-01746-9

I. 一… II. 水… III. 一维流动-流体力学-差分法 IV. 0351.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 09184 号

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

怀柔新华印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 印张 17 $\frac{3}{4}$ 465 千字

1998 年 2 月第 1 版 1998 年 2 月北京第 1 次印刷

印数:1—1000 册 定价:26.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

《中国工程物理研究院科技丛书》出版说明

中国工程物理研究院建院 30 年来,坚持理论研究、科学实验和工程设计密切结合的科研方向,完成了国家下达的各项国防科研任务。通过完成任务,在许多专业学科领域里,不论在基础理论方面,还是在实验测试技术和工程应用技术方面,都有重要发展和创新,积累了丰富的知识和经验,造就了一大批优秀科技人材。

为了扩大科技交流与合作,促进我院事业的继承与发展,系统地总结我院 30 年来在各个专业领域里集体积累起来的经验,吸收国内外最新科技成果,形成一套系列科技丛书,无疑是一件十分有意义的事情。

这套丛书将部分地反映中国工程物理研究院科研工作的成果,内容涉及本院过去开设过的二十几个主要学科。现在和今后开设的新学科,也将编著出书,续入本丛书中。

这套丛书将在今后几年里陆续编辑出版。我院早些年零散编著出版的专业书籍,经编委会审定后,也纳入本丛书系列。

谨以这套丛书献给 30 年来为我国国防现代化而献身的人们!

《中国工程物理研究院科技丛书》编审委员会

1989 年 1 月 25 日

《中国工程物理研究院科技丛书》

第二届编审委员会

主 任 杜祥琬

副主任 章冠人 华欣生

委 员 (按姓氏笔划为序)

王之康	王铁铮	水鸿寿	方乃相	刘庆兆
汤绍源	杨成龙	吴宏志	汪源浚	张仕发
张永昌	张寿齐	陈银亮	周正朝	赵维晋
胡在军	俞大光	姜学贤	姚景华	徐玉彬
徐锡申	高天祐	高国桐	董海山	赖祖武

丛书编辑部负责人 吴衍斌

本 册 编 辑 郭玉团 吴衍斌

《中国工程物理研究院科技丛书》

已出版书目

- | | | | | |
|-----|---------------|-----------|---------|----------|
| 001 | 高能炸药及相关物性能 | 董海山、周芬芬主编 | 科学出版社 | 1989年10月 |
| 002 | 光学高速摄影测试技术 | 谭显祥编著 | 科学出版社 | 1990年2月 |
| 003 | 凝聚炸药起爆动力学 | 章冠人等编著 | 国防工业出版社 | 1991年11月 |
| 004 | 线性代数方程组的迭代解法 | 胡家贇编著 | 科学出版社 | 1991年12月 |
| 005 | 映象与混沌 | 陈式刚编著 | 国防工业出版社 | 1992年6月 |
| 006 | 再入遥测技术(上册) | 谢铭勋编著 | 国防工业出版社 | 1992年6月 |
| 007 | 再入遥测技术(下册) | 谢铭勋编著 | 国防工业出版社 | 1992年12月 |
| 008 | 高温辐射物理与量子辐射理论 | 李世昌编著 | 国防工业出版社 | 1992年10月 |
| 009 | 粘性消去法和差分格式粘性 | 郭柏灵著 | 科学出版社 | 1993年3月 |
| 010 | 无损检测技术及其应用 | 张俊哲等著 | 科学出版社 | 1993年5月 |
| 011 | 半导体材料辐射效应 | 曹建中著 | 科学出版社 | 1993年5月 |
| 012 | 炸药热分析 | 楚士晋编著 | 科学出版社 | 1994年12月 |

