能量原理与结构分析

J. H. 阿吉里斯 著

科 学 出 版 社

内 容 简 介

本书是在作者曾发表过的一组重要论文的基础上写成的．这些文章总结、推广和统一了关于弹性结构分析的基本能量原理，其形式极为概括．例如，当保持在小挠度理论内时，从一开始就包括了非线性弹性和任意初应变(热应变)的情况；这些文章还十分详尽地发展了复杂结构(例如飞机结构)分析的实用方法，特别是矩阵分析法．本书内容提供了当前广泛应用的有限元素法的理论基础．

本书可供力学工作者，以及航空、造船、机械、建筑等方面的工程技术人员，高等院校有关专业师生参考．

本书由哈尔滨工业大学邵成勋同志翻译，经大连工学院唐立民同志校订．

J. H. Argyris

ENERGY THEOREMS AND
STRUCTURAL ANALYSIS

Butterworths
1960

能量原理与结构分析

J. H. 阿吉里斯 著
邵成勋 译

*

科学出版社出版
北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1978年8月第一版　开本：787×1092 1/32
1978年8月第一次印刷　印张：10
印数：0001—19,600　字数：226,000

统一书号：13031·767
本社书号：1097·13—2

定价：1.25 元

前　　言

本书最初是作为一组论文发表于1954年10月到1955年5月间的《航空工程》(*Aircraft Engineering*)上的．这些文章的目的是双重的．第一，将弹性结构分析的基本能量原理概括、推广而同时也予以统一．虽然相应理论中的很多内容已被应用多年，但就作者知识所及，过去都没有以这样的概括形式给出过．例如，当保持在小挠度理论内时，这些论证从一开始就包括了非线性弹性和任意初应变，例如热应变在内．第一个假设自然地引出最先由恩格赛(Engesser)提出的功和余功的孪生概念．作者曾企图援引这方面的所有有关的和历史上重要的文献．自从本文问世以来，曾经有一些文章发表了，它们都涉及同一命题，而遗憾的是都只有颇不完全的文献表．

第二，作者相当详尽地发展了复杂结构分析的实用方法——特别是供航空工程应用的方法．最重要的贡献是矩阵分析法．因为这种方法只是在引言中粗略地被提及，在这里较详尽地叙述一下它的用途和起源是适宜的．矩阵公式除了提供这样的结构的理论的优美而简洁的表达以外，因为矩阵计算提供的数值计算的系统的顺序，它理想地适用于现代自动计算．数值计算机必需的程序编制被简化了，因为它可以预先编制好，而只要用诸如有关矩阵的位置和大小以及所要进行的运算这样一些简单命令来实现矩阵运算．因而，对于特定问题的专用程序只根据代数分析就可以较快和容易地写出来．

正如这里所发展的，矩阵分析法来自可用于作成象离散元件组合体的结构的两个基本能量原理的特殊形式．一个原理导致以位移作为未知量表达的分析(位移法)，而另一个原理导致以力表达的分析(力法)．除了更清楚地揭示这两个方法的对偶性以外，这个推导还表明连续系统的近似方法[象雷利-李兹（Rayleigh-Ritz）法]和有限组合体的矩阵法间的紧密关系．这在提供确定复杂结构的个体元件基本特性——刚度和柔度——的适当技巧时特别有用，在那些地方，这些元件必须赋予简化的应力或应变模式．

但是，在强调解决这些不同问题的统一方法的优点时，要小心不要向这些方法引入太多与已建立的或经典的方法的实际计算有关的观念．成功地处理未知量的数目以百计的问题的能力使其有必要重新考虑其实用技巧，如果要由现代计算技术得到最大的便利的话．在力法分析中，基本系统和多余力的选择必须主要地决定于简单性和标准化要求，为的是将人工准备数据减至最小程度，并减低误差的机率．

（下略）

关于最近的工作的进一步的参考文献

[1] J. H. Argyris and S. Kelsey. "Structural Analysis by the Matrix Force Method, with Applications to Aircraft Wings". *Wissenschaftliche Gesellschaft fur Luftfahrt, Jahrbuch,* 1956, p. 78.

[2] J. H. Argyris and S. Kelsey. "The Matrix Force Method of Structural Analysis and some New Applications". *Brit. Aeron. Research Council,* R. & M. 3034, February, 1956.

[3] J. H. Argyris. "Die Matrizen-Theorie der Statik". *Ingenieur Archiv,* Vol. 25, No. 3, p. 174, 1957.

