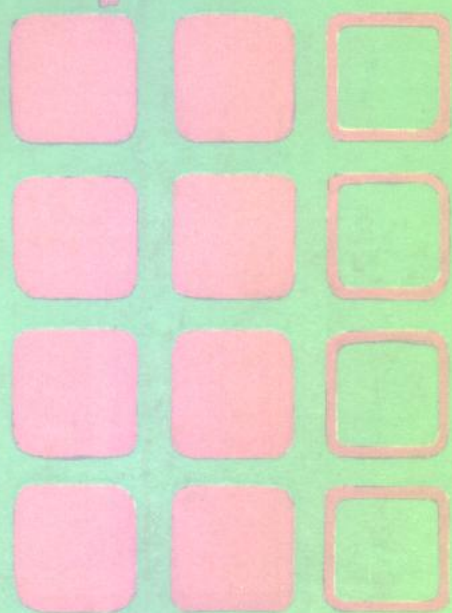


# 电力系统稳态分析的 计算机方法

吴际舜 编



上海交通大学出版社

# 电力系统稳态分析 的计算机方法

吴际舜 编

上海交通大学出版社

## 内 容 提 要

电力系统稳态运行分析是电力系统研究领域一个十分活跃的分支，每年都有大量文献发表。由于计算机在这一领域的广泛推广，使得各种算法更新极快。为了开扩硕士研究生的眼界和拓宽其知识面，本教材根据国际上最有影响的期刊近年推出的若干成果，分成12个专题，内容涉及潮流计算(第一、二、三章)、静态安全分析(第四、五、十章)、静态等值(第九章)、并行算法(第十一章)和状态估计(第十二章)等重要课题。由于部分章节牵涉到采用近年发展起来的稀疏技术，故在第六至第八章中，详细而系统地介绍了稀疏向量法及其有关内容。

本书为适合教学需要，概括地给出了各专题的背景知识，然后才进入专题内容的介绍。许多算法的推导和结论证明，都由编者重新给出或特别加工，使得只要熟悉矩阵代数和线性规划基本运算的读者，都能顺利地理解本书的内容。故本书除可用作研究生教材外，也可作为大学高年级本科生和电业部门工程技术人员的参考读物。

**沪新登字 205 号**

### 电力系统稳态分析的计算机方法

出版：上海交通大学出版社

(淮海中路1984弄19号)

发行：新华书店上海发行所

印刷：常熟市印刷二厂印刷

开本：787×1092(毫米)1/16

印张：10

字数：240000

版次：1992年5月 第1版

印次：1992年6月 第1次

印数：1—1650

科目：269—296

ISBN7—313—01022—2/TM·74

定价：3.00元

## 序 言

电力系统稳态运行分析是我校硕士研究生的学位课程之一，其内容是介绍当前国内外在稳态运行分析方面具有广泛影响的计算机新算法，以扩展学生在这一领域中的知识面，使之能在以后的研究工作中有所借鉴。为此，自设置该课程以来，始终以近期发表的学术论文作为教材的内容。

采用学术论文作为教材，其困难之处在于论文的叙述方式和内容与大学本科教材往往不能衔接。这是由于体例不同而难于避免的现象。为了使学生便于理解论文的内容，在本教材的编写上充分考虑了教学法问题并注意填平补齐工作。许多算法的叙述、推导和结论证明，都经过编者重新特别加工，使得本教材深入而浅出，不但适用于研究生，而且对高年级本科生和电业部门工作人员，也具有参考价值。

本教材选取了1983~1990年发表的18篇学术论文作为主干，分成12个专题，主要涉及电力系统潮流计算、静态安全分析、静态等值、并行算法和状态估计等方面，具有一定的深度和广度。

在主干内容的取材上，除了考虑各种分析算法的新颖性外，还充分顾及其成熟性；也即除个别者外，大部分算法都已通过生产级程序的考核，因此具有相当的实用价值，值得借鉴和引用。其中部分算法还曾由侯志俭副教授和部分硕士研究生及本科毕业生，在各种课题中做过编程计算，充分证明了其有效性。

在本书编写过程中，曾参考吴惟静教授的部分讲义、陈小良硕士的读书报告、潘尔生硕士和冷旭光硕士的学位论文。成书之后，又承廖培鸿教授和侯志俭副教授作了部分和全部审阅，提出了不少宝贵的改进意见。谨在此对以上各位同志表示衷心的感谢。

因受编者学力所限，书中不妥或错误之处在所难免，还请读者指正幸。

编 者

1992年1月

# 目 录

<b>第一章 潮流计算的初值选择和快速线性潮流算法</b> .....	1
1.1 前言 .....	1
1.2 潮流方程式的近似线性解和快速线性潮流算法 .....	2
1.3 快速线性潮流法流程图和一些讨论 .....	6
参考文献.....	8
<b>第二章 具有分布式松弛节点的超解耦潮流法</b> .....	9
2.1 前言 .....	9
2.2 数学模型 .....	10
2.3 解耦近似式 .....	14
2.4 流程图 .....	19
参考文献.....	21
<b>第三章 电力系统无功优化潮流</b> .....	22
3.1 前言 .....	22
3.2 网络元件的数学模型 .....	23
3.3 问题的列式 .....	25
3.4 LP 问题的构成 .....	28
3.5 LP 问题的求解和流程图 .....	30
参考文献.....	33
<b>第四章 电力网络的补偿求解法</b> .....	34
4.1 前言 .....	34
4.2 逆阵修改引理 .....	34
4.3 问题的列式 .....	36
4.4 补偿法的分类和具体实施 .....	38
4.5 多重故障的序列处理法 .....	45
参考文献.....	46
<b>第五章 母线分裂下的偶然事故安全分析</b> .....	47
5.1 前言 .....	47
5.2 问题的列式 .....	47
5.3 母线分裂下的A.C.潮流计算.....	50
5.4 母线双分裂故障潮流解法简介 .....	55
参考文献.....	56
<b>第六章 稀疏向量法</b> .....	57
6.1 前言 .....	57
6.2 背景知识——稀疏矩阵因子化概述 .....	57
6.3 快速前代(FP)和快速回代(FB) .....	62
6.4 因子化路径 .....	65