- 013 脉冲辐射场诊断技术**
刘庆兆主编 科学出版社 1994 年 12 月
- 014 放射性核素活度的测量方法和技术**
古当长编著 科学出版社 1994 年 12 月
- 015 二维非定常流与激波**
王继海编著 科学出版社 1994 年 12 月
- 016 抛物型方程差分方法**
李德元 陈光南著 科学出版社 1995 年 6 月
- 017 特种结构分析**
刘新民 韦日演著 国防工业出版社 1995 年 12 月
- 018 理论爆轰物理**
孙锦山 朱建士著 国防工业出版社 1995 年 12 月
- 019 可靠性维修性可用性手册**
潘吉安编著 国防工业出版社 1995 年 12 月
- 020 脉冲辐射场测量数据处理与误差分析**
陈元金编著 国防工业出版社 1997 年 1 月
- 021 近代成象技术和图象处理**
吴世法著 国防工业出版社 1997 年 3 月
- 022 一维流体力学差分方法**
水鸿寿著 国防工业出版社 1998 年 1 月

自序

当我在中国工程物理研究院研究生部开始讲授由李德元、徐国荣、水鸿寿等人编著的“二维非定常流体力学数值方法”课程,并正在闭门造车地研究满足熵条件的差分格式时,从计算流体力学界的同行(黄敦先生等)那里获悉:国内外许多学者正在掀起研究以 TVD 格式为代表的高分辨格式的热潮。这促使我产生对有关文献资料进行全面系统地调研和学习的愿望。在这调研过程中使我更加确信:二维流体力学计算方法的基础是对一维方法的研究,并决定在课程中增强关于一维流体力学差分方法的内容。这样就逐步形成了本书的框架。

写书是一份苦差使。经过多年不间断地收集资料,重新整理、反复推敲、修改补充后完成了这本并不完全使我满意的书。如果这本书能够使一些实际工作者节省阅读大量外文文献的时间;如果这本书能够使一些青年学者更快地掌握从事有关学科研究的基础;如果这本书能够为流体力学计算方法深入研究提供一个有用的阶梯,那就是作者所祈求的最好的奖励了。

前 言

这是一本关于流体力学方程差分格式的基础理论的著作。

流体力学计算方法研究是计算流体力学这门交叉学科的核心研究内容之一。

随着计算流体力学广泛应用于航空航天飞行器设计、高温高压物理研究,高速碰撞现象分析、燃烧机理和爆炸效应利用,地球大气运行和天体演化规律等许多当代科学技术和工程设计领域,流体力学计算方法也在不断发展,对它提出了越来越高的要求,取得一批重要的研究成果,也提出了许多尚待解决和需要深入研究的课题。例如,激波、接触间断和爆轰波的计算、大变形问题及物质界面的计算边界层问题、多相流问题、涡流及湍流问题的计算等。

虽然,从应用的角度来看,实际问题涉及的空间变量大多数是二维甚至三维的,但是从方法的理论基础来看,目前主要还是一维的。这里介绍的一维流体力学差分方法中的许多差分格式,可以在很多对高维问题的数值模拟中得到应用。

本书力求能较系统地、较全面地向读者介绍一维流体力学差分方法研究的基本面貌和最新发展,内容包括 50 年代的经典差分格式到八九十年代蓬勃发展的高精度高分辨格式方面的研究成果。

书中许多内容大都散见于书后列举的文献资料之中,并根据作者自己的理解进行收集、取舍和重新整理,希望从中能够反映这些差分方法发展的历史轨迹,构造差分格式的基本思想和主要技巧,不同差分格式之间的相互联系和区别。书中特别关注对差分格式性质的研究,要求所构造的差分格式的解具有它逼近的偏微分方程的解的某些性质,并对此作了严格的论证。

书中还简明扼要地介绍了一维流体力学的基本知识,拟线性双曲型守恒律组的数学理论基础,差分方法的主要概念和常识,以便于不熟悉这些专业知识的读者能更快地掌握对流体力学差分方法进行深入研究所需的知识。

现将本书各章内容简单地介绍如下:

第一章介绍一维流体力学的基本知识,包括一维流体力学方程组的各种形式,状态方程和热力学关系式,特征线和 Riemann 不变量、简单波、中心稀疏波、激波、接触间断、间断关系、Hugoniot 曲线、等熵线等,给出了 Riemann 问题的求解方法。

第二章介绍拟线性双曲型守恒律组的数学理论基础。内容包括弱解和熵条件的概念,与一维流体力学中许多基本概念相对应的各种概念,并对单个守恒律方程的有关理论作了专门叙述。

第三章介绍了差分格式的基本概念及流体力学计算的经典差分格式,包括 Von Neumann 方法,Godunov 方法,Lax-Friedrichs 格式和 Lax-Wendroff 格式等。

第四章介绍守恒型差分格式的基本性质,以及离散熵条件方面的概念。

第五章讨论能保持差分解单调性质的差分格式:单调保持格式和单调格式,给出了一种具有二阶精度的单调保持格式的构造方法。

第六章讨论能反映特征线走向性质的迎风型格式,其中包括 Roe 格式,以及通量分裂方法中的 Steger-Warming 格式和 Van Leen 格式等。

第七章研究在 Riemann 问题解的基础上构造的 Godunov 型格式的性质。在这基础上还讨论了在流体力学计算中能保持密度、内能为正的一种正守恒型差分格式。

第八章讨论能保持差分解总变差不增性质的 TVD 格式,给出了构造二阶 TVD 格式的各种技术,包括 Harten 用的反扩散技术, Sweby 用的通量限制子技术以及 Yee-Roe-Davis 构造对称型格式的技术。

第九章讨论了其差分解能满足离散熵条件的差分格式。给出了这方面研究的主要成果,其中包括作者的一些研究结果。

第十章介绍正在发展中的高精度高分辨率格式的其他研究成果,除了 MUSCL 格式、PPM 格式、ENO 格式外,还介绍部分国内学者研究的 NND 格式、UENO 格式、耗散比拟方法、以及正型差分格式等。

作者在写书的过程中,一面给研究生讲授流体力学计算方法的课程,一面经常参加庄逢甘先生倡导的北京计算流体力学讨论会的活动。这使作者从中受到不少启发和教益。李德元、邬华谟先生分别对本书作了认真的审阅,提出了许多中肯的意见。在这基础上作者作了相应的修改和补充。为此谨向他们表示衷心的感谢。此外,本书收集了许多国内外学者的研究成果,邬华谟、付德薰、马延文、符鸿源先生更亲自为作者提供有关论文,作者在这里向他们致以深切的谢意。

由于作者本人的知识和水平所限,书中难免存在许多不足及错误之处,诚请读者和专家予以指正。

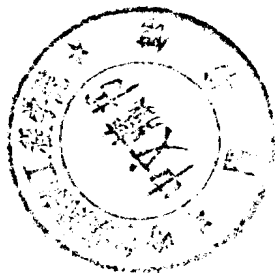
在本书出版之际,作者对国防工业出版社的蒋怡和胡万忱先生认真细致的工作和愉快的合作深表感谢。

内 容 简 介

本书是有关流体力学计算的差分格式基础理论方面的专著。

本书力求全面系统地反映一维流体力学差分方法研究的基本面貌和最新发展。内容包括经典差分格式,单调和单调保持格式,迎风型及通量分裂格式,各种 Godunov 型格式, TVD、ENO 等一系列高精度高分辨率格式、以及满足熵条件的差分格式等。书中着重描述了构造差分格式的基本思想和主要技巧,对差分格式及其解的性质进行了严格的论证。