[4] J. H. Argyris. "On the Analysis of Complex Elastic Structures". *Applied Mechanics Reviews,* Vol. 11, No. 7, 1958.

[5] J. H. Argyris and S. Kelsey. "Note on the Theory of Aircraft Structures". *Zeitschrift fur Flugwissenschaften,* Vol. 7, No.

3, 1959.

[6] J. H. Argyris and S. Kelsey. "The Analysis of Fuselages of Arbitrary Cross-Section and Taper". *Aircraft Engineering*, Vol. XXXI, No. 361, p. 62; No. 362, p. 101; No. 363, p. 133; No. 364, p. 169; No. 365, p. 192; No. 366, p. 244; No. 367, p. 272; 1959. (To be published in book form by Butterworths Scientific Publications.)

• ▼ •

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

目　　录

第一部分　一般理论

J. H. 阿吉里斯

1. 引言

航空结构的日益增加的复杂性和适用于它们的分析的许多精确或近似方法,要求对整个问题有一个整体的观点,这不仅是为了简化它们的应用,而且还为了发现某些更普遍的真理和方法.还有另外一些要求更深入讨论基本理论的理由.我们只指出对温度应力的日益注意和非线性效应的重要性的现实意义. 鉴于所有这些方面,提出一个统一的分析方法的想法就更为必要了.

在本文中,我们打算发展一个以两个基本能量原理为基础的确定弹性结构内的应力和变形的广泛系统. 虽然所给理论中的大部分自然曾是多年来所熟知的,我们相信有些原理和结论的普遍化是新的.所研究的载荷系统是任意性质的,并且从一开始就包括了温度或其他初应变的效应. 我们并没有把我们自己局限于服从虎克定律的弹性体,而是考虑纯弹性非线性应力应变规律. 这在目前可能还不十分重要,但在将来可能会获得广泛应用. 这组论文不涉及稳定性问题,关于大挠度理论的任何其他考虑一般也略去了.这样,目的是在小挠度理论范围内考虑不需要服从线性应力应变规律并在任意载荷和温度分布下的弹性体内的应力和变形. 动力效应从开始就未考虑,因此,目前假设载荷和温度是准静态型的. 当

研究热应变效应时，我们应当严格地把分析放在热力学考虑的基础上．然而，这些在这里只是稍稍触及而已．

像在所有理论文章中一样，我们由讨论精确含义和由原始假设导出的方程开始，但是，在这里我们并不把自己局限于这方面．相反，我们对于以功和应变能的物理概念为基础的近似分析方法给以密切注意．特别是我们企图给出结构的总体特性，诸如刚度的上限和下限．没有打算估计任何特定点的应力和变形的误差．

这组论文最早起源于作者从 1949 年到 1950 年在伦敦大学帝国学院所作的讲学[12][13]．自然，本文的范围已经超出了在校学生学习的窄小概念，但是分析的基础应该是从那个时间算起的．在这里宜于指出，某些基本思想是起源于恩格赛[2]，可惜的是他似乎是没有把它们继续下去．当然，我们要提及功和余功这两个彼此互相补充的概念．如果我们考虑一个普通的载荷位移图，那么甚至我们把自己局限于小位移，这也可以是曲线的，如果材料服从非线性应力应变规律的话．功是位移轴与曲线间的面积，而余功是包括在力轴和曲线间的面积．这样，这两个面积在一个矩形面积(力)×(位移)内彼此互余，矩形面积应是当最后的力从位移开始就以其全强度作用时所做的功．自然，在物体服从虎克定律的情况中，这两个互余面积是相等的，但是为了分析的目的把它们保持分开仍是有用的．由于写关于这个题目的前一篇论文[12]，作者曾有幸求教了铁摩辛柯(S. Timoshenko)的最近的一本极有趣味的书[9]．那里引证了韦斯特加德（Westergarrd）的著作[11]，他确实曾进一步发展了恩格赛的基本想法，但不是建立在像这里这样十分普遍的基础上．因为本文着重刻画近似方法，所以应该引证普拉格(Prager)和辛格(Synge)的著作．他们也打算系统地发展应变能上、下限的确定，然而把他们自己局限于虎克