参考文献.....	69
<b>第七章 矩阵的部分重新因子化</b> .....	<b>70</b>
7.1 前言.....	70
7.2 部分重新因子化法.....	71
7.3 部分重新因子化法的效益和某些应用.....	79
参考文献.....	81
<b>第八章 用于稀疏向量法的节点排序算法</b> .....	<b>82</b>
8.1 前言.....	82
8.2 A-1 算法.....	83
8.3 MD-ML 算法.....	88
8.4 MD-MNP 算法.....	93
参考文献.....	98
<b>第九章 潮流等值的自适应化简</b> .....	<b>99</b>
9.1 前言.....	99
9.2 背景知识.....	100
9.3 AR 算法.....	103
9.4 算例.....	104
参考文献.....	111
<b>第十章 预想事故的自动快速筛选</b> .....	<b>112</b>
10.1 前言.....	112
10.2 有功潮流违限的快速筛选.....	114
10.3 无功电压违限的快速筛选.....	120
参考文献.....	124
<b>第十一章 稀疏 <math>[A]^{-1}</math> 阵的分隔算法</b> .....	<b>125</b>
11.1 前言.....	125
11.2 背景知识.....	125
11.3 稀疏 $[A]^{-1}$ 阵的分隔算法.....	130
11.4 排序与分隔的合并算法.....	138
参考文献.....	139
<b>第十二章 电力系统状态估计的线性规划解法</b> .....	<b>141</b>
12.1 前言.....	141
12.2 加权最小二乘法 (WLS) 状态估计.....	142
12.3 状态估计的解耦型线性规划算法.....	146
参考文献.....	151

# 第一章 潮流计算的初值选择和快速线性潮流算法

## 1.1 前言[1-1]

近 30 年来,潮流计算的 Newton 解法在国内外电业部门中得到了广泛的采用。这是由于此类算法具有合适的内存需量和良好的收敛特性。但是,也存在不少特殊情况,使得 Newton 解法收敛缓慢(出现锯齿形振荡),甚至趋于发散。在各种 Newton 型算法中,快速解耦算法(FDLF)特别引人注目。在良好条件下,FDLF 算法具有仅比一般 Newton 算法略多几次迭代次数的收敛特性,而内存需量几乎减半。同时由于采用了常系数阵,在解算时仅需因子化一次,以致可以节省大量机时。一般情况下,快速解耦法每次迭代所需的计算机时,约为常规 Newton 法的 1/3,从而使潮流解的总计算机时显著减少。但是,快速解耦算法对网络的  $r/x$  比十分敏感;当  $r/x \geq 1$  时,收敛性能显著恶化,甚至导致发散。为此,继续开发新的潮流解法,将是研究人员的一项重要任务。

通常所谓的潮流问题,实际上是非线性方程组

$$[f([x])] = [0] \quad (1-1)$$

的寻根问题,必须采用迭代法求解。数值试验表明<sup>[1-2]</sup>:迭代初值的选取,对 Newton 算法的收敛与否至关重要。如果初值  $[x^0]$  在式 1-1 的根  $[x^*]$  的某一相邻的收敛域内,常规 Newton 法将以二次收敛率和 FDLF 法将以线性收敛率收敛到真解  $[x^*]$ 。相反,如果  $[x^0]$  在此邻域之外,则上述潮流算法有可能侥幸收敛,但大都不能收敛。

为了改善常规潮流算法的收敛特性,通常可采取三种措施:

- (1) 根据某一线性算法选取较理想的迭代初值;
- (2) 改进非线性方程组  $[f([x])] = [0]$  的线性化模型;
- (3) 用优化步长的方法来扩大潮流算法的收敛域。

其中,第(2)种措施可以是计及非线性方程组线性化后的二阶项。目前这类较成功的算法可见参考文献[1-5]的第一章中第 8 节。

第(3)种措施则是利用最小化方法,修正每次迭代后状态变量的校正量,使之获得最优步距,以加速常规算法的收敛特性。目前较成功的算法可见参考文献[1-5]的第一章中第 7 节。

本章主要介绍第一种措施——选择初值。

在常规算法中,对良好条件的系统来说,统一启动(或称平直启动),即取  $V_i = 1.0 \text{ p.u.}$  ( $i = 1, 2, \dots, n-1; i \neq n, n$  为平衡节点编号),  $\theta_i = 0.0$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), 其实就是一组较理想的初值。但在处理病态系统问题时,并不一定能给出收敛解。为此,70 年代以来,就曾发表过一些论文,探讨这一课题。例如,有人曾建议在采用统一电压启动后,首先用 Gauss-Seidel 潮流法进行一或二次迭代,以产生 Newton 算法的初值。但是在这样处理之后,也有

出现发散解的报道<sup>[1-6]</sup>。参考文献[1-1]中也介绍过一种算法,但其中包含有较多的三角运算,需占用较多的机时。

本章介绍最近发表的另一算法<sup>[1-4]</sup>,它曾在 IEEE 14~57 节点系统上进行过数值试验,取得了较好的效果。

## 1.2 潮流方程式的近似线性解和快速线性潮流算法

已知:以节点功率注入表示的潮流方程式为<sup>[1-3]</sup>

$$P_k = V_k \sum_{j=1}^n V_j (G_{kj} \cos \theta_{kj} + B_{kj} \sin \theta_{kj}), \quad (1-2)$$

$$Q_k = V_k \sum_{j=1}^n V_j (G_{kj} \sin \theta_{kj} - B_{kj} \cos \theta_{kj}) \quad (k = 1, 2, \dots, n-1; k \neq n). \quad (1-3)$$

式中:  $G_{kj}$ 、 $B_{kj}$  为导纳阵的相应元素;  $\theta_{kj} = \theta_k - \theta_j$ , 为节点  $k$  与节点  $j$  之间的电压相位偏差角。

在实际系统中,一般可假设  $\cos \theta_{kj} \approx 1.0$ ; 为此,可在展开式

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta_{kj} &= \theta_{kj} - \frac{\theta_{kj}^3}{3!} + \frac{\theta_{kj}^5}{5!} - \dots, \\ \cos \theta_{kj} &= 1 - \frac{\theta_{kj}^2}{2!} + \frac{\theta_{kj}^4}{4!} - \dots \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