本书可供从事计算流体力学、计算物理的科研、工程技术人员,高等学校的计算数学、流体力学等专业的教师、研究生、高年级学生阅读、参考。



目 录

第一章 一维流体力学方程组	(1)
1.1 守恒形式与非守恒形式的方程组	(1)
1.2 热力学关系式	(6)
1.3 特征线和特征关系	(10)
1.4 简单波和中心稀疏波	(15)
1.5 间断关系(接触间断和激波)	(21)
1.6 Hugoniot 曲线的性质	(26)
1.7 Riemann 问题的解	(33)
1.8 Lagrange 坐标系中的方程组	(44)
1.9 球坐标系和柱坐标系中的一维方程组	(51)
第二章 双曲型守恒律组的理论基础	(57)
2.1 双曲型守恒律组	(57)
2.2 弱解和熵条件	(64)
2.3 间断关系(接触间断和激波)	(76)
2.4 Riemann 不变量和简单波	(86)
2.5 Riemann 问题的解	(94)
2.6 有关熵函数的一些性质	(98)
2.7 单个守恒律方程的理论	(103)
2.8 流体力学方程组情况	(116)
第三章 一些经典的差分格式	(128)
3.1 有关差分格式的一些基本概念	(128)
3.2 Von Neumann 人工粘性方法	(148)
3.3 Godunov 间断分解方法	(158)
3.4 Lax-Friedrichs 格式	(169)
3.5 Lax-Wendroff 格式	(173)

第四章 守恒型差分格式的一般性质	(180)
4.1 守恒型差分格式的基本性质	(180)
4.2 守恒型差分格式的截断误差	(185)
4.3 离散形式的熵条件	(191)
4.4 半离散守恒型格式及其熵条件	(195)
第五章 单调保持的格式和单调格式	(201)
5.1 单调保持的差分格式	(201)
5.2 单调格式	(205)
5.3 二阶精度的单调保持格式	(217)
第六章 迎风型差分格式	(225)
6.1 迎风格式	(225)
6.2 迎风型格式	(231)
6.3 Roe 格式及 Roe 分解	(236)
6.4 通量分裂法 I (Steger-Warming)	(252)
6.5 通量分裂法 II (Van Leer)	(261)
第七章 Godunov 型格式	(267)
7.1 Godunov 格式	(267)
7.2 单个守恒律方程的 Riemann 问题解和 Godunov 格式	(273)
7.3 Godunov 型格式	(278)
7.4 活动网格上的 Godunov 型格式	(284)
7.5 Riemann 问题近似解的一些实例	(291)
7.6 第二类 Godunov 型格式	(303)
7.7 流体力学方程组的正守恒型格式	(311)
第八章 TVD 格式	(318)
8.1 单个守恒律方程的 TVD 格式	(318)
8.2 一阶 TVD 格式	(323)
8.3 E 格式	(327)
8.4 Harten 的二阶 TVD 格式	(336)
8.5 采用通量限制子的二阶 TVD 格式	(341)
8.6 Yee-Roe-Davis 对称型二阶 TVD 格式	(353)
8.7 双曲型守恒律组的 TVD 格式	(364)
8.8 半离散的 TVD 格式	(373)

第九章 满足熵条件的差分格式	(383)
9.1 半离散格式的 Osher 熵条件判别式	(383)
9.2 一类满足熵条件的半离散守恒型格式	(386)
9.3 Lax-Friedrichs 格式	(393)
9.4 单调格式	(397)
9.5 Godunov 型格式	(405)
9.6 Harten 的一阶 TVD 格式	(407)
9.7 线性方程的二阶 TVD 格式	(415)
9.8 Lagrange 方程组情况(熵条件判别式)	(420)
9.9 Lagrange 方程组情况(熵增小的格式)	(434)
第十章 高阶精度的差分格式研究	(443)
10.1 高阶 Godunov 格式概论	(443)
10.2 二阶 Godunov 格式(MUSCL)	(451)
10.3 三阶 Godunov 格式(PPM)	(461)
10.4 基本无振荡格式(ENO 格式)	(472)
10.5 半离散的 ENO 格式	(481)
10.6 NND 格式	(500)
10.7 MUSCL 型的半离散格式	(509)
10.8 用统一的方式构造的 ENO 格式(UENO)	(515)
10.9 耗散比拟法	(522)
10.10 紧致格式	(527)
10.11 正型差分格式及其性质	(535)
参考文献	(547)