定律并且不包括温度效应．而且，虽然他们的结果中的大部分是与已有观念相同的，他们却蔽之以工程师们所不太熟悉的语言．关于过去作者们的著作的这一讨论，给我们提出了几点，现愿予以陈述．在很多当代的结构分析中，似乎有一个不幸的倾向，即过分强调了某些分析静不定结构的方法而忽略了已经应用了多年的更有用的思想．这特别是指卡斯提梁诺(Castigliano)原理，它是如此经常地不仅在理论上而且从实际计算方法上被当作所有考虑的基础．按照我们的意见，这是个不幸，虽然所有方法自然导致同一结果，如果根据同样假设的话．例如，如果我们选力作为多余量，那么得出确定它们的基本方程的最好方法是早已建立的以单位载荷法为基础的莫勒-布莱斯劳(Mueller-Breslau)的 δ_{ik} 法．事实上，为了这个目的，我们甚至不需要应变能的概念．我们全部所需的是像在刚体力学中所用的功和运动学的概念．由这样的概念，我们可以不必讨扰应变能而直接写下我们的含未知量的方程．这些方法在过去六十年曾为土木工程师所采用，而肯定已经是我们把它们作为标准分析工具采用于航空界的时候了．实际上，这些基本原理远远回溯到莫勒-布莱斯劳以前，事实上已经由马克斯威尔(Maxwell)[4]和莫尔(Mohr)[5]在大约一百年前就独立地发展了．δ_{ik} 法在应力蒙皮结构内的第一个系统应用是在艾勃纳(Ebner)的经典研究中给出的[1)]．十分遗憾的是，这个明晰的著作过去却被看做是含混的而只偶被提及，缺乏理解，无疑地至少部分地由于集中于卡斯提梁诺法而引起的对静不定结构的过分狭隘的理解．但是，卡斯提梁诺公式的局限性终于因为计算高次静不定系统的要求而在航空范围内

1) 见例如 H. Ebner 和 H. Koellar, "Zur Berechnung des Kraftverlaufes in versteiften Zylinderschalen". *Luftfahrtforschung*, Vol. 14. No. 12, December 1937.

日益被认识到了. 自然，已经提出的其他不同方法的绝大部分实际上不过是莫勒-布莱斯劳和艾伯纳技巧的翻版.

我们在第3节内的研究是从讨论具有温度效应和非线性应力应变规律的功和余功开始的. 有了这些基本知识，我们在第四节开始讨论标准的虚位移或虚功原理. 这些非常类似于刚体力学中通用的原理. 这样，我们考虑一个平衡状态，把虚位移加于其上，从而发展出经典的虚功原理，它当然代替平衡方程.由于虚位移是运动学可能的位移，这个原理是由固有的协调性假设出发去寻求平衡的必要和充分条件.当然，都知道这个原理也适用于大位移，但这里我们略去这个方面. 然而，温度效应和任意弹性规律是被考虑了，只要后者是单调增长的. 建立了这个原理以后，我们很容易推导出一些重要原理和应用.

首先，虚位移原理总可用来推导出对于任何特定结构问题的以位移表达的控制微分方程和相当的静力学边界条件. 然而，一般说，不推荐用这个方法代替考虑平衡和弹性协调的推导.

其次，虚功原理被用以推导推广到热效应的卡斯提梁诺第一定理.如所周知，这个原理不仅适用于非线性应力应变规律，也适用于大位移.我们论证的思路自然地把我们引导到在固定的一组位移和给定的温度分布下的应变能极小原理. 这个原理也适用于非线性应力应变关系，并且对以假定形式的位移表达的近似计算有很大意义.它告诉我们，当协调状态也是一个平衡状态时，对给定的一组位移，应变能为极小；另一方面，在同样条件下，对于给定的一组力则为极大.这些原理，首先是雷利（Rayleigh）在七十五年以前对线性弹性体发展出来的.它们被表明也适用于有热应变和非线性弹性.在这一章的其余部分，我们更详细地讨论应用雷利-李兹(Rayleigh-Ritz)

法的近似分析方法，在这样的应用中，虚位移原理表现了它的最大的威力．通常称为迦辽金(Galerkin)法的雷利-李兹法的特殊形式也被讨论了．当所设的变形满足所有边界条件时，它是很重要的．所提各法也适用于有热应变和非线性应力应变规律的情况．然后，在第5节给出虚位移法的简单说明．

第二个基本原理在第6节里被发展了．我们称之为虚力或虚余功原理．这里我们考虑一个平衡状态，应用静力相容的无穷小的虚力和应力系统，并利用余功概念求得第二个原理．这是一个平衡位置同时也是弹性协调位置的必要和充分条件．这个原理也可以用以推导任何特定问题的微分方程，这时是以应力或应力合力表达的．而且我们关于在虚位移情况下的平行方法的评论这里同样地适用．由于更多物理上和几何上的理由，它永不能被用作代用品．