中截取两式的第一项,即取

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta_{kj} &\approx \theta_{kj} = \theta_k - \theta_j, \\ \cos \theta_{kj} &\approx 1.0. \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

将以上的三角函数近似式代入式 1-2 和 1-3 后,并取  $V_k = 1.0 \text{ p.u.}$ , 则得

$$P_k = \sum_{j=1}^n V_j [G_{kj} + B_{kj}(\theta_k - \theta_j)], \quad (1-6)$$

$$Q_k = \sum_{j=1}^n V_j [G_{kj}(\theta_k - \theta_j) - B_{kj}]. \quad (1-7)$$

利用式 1-6、1-7 可得潮流方程式的近似线性式。

### A 有功部分

由式 1-6 可得

$$\begin{aligned} P_k &= V_1 G_{k1} + \dots + V_k G_{kk} + \dots + V_n G_{kn} + \\ &\quad + V_1 B_{k1}(\theta_k - \theta_1) + \dots + V_k B_{kk}(\theta_k - \theta_k) + \dots + V_n B_{kn}(\theta_k - \theta_n) \\ &= V_1 G_{k1} + \dots + V_k G_{kk} + \dots + V_n G_{kn} - \\ &\quad - V_1 B_{k1} \theta_1 - V_2 B_{k2} \theta_2 - \dots + (V_1 B_{k1} + \dots + V_{k-1} B_{k,k-1} + V_{k+1} B_{k,k+1} + \\ &\quad + \dots + V_n B_{kn}) \theta_k - \dots - V_n B_{kn} \theta_n. \end{aligned} \quad (1-8)$$

对上式中与  $B_{kj}$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) 有关的各项,取  $V_1 = V_2 = \dots = V_n = 1.0 \text{ p.u.}$ , 则圆括弧项

$$\begin{aligned} &V_1 B_{k1} + \dots + V_{k-1} B_{k,k-1} + V_{k+1} B_{k,k+1} + \dots + V_n B_{kn} \\ &= B_{k1} + \dots + B_{k,k-1} + B_{k,k+1} + \dots + B_{kn} \\ &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n B_{kj} = -B_{kk}. \end{aligned} \quad (1-9)$$



式中:  $B_{kk}$  为自电纳,  $B_{kj}$  为互电纳。

将式 1-9 代入式 1-8, 可得

$$P_k = V_1 G_{k1} + \dots + V_n G_{kn} - B_{k1} \theta_1 - \dots - B_{kk} \theta_k - \dots - B_{kn} \theta_n \quad (k=1, 2, \dots, n-1) \quad (1-10)$$

设  $m$  为 PQ 节点数,  $l$  为 PV 节点数,  $n$  为全网总节点数, 且有  $n-1 = m+l$ ; 同时, 设节点  $1 \sim m$  为 PQ 节点,  $m+1 \sim m+l$  为 PV 节点, 而  $n$  为平衡节点。

将式 1-10 写成矩阵形式, 并取平衡节点的相位角作为基准 (即取  $\theta_n = 0.0$ ), 则得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_{m+l} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G_{11} & \dots & G_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ G_{m+l,1} & \dots & G_{m+l,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -B_{11} & \dots & \dots & -B_{1n} \\ \vdots & & & \vdots \\ -B_{m+l,1} & \dots & \dots & -B_{m+l,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_{m+l} \\ \theta_n \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} G_{11} & \dots & G_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ G_{m+l,1} & \dots & G_{m+l,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{1,m+1} & \dots & G_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ G_{m+l,m+1} & \dots & G_{m+l,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{m+1} \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} -B_{11} & \dots & \dots & -B_{1,m+l} \\ \vdots & & & \vdots \\ -B_{m+l,1} & \dots & \dots & -B_{m+l,m+l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_{m+l} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (1-11)$$

或简写成

$$[P]_{m+l} = [PG_a] [V]_m + [PG_b] [V]_{n-m} + [PB] [\theta]_{m+l} \quad (1-12)$$

式中:  $[PG_a]$  为  $(m+l) \times m$  矩形常数阵;  $[PG_b]$  为  $(m+l) \times (n-m)$  矩形常数阵;  $[PB]$  为  $(m+l)$  阶常数阵, 它与快速解耦法的  $[B']$  相对应;  $[P]_{m+l}$  为已知的节点有功注入  $(m+l) \times 1$  列向量;  $[V]_{n-m}$  为已知的 PV 节点和平衡节点电压量值  $(n-m) \times 1$  列向量;  $[V]_m$  和  $[\theta]_{m+l}$  为待求的电压量值和相位角列向量。

### B 无功部分

由式 1-7 可得

$$\begin{aligned} Q_k &= V_1 G_{k1} (\theta_k - \theta_1) + \dots + V_k G_{kk} (\theta_k - \theta_k) + \dots \\ &\quad + V_n G_{kn} (\theta_k - \theta_n) - V_1 B_{k1} - \dots - V_n B_{kn} \\ &= -V_1 G_{k1} \theta_1 - \dots + (V_1 G_{k1} + \dots + V_{k-1} G_{k,k-1} + V_{k+1} G_{k,k+1} \\ &\quad + \dots + V_k G_{kn}) \theta_k - \dots - V_k G_{kn} \theta_n - V_1 B_{k1} - \dots - V_n B_{kn} \end{aligned} \quad (1-13)$$

对上式中与  $G_{kj}$  ( $j=1, \dots, n$ ) 有关的各项, 取  $V_1 = V_2 = \dots = V_n = 1.0 \text{ p.u.}$ , 则圆括弧项

$$\begin{aligned} &V_1 G_{k1} + \dots + V_{k-1} G_{k,k-1} + V_{k+1} G_{k,k+1} + \dots + V_k G_{kn} \\ &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n G_{kj} = -G_{kk} \end{aligned} \quad (1-14)$$

式中:  $G_{kk}$  为自电导,  $G_{kj}$  为互电导。

将式 1-14 代入式 1-13, 可得

$$Q_k = -G_{k1} \theta_1 - \dots - G_{kk} \theta_k - \dots - G_{kn} \theta_n - V_1 B_{k1} - \dots - V_n B_{kn} \quad (k=1, 2, \dots, n-1) \quad (1-15)$$