第一章 一维流体力学方程组

本章介绍有关一维非定常流体力学方程组的一些基本知识,其中包括一维流体力学方程组的各种表示形式,热力学关系式及其变换,特征线和特征关系,简单波和中心稀疏波,间断关系,接触间断和激波,Hugoniot 曲线的一些性质,热力学熵的一些性质,Riemann 问题的求解等。这些知识对于理解一维流体力学运动是必需的。对于研究非定常流体力学数值方法基础的一维非定常流体力学数值方法,这些基本知识也是十分必要的。

1.1 守恒形式与非守恒形式的方程组

考虑一维平面运动,在取适当的坐标系后,运动状态仅与直角坐标 x 和时间 t 有关。这时一维非定常流体力学运动可以用一组偏微分方程来描述

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial \rho E u}{\partial x} + \frac{\partial p u}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.1.1)$$

这些方程分别反映了**流体运动的三个守恒定律**:质量守恒、动量守恒和能量守恒。这里, x 是空间坐标变量, t 是时间变量, ρ, u, p, E 都是 x 和 t 的函数,其中 ρ 为密度, u 是流体速度, p 是压力, $E(=e + \frac{1}{2}u^2)$ 为单位质量的总能量, e 是热力学能。

方程组(1.1.1)中每一个方程都具有

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial x} = 0$$

的形式,称式(1.1.1)是具有守恒形式的流体力学方程组。利用Green公式

$$\iint_{\Omega} \left[\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial x} \right] dx dt = - \oint_{\Gamma} A dx - B dt,$$

其中 Ω 为 (x, t) 平面上半平面($t \geq 0$)中由闭回路 Γ 围成的区域。回路积分 $\oint_{\Gamma}$ 沿 Γ 的逆时针方向进行,即区域 Ω 总在 Γ 上行进者的左侧。这样,方程组(1.1.1)经上述积分变换后,得到以下积分形式的守恒方程组

$$\left. \begin{aligned} \oint_{\Gamma} \rho dx - \rho u dt &= 0, \\ \oint_{\Gamma} \rho u dx - (\rho u^2 + p) dt &= 0, \\ \oint_{\Gamma} \rho E dx - (\rho E u + p u) dt &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.1.2)$$

特别是当 Γ 是由以下四条直线段所组成的四边形闭回路时,

$$t = t_1, x_1 \leq x \leq x_2; \quad t = t_2, x_1 \leq x \leq x_2;$$

$$x = x_1, t_1 \leq t \leq t_2; \quad x = x_2, t_1 \leq t \leq t_2;$$

方程组(1.1.2)中第一个方程可以写成

$$\int_{x_1}^{x_2} \rho(x, t_2) dx - \int_{x_1}^{x_2} \rho(x, t_1) dx = \int_{t_1}^{t_2} \rho u(x_1, t) dt - \int_{t_1}^{t_2} \rho u(x_2, t) dt.$$

上式的左端是区间 $[x_1, x_2]$ 内流体质量 $\int_{x_1}^{x_2} \rho dx$ 从 t_1 到 t_2 时刻的改变

量,右端是从区间两端 x_1, x_2 流进流出的流体质量 $\int_{t_1}^{t_2} \rho u dt$ 的代数和。

类似地(1.1.2)式中第二个方程写成

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_2} \rho u(x, t_2) dx - \int_{x_1}^{x_2} \rho u(x, t_1) dx = \\ \int_{t_1}^{t_2} \rho u^2(x_1, t) dt - \int_{t_1}^{t_2} \rho u^2(x_2, t) dt + \int_{t_1}^{t_2} p(x_1, t) dt - \int_{t_1}^{t_2} p(x_2, t) dt, \end{aligned}$$