但仅对 PQ 节点 (编号  $1 \sim m$ ) 写出式 1-15 的矩阵形式, 于是有

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -B_{11} & \cdots & -B_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ -B_{m1} & \cdots & -B_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -G_{11} & \cdots & +G_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ -G_{m1} & \cdots & -G_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_{n-1} \\ \theta_n \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -B_{11} & \cdots & -B_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ -B_{m1} & \cdots & -B_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -B_{1,m+1} & \cdots & -B_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ -B_{m,m+1} & \cdots & -B_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{m+1} \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} -G_{11} & \cdots & -G_{1,m+l} \\ \vdots & & \vdots \\ -G_{m1} & \cdots & -G_{m,m+l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_{m+l} \end{bmatrix} \quad (1-16)
\end{aligned}$$

式中:  $\theta_n = 0.0; m+l = n-1$ 。

上式可简写成

$$[Q]_m = [QB_a][V]_m + [QB_b][V]_{n-m} + [QG][\theta]_{m+l} \quad (1-17)$$

式中:  $[QB_a]$  为  $m$  阶常数矩阵, 它与快速解耦法的  $[B'']$  相对应;  $[QB_b]$  为  $m \times (n-m)$  矩形常数阵;  $[QG]$  为  $m \times (m+l)$  矩形常数阵;  $[Q]$  为已知的节点无功注入  $m \times 1$  列向量;  $[V]_{n-m}$  为已知的  $PV$  节点和平衡节点电压量值  $(n-m) \times 1$  列向量;  $[V]_m$  和  $[\theta]_{m+l}$  为待求的电压量值和相位角列向量。

式 1-12、1-17 两式组成了具有两个未知向量 ( $[V]_m$  和  $[\theta]_{m+l}$ ) 的方程组, 可联立解出待求向量。

由式 1-12 可得

$$[\theta]_{m+l} = [PB]^{-1} \{ [P]_{m+l} - [PG_a][V]_m - [PG_b][V]_{n-m} \} \quad (1-18)$$

同样, 由式 1-17 可得

$$[V]_m = [QB_a]^{-1} \{ [Q]_m - [QG][\theta]_{m+l} - [QB_b][V]_{n-m} \} \quad (1-19)$$

首先, 将式 1-18 代入式 1-19, 并解出  $[V]_m$ , 即

$$\begin{aligned}
[QB_a][V]_m &= [Q]_m - [QG][PB]^{-1} \{ [P]_{m+l} - [PG_a][V]_m - [PG_b][V]_{n-m} \} \\
&\quad - [QB_b][V]_{n-m} \\
&= [Q]_m - [QG][PB]^{-1}[P]_{m+l} + [QG][PB]^{-1}[PG_a][V]_m \\
&\quad + [QG][PB]^{-1}[PG_b][V]_{n-m} - [QB_b][V]_{n-m}
\end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned}
([QB_a] - [QG][PB]^{-1}[PG_a])[V]_m &= [Q]_m - [QG][PB]^{-1}[P]_{m+l} \\
&\quad + ([QG][PB]^{-1}[PG_b] - [QB_b])[V]_{n-m}
\end{aligned}$$

从而可得

$$\begin{aligned}
[V]_m &= ([QB_a] - [QG][PB]^{-1}[PG_a])^{-1} \{ [Q]_m - [QG][PB]^{-1}[P]_{m+l} \\
&\quad + ([QG][PB]^{-1}[PG_b] - [QB_b])[V]_{n-m} \} \quad (1-20)
\end{aligned}$$

式中, 等号右端的向量和矩阵都是已知值, 其中  $[PB]$  为非奇异方阵故有唯一逆阵。

于是, 式 1-20 又可简写成

$$[V]_m = [A_v]^{-1} ([Q]_m - [B_v][P]_{m+l} + [C_v]) \quad (1-21)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} [A_v] &= ([QB_a] - [QG][PB]^{-1}[PG_a]) \in R^{m \times m}, \text{ 并存在唯一逆阵;} \\ [B_v] &= [QG][PB]^{-1} \in R^{m \times (m+1)}; \\ [C_v] &= ([QG][PB]^{-1}[PG_b] - [QB_b])[V]_{n-m} \in R^{m \times 1}. \end{aligned} \right\} \quad (1-22)$$

然后,将式 1-19 代入式 1-18,并解出  $[\theta]_{m+1}$ ,即

$$\begin{aligned} [PB][\theta]_{m+1} &= [P]_{m+1} - [PG_a][QB_a]^{-1}\{[Q]_m - [QG][\theta]_{m+1} - [QB_b][V]_{n-m}\} \\ &\quad - [PG_b][V]_{n-m} \\ &= [P]_{m+1} - [PG_a][QB_a]^{-1}[Q]_m + [PG_a][QB_a]^{-1}[QG][\theta]_{m+1} \\ &\quad + [PG_a][QB_a]^{-1}[QB_b][V]_{n-m} - [PG_b][V]_{n-m} \end{aligned}$$

或

$$([PB] - [PG_a][QB_a]^{-1}[QG])[\theta]_{m+1} = [P]_{m+1} - [PG_a][QB_a]^{-1}[Q]_m + ([PG_a][QB_a]^{-1}[QB_b] - [PG_b])[V]_{n-m}$$

从而可得

$$[\theta]_{m+1} = ([PB] - [PG_a][QB_a]^{-1}[QG])^{-1}\{[P]_{m+1} - [PG_a][QB_a]^{-1}[Q]_m + ([PG_a][QB_a]^{-1}[QB_b] - [PG_b])[V]_{n-m}\}. \quad (1-23)$$

上式等号右端的向量和矩阵都是已知值,其中  $[QB_a]$  为非奇异方阵,故有唯一逆阵。

式 1-22 又可简写成

$$[\theta]_{m+1} = [A_\theta]^{-1}([P]_{m+1} - [B_\theta][Q]_m + [C_\theta]). \quad (1-24)$$

式中:  $[A_\theta] = ([PB] - [PG_a][QB_a]^{-1}[QG]) \in R^{(m+1) \times (m+1)}$ , 并存在唯一逆阵;

$$[B_\theta] = [PG_a][QB_a]^{-1} \in R^{(m+1) \times m}; \quad (1-25)$$

$$[C_\theta] = ([PG_a][QB_a]^{-1}[QB_b] - [PG_b])[V]_{n-m} \in R^{(m+1) \times 1}.$$

式 1-21 和式 1-24 组成了潮流方程式的近似线性解。在知晓 PQ 和 PV 节点的有功注入列向量  $[P]_{m+1}$ ; PQ 节点的无功注入列向量  $[Q]_m$ ; PV 节点和平衡节点的电压量值列向量  $[V]_{n-m}$  以及网络矩阵  $[PB]$ 、 $[PG_a]$ 、 $[PG_b]$ 、 $[QG]$ 、 $[QB_a]$ 、 $[QB_b]$  之后,就可求得网络的  $[\theta]_{m+1}$  和  $[V]_m$ ,它们可以作为现有任何潮流方法的迭代初值。

在式 1-22 中,  $[A_v]$  和  $[C_v]$  中都存在  $[QG][PB]^{-1} = [B_v]$  项,为了节省机时,可以先求出  $[B_v]$ ;其解算方法可采用如下方式:

$$[B_v] = ([B_v]^T)^T = \{([QG][PB]^{-1})^T\}^T = ([PB]^T)^{-1}[QG]^T,$$

但由于电纳阵的对称性,有

$$([PB]^T)^{-1} = [PB]^{-1},$$

而  $[PB]^{-1}$  事先已分解成因子表形式(这里上角  $T$  表示矩阵转置)。于是,用因子表法对  $[QG]^T$  的每一列作一次前代和回代运算,再经转置后,就可求得  $[B_v]$ 。

对于  $[B_\theta]$  (见式 1-25),可采用相似的处理方法,因为也有

$$([QB_a]^T)^{-1} = [QB_a]^{-1}.$$

在求得  $[B_v]$  和  $[B_\theta]$  后,不难求得  $[A_v]$ 、 $[C_v]$  和  $[A_\theta]$ 、 $[C_\theta]$ 。其中  $[A_v]$  和  $[A_\theta]$  都是对称阵。

从式 1-21、1-24,也可进一步导出与上述求初值方法相配套的一种新型潮流算法,称为快速线性法。

当有功注入和无功注入有微小增量时,假设电压量值及其相位角出现相应的增量,则自式 1-21 和 1-24 分别有

$$[V + \Delta V]_m = [A_v]^{-1}([Q + \Delta Q]_m - [B_v][P + \Delta P]_{m+1} + [C_v]), \quad (1-26)$$

和

$$[\theta + \Delta\theta]_{m+1} = [A_\theta]^{-1}([P + \Delta P]_{m+1} - [B_\theta][Q + \Delta Q]_m + [C_\theta]). \quad (1-27)$$

将式 1-26、1-27 与式 1-21、1-24 分别相减, 则得下列线性潮流增量方程式:

$$\left. \begin{aligned} [\Delta V]_m &= [A_v]^{-1}([\Delta Q]_m - [B_v][\Delta P]_{m+1}), \\ [\Delta\theta]_{m+1} &= [A_\theta]^{-1}([\Delta P]_{m+1} - [B_\theta][\Delta Q]_m). \end{aligned} \right\} \quad (1-28)$$

上式就是快速线性潮流算法的基本方程式。

在式 1-28 中,

$$-\Delta P_k = V_k \sum_{j \in k} V_j (G_{kj} \cos \theta_{kj} + B_{kj} \sin \theta_{kj}) - P_k^{SP} \quad (k = 1, 2, \dots, m+l, k \neq n), \quad (1-29)$$

$$-\Delta Q_k = V_k \sum_{j \in k} V_j (G_{kj} \sin \theta_{kj} - B_{kj} \cos \theta_{kj}) - Q_k^{SP} \quad (k = 1, 2, \dots, m). \quad (1-30)$$

上两式中,  $P_k^{SP}$ 、 $Q_k^{SP}$  分别为节点  $k$  的规定注入有功和规定注入无功;  $[A_v]$ 、 $[A_\theta]$ 、 $[B_v]$  和  $[B_\theta]$  则分别由式 1-22、1-25 定义。

在用式 1-28 求得  $[\Delta\theta]_{m+1}^{(k)}$  和  $[\Delta V]_m^{(k)}$  后, 第  $k+1$  次迭代下的电压量值和电压相位角可由下式求出:

$$\left. \begin{aligned} [\theta]_{m+1}^{(k+1)} &= [\theta]_{m+1}^{(k)} + [\Delta\theta]_{m+1}^{(k)}, \\ [V]_m^{(k+1)} &= [V]_m^{(k)} + [\Delta V]_m^{(k)}. \end{aligned} \right\} \quad (1-31)$$

### 1.3 快速线性潮流法流程图和一些讨论

快速线性潮流算法的流程示意图如图 1-1 所示。

经过试算, 快速线性潮流算法具有下列特性<sup>[1-4]</sup>:

(1) 用近似线性法求初值和用快速线性法合解潮流, 有较好的收敛特性。表 1-1 示出对 IEEE-30 节点系统和 IEEE-57 节点系统所得的结果。

表 1-1

试验系统	采用方法	迭代次数	收敛允许偏差
IEEE-30	快速解耦法(统一启动)	5	0.01 p.u.
	快速线性法(近似线性法提供初值)	2	
IEEE-57	快速解耦法(统一启动)	17	
	快速线性法(近似线性法提供初值)	3	

由表 1-1 可见, 快速线性法具有较好的收敛特性, 但求初值和每次迭代都要求较多的机时。这主要是由于  $[A_v]$ 、 $[A_\theta]$ 、 $[B_v]$  和  $[B_\theta]$  接近满阵而大大增加运算次数的缘故。

(2) 快速线性法对  $r/x$  比不敏感, 即使系统的  $r/x$  有较高值时, 仍有较好的收敛特性。表 1-2 示出其试验结果。

快速线性法所以对  $r/x$  比不敏感, 是由于在推导其基本方程式时, 没有采用  $|G_{kj}| \ll |B_{kj}|$  的近似条件, 而只采用了节点电压量值近似等于 1.0 p.u. 和  $\theta_{kj} \approx 0 (k, j = 1, 2, \dots, n)$

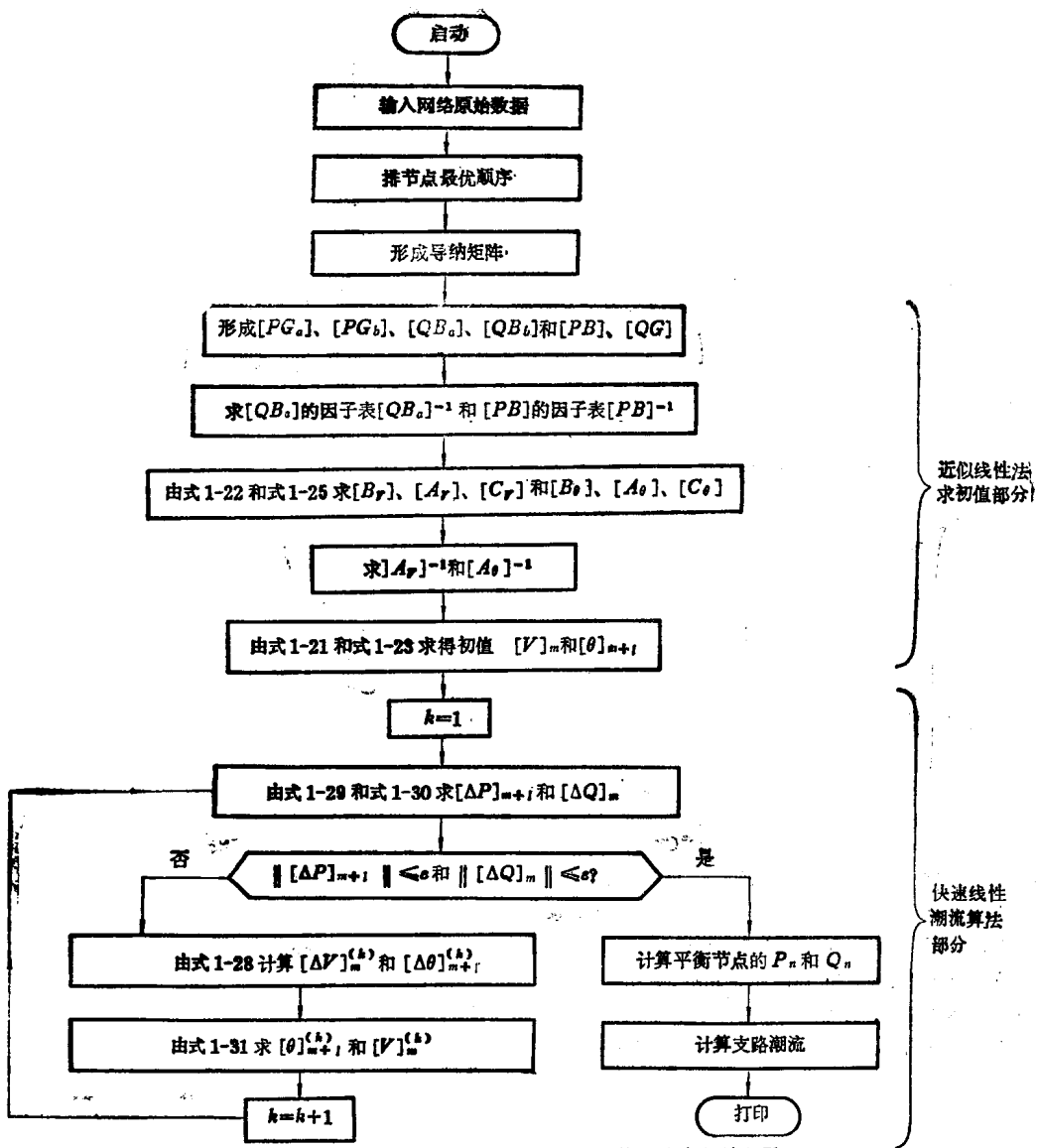


图 1-1 带确定初值的快速线性潮流算法的流程示意图

表 1-2●

试验系统	修改 $r/x$ 值的支路数	$r/x$ 比	迭代次数	
			快速解耦法	快速线性法
IEEE-30	3	1	147	2
		3/2	发散	2
IEEE-57	1	1	16	3
		2	发散	3

● 参考文献[1-4]中未给出具体修改支路的编号。实际上,迭代次数将随修改支路的不同而有相当大的变化。

$k \neq j$ )的化简条件。

如果引入  $|G_{kj}| \ll |B_{kj}|$  的条件,则式 1-21 和式 1-24 就能解耦而简化成快速解耦法。因为在  $|G_{kj}| \ll |B_{kj}|$  条件下,可以取  $[QG] = [PGa] \approx [0]$ ;于是有(参见式 1-22 和式 1-25)

$$\left. \begin{aligned} [A_v] &\approx [QB_a], [A_\theta] \approx [PB], \\ [B_v] &\approx [0], [B_\theta] \approx [0]. \end{aligned} \right\} \quad (1-32)$$

此时式 1-28 变成与快速解耦法相应的方程组:

$$\left. \begin{aligned} [\Delta V]_m &= [QB_a]^{-1} [\Delta Q]_m, \\ [\Delta \theta]_{m+1} &= [PB]^{-1} [\Delta P]_{m+1}. \end{aligned} \right\} \quad (1-33)$$

数值试验表明: 由于  $[PB]$  中各元素值计入支路电阻, 本方法的收敛特性将比快速解耦法为差。

(3) 如果在近似线性法中也引入  $|G_{kj}| \ll |B_{kj}|$  的条件, 则可由式 1-21 和 1-24 获得一个近似的解耦解:

$$\left. \begin{aligned} [V]_m &= [QB_a]^{-1} ([Q]_m - [QB_b] [V]_{n-m}), \\ [\theta]_{m+1} &= [PB]^{-1} [P]_{m+1}. \end{aligned} \right\} \quad (1-34)$$

这是由于将  $[QG] = [PG_a] = [PG_b] = [0]$  代入式 1-22 和 1-25 后, 可得

$$\begin{aligned} [A_v] &= [QB_a], & [A_\theta] &= [PB], \\ [B_v] &= [0], & [B_\theta] &= [0], \\ [C_v] &= -[QB_b] [V]_{n-m}, & [C_\theta] &= [0]. \end{aligned}$$

这一近似解耦解法也能对任一种潮流算法提供初值。

### 参 考 文 献

- [1-1] G. Gross, J. F. Luini: *Effective Control of Convergence of the Newton Load Flow*, PICA., 1975.
- [1-2] M. 阿坦斯等著, 宗孔德等译, 《系统、网络与计算: 多变量法》, 人民教育出版社, 1979.
- [1-3] 吴际舜: 《电力系统静态安全分析》, 上海交大出版社, 1985.
- [1-4] G. Leonidopoulos: *Fast Linear Method and Convergence Improvement of Load Flow Solution Methods*, Electric Power Systems Research, Vol. 16, 1989.
- [1-5] 王祖佑主编, 《电力系统稳态运行计算机分析》, 水利电力出版社, 1987.
- [1-6] B. Stott: *Review of Load Flow Calculation Methods*, Proc. IEEE, Vol. 62, July, 1974.

\* 本章的主要参考文献。

## 第二章 具有分布式松弛节点的超解耦潮流法

### 2.1 前言

潮流计算是求解电力系统稳态运行的最基本计算。自从1956年Ward等人编制了实际可行的计算机程序以来,为了改进收敛特性、加快解算速度和减少内存需量,曾开发过多种优异算法。其中, Van Ness等人提出的直角坐标Newton算法; Tinney、Hart等人提出的极坐标Newton算法; Stott等人提出的快速解耦算法; Iwamodo等人提出的保留二阶项直角坐标Newton法以及 Rao等人提出的带二阶项快速潮流法,使得电网的潮流计算获得极大成功。这些算法的细节可以参看参考文献[2-6]的有关章节。

但是,在实际电力系统中,存在着各种“病态”条件,即使采用上述算法,有时也会出现不收敛的情况。为此,继续开发更为可靠的算法,仍然是一项重要的研究任务。

在上述的各种算法中,Newton法和保留二阶项法,一般具有较好的收敛特性。但是由于在大电网情况下,其修正方程式组成的系数矩阵具有庞大的维数,求解时间一般要较快速解耦法为长。为此,快速解耦法得到了广泛采用。然而,快速解耦法本身存在着一定弱点,那就是求解的电网线路应具备高 $x/r$ 比值,以满足解耦条件<sup>①</sup>,否则就可能出现发散的情况;而这种高比值,在配电网中通常是不具备的。

为了克服快速解耦法的先天弱点,曾提出过多种解决办法<sup>[2-4]</sup>,其中采用得最为广泛的是串联补偿法和并联补偿法。现将原理介绍如下。

#### A 串联补偿法

设电网中 $i-j$ 支路具有低 $x/r$ 比值(见图2-1a)。为了满足快速解耦法的 $r \ll x$ 条件,可以增加一个虚构节点 $f$ (见图2-1b)。然后在 $i-f$ 支路中增加一个 $+jx_F$ ,使 $i-f$ 支路满足 $(x+x_F) \gg r$ 的条件。同时又在 $f-j$ 支路中增加一个容抗 $-jx_F$ ;这在 $f-j$ 支路中自动满足 $x \gg r$ 的条件。从整体来看, $i-j$ 支路仍具有原来的阻抗值,从而收敛后的解也还是原网络的解。

应当指出:当 $x_F$ 取值过大时,有可能使节点 $f$ 处的电压量值异常,以致其本身就有可能引起收敛性方面的问题。

#### B 并联补偿法

为了避免节点 $f$ 处的电压量值异常,可以采用并联补偿法(见图2-1c)。显然, $i-j$ 支

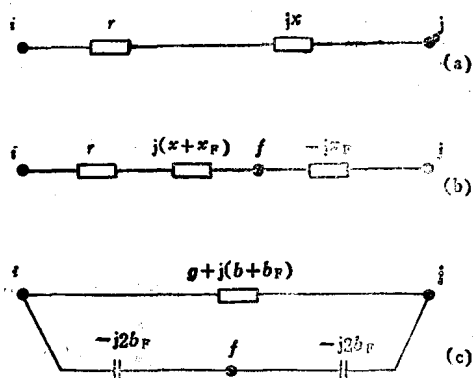


图2-1 低 $x/r$ 比值线路的处理方法,其中(b)为串联补偿,(c)为并联补偿

① 参见式1-33的推导。

路的导纳

$$y_{ij} = g + j(b + b_F) + \frac{1}{\left(\frac{1}{-2jb_F} + \frac{1}{-2jb_F}\right)} = g + jb,$$

即仍为原支路的导纳值。在并联补偿情况下,无论  $b_F$  取值为多少,节点电压  $V_i$  的值总等于两相邻节点  $i$  和  $j$  电压的中间值。

不论是串联补偿法或并联补偿法,收敛速度都受到虚构阻抗或虚构导纳取值的影响;一般都会增加迭代次数。参考文献[2-2]曾对 IEEE 5~118 节点试验系统做了大量计算,认为支路补偿后,若使  $r/x$ (或  $-g/b$ ) 具有 0.9 的比值,将会使两种补偿法具有最佳的收敛特性。但参考文献[2-1]也报道过,在具有很多辐射线路的配电系统中,当取并联补偿值  $-g/b = 1/3$  时,只能减少某些系统解的迭代次数,而不能使原来的不收敛解转变为收敛解。

除此以外,通常的潮流算法,一般只具有一个松弛节点,而这个节点将在解收敛后提供全网的网络损耗。这也就意味着,在收敛前,这个节点将承担每次迭代后,由发电量、负荷量、网损三者不平衡所导致的积累注入误差。

基于以上理由,参考文献[2-3]提出了一个带分布式松弛节点的超解耦潮流算法。它既可以有效地处理低  $x/r$  值的网络,以改善收敛特性;同时,因采用了分布式松弛节点,使得由发电量、负荷以及网络损耗三者引起的不平衡(或失配)功率,将在每次迭代过程中被分配到各有关节点上;而在迭代之后,则将全网网损按规定份额分配到指定的有关节点上。可见这种算法是一种更切合电网实际和运算可靠的潮流计算方法。

## 2.2 数学模型

上节指出:在快速解耦法中,如果遇到具有低  $x/r$  比值线路的电网,就会失去良好的解耦条件而导致难于收敛。超解耦法的实质就是利用旋转算子作用于注入功率偏差变量和节点的电压校正变量上(见式 2-15),使得经此变换后的网络方程式,其支路阻抗看来是完全无功的;也就是说,在变换后的坐标内呈现出高的  $\tilde{x}/\tilde{r}$  比值( $\tilde{x}$ 、 $\tilde{r}$  为变换后的支路电抗和电阻值),从而满足了解耦条件。

算法的列式是以节点注入电流为基础的。对  $n$  个节点电网,有

$$\begin{bmatrix} S_i^* \\ E_i^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a \\ E_i^* \end{bmatrix} S_i^* = [Y][E], \quad (2-1a)$$

或写作

$$[S^* - aS_i^*] = \text{diag}[E_i^*][Y][E]. \quad (2-1b)$$

式中:  $\begin{bmatrix} S_i^* \\ E_i^* \end{bmatrix}$  表示元素为  $\frac{S_i^*}{E_i^*}$  的  $(n \times 1)$  注入电流复向量;  $[S]$  为  $(n \times 1)$  节点注入功率复向量,其元素为  $P_i + jQ_i$ ;  $[E]$  为  $(n \times 1)$  节点电压复向量,其元素为  $E_i = E_{R_i} + jE_{I_i}$ , 下角 R、I 分别表示实部和虚部;  $[a]$  为  $(n \times 1)$  分配向量,其元素为  $a_i \geq 0$ , 并有  $\sum a_i = 1$ , 所有  $a_i$  都是规定值;  $S_i^*$  为不平衡复功率,其物理意义见式 2-3 的讨论; \* 表示共轭值。

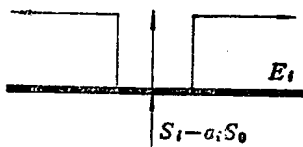


图 2-2 节点的物理量

式 2-1a 的左边代表节点的注入电流;其中  $[a]S_i^*$  表示由分



配向量  $[a]$  将不平衡复功率  $S_0$  按规定份额分配到各节点上的额外功率注入。为此，电网中每一节点的物理量可由图 2-2 表示。

式 2-1a 的右边，则代表由节点  $i$  通过线路流向网络的输出电流。

不平衡复功率  $S_0$  的物理意义解释如后。

用  $[E]^T$  前乘式 2-1a 的复共轭，可得

$$\begin{aligned} [E]^T \left[ \frac{S}{E} \right] &= [E]^T ([Y^*] [E^*]) + [E]^T \left[ \frac{a}{E} \right] S_0 \\ &= [E]^T [I^*] + [E]^T \left[ \frac{a}{E} \right] S_0 \end{aligned} \quad (2-2)$$

或

$$[E_1, E_2, \dots] \begin{bmatrix} \frac{S_1}{E_1} \\ \frac{S_2}{E_2} \\ \vdots \end{bmatrix} = [E_1, E_2, \dots] \begin{bmatrix} I_1^* \\ \vdots \\ I_n^* \end{bmatrix} + [E_1, E_2, \dots] \begin{bmatrix} \frac{a_1}{E_1} \\ \frac{a_2}{E_2} \\ \vdots \end{bmatrix} S_0$$

即

$$S_1 + S_2 + \dots = E_1 I_1^* + E_2 I_2^* + \dots + (a_1 + a_2 + \dots) S_0,$$

或

$$\sum S_i = \sum (E_i I_i^*) + (\sum a_i) S_0 \quad (2-3)$$

式 2-2 中， $[I]$  为自每一节点通过线路流向相邻节点的输出电流列向量。

由式 2-3 可见：等式左边  $\sum S_i$  代表电网中所有节点的规定注入功率（发电量或负荷量）之和，它就是所谓的净注入功率。对于  $n$  个  $PQ$  节点的电网来说，在外网网络损耗时，总发电量应与总负荷量相平衡，即二者之和为 0；而对具有  $PV$  节点的电网来说，在潮流解收敛后，也必然满足这一条件。

式 2-3 等式右边的第一项表示自每个节点流向电网的所有线路功率之和，所以  $\sum (E_i I_i^*)$  就代表电网的总有功损耗和总无功损耗<sup>●</sup>；等式右边第二项，因  $\sum a_i = 1$ ，则得  $S_0$ 。于是，在电网处于迭代收敛后的平衡状态时， $S_0$  应等于总有功、无功损耗的负值。

$S_0$  称为不平衡功率，它被分配向量  $[a]$  分配给有关节点。也就是说：

(1) 在迭代收敛后的平衡状态下，电网的总损耗将由各指定的有关节点共同承担，而不是像一般潮流法那样，仅由一个节点——松弛节点或平衡节点来承担。为此，本算法被称为带分布式平衡节点的潮流算法。

(2) 在迭代进程中， $S_0$  就是发电量、负荷以及网络损耗三者引起的失配功率。它将在解的迭代进程中，按事先规定的分配份额分配到有关的各指定节点上。

除式 2-1a 外，还定义了一个规格化了的平均系统电压  $E_0$ ：

$$E_0(t) = [b(t)]^T [E(t)] \quad (2-4)$$

式中： $t$  表示迭代次数，说明有关变量值随迭代而变化；

$$[b(t)]^T \stackrel{\text{def}}{=} \left[ \frac{a}{V} \right]^T \text{diag} [C_1^*(t)] \quad (2-5)$$

在式 2-5 中， $\left[ \frac{a}{V} \right]$  表示元素为  $\frac{a_i}{V_i}$  的  $(n \times 1)$  列向量； $V_i$  为节点  $i$  电压量值的标称值；例如

● 线路  $i-j$  的损耗为  $\Delta P_{ij} + j\Delta Q_{ij} = (P_{ij} - P_{ji}) + j(Q_{ij} + Q_{ji})$ 。