再次，我们推导出实质上是卡斯提梁诺第二定理的推广．和通常信念相反，这个原理也适用于非线性应力应变关系，只要我们用应变余能代替应变能，应变余能是按余功一样的方法定义的．它被推广到包括温度效应．然后，我们进行卡斯提梁诺的应变能极小(或最小功)原理在非线性应力应变规律和热应变下的推广．由此得出一些有趣的发展，并且以和在虚位移法下发展的那些原理互为补充的极大和极小原理的形式给出．它们在过去似乎没有以这种形式给出过，并为近似方法提供了一个有用的背景．它们向我们表明，任何假定的静力相当的应力分布必定总是低估了刚度．这对实用目的是极有价值的，它恰恰和假设位移分布的效果相反，后者经常高估了刚度．这两者结合起来，给了我们关于结构总体特性，诸如刚度的上、下限．在这一节中我们也讨论了单位载荷法，正如前面所说过的，它为计算位移和多余力的最方便的方法之一提供了基础．已证明它可以用于具有非线性应力应变规律的物

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

体．在第 7 节对于虚力原理作了一些简单说明．

在最后一节，我们发展了关于莫勒-布莱斯劳的 δ_{ik} 法的略为概括一些的方式．这些方程本身不难以矩阵形式来表示．然后，我们得出了当引入位移而不是力作为未知量的相应的方程．

关于数学的说明

本书所用到的数学，一般说来是初等的，是任何大学毕业生都应当熟悉的．我们已经避免了变分法的更为形式的应用，因为对于在物理上更感兴趣的人们来说这可能是特别枯燥无味的．第 3 节以及第 4，6 节的某些部分在开始时学生们可能会有些困难．但是，为了理解基本思想，可以用一些简单的例子（例如框架）来代替本书所给出的必要的比较普遍的证明．

这组论文的后几部分将介绍关于这里所发展的方法的一些应用．

2. 基本方程和符号

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	单位体积的体积力（如重力）	平行于一个笛卡尔坐标系 Ox，Oy，Oz（见图 1 和 2）．
ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z	单位表面的表面力	
l, m, n	表面外法线的方向余弦	
u, v, w	位移	

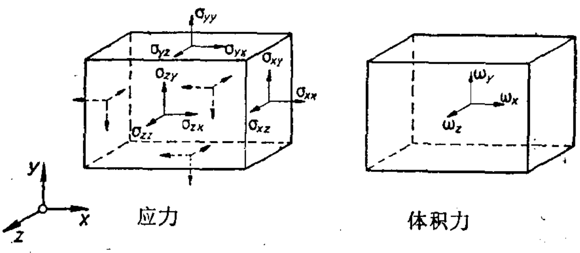

图 1．应力和体积力

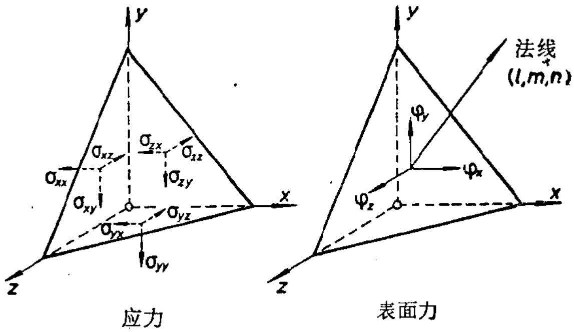

图 2. 应力和表面力

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ 正应力

$\sigma_{xy} = \sigma_{yx}, \sigma_{yz} = \sigma_{zy}, \sigma_{zx} = \sigma_{xz}$ 剪应力

} 如图 1 和 2 所示.

$$\left.\begin{aligned}
&\gamma_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x},\ \gamma_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y},\ \gamma_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad \text{总正应变}\\
&\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x},\ \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y},\\
&\gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \qquad\qquad \text{总剪应变}\\
&g = \gamma_{xx} + \gamma_{yy} + \gamma_{zz}
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

$\eta_{xx}, \eta_{yy}, \eta_{zz}$ 初正应变(如热应变)

$\eta_{xy}, \eta_{yz}, \eta_{zx}$ 初剪应变

$$\left.\begin{aligned}
&\varepsilon_{xx} = \gamma_{xx} - \eta_{xx} \ \text{等} \quad \text{弹性正应变}\\
&\varepsilon_{xy} = \gamma_{xy} - \eta_{xy} \ \text{等} \quad \text{弹性剪应变}\\
&e = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

$dV = dxdydz$ 体积元素

dS 表面元素

α 线性热膨胀系数(可随温度 Θ 变化)

Θ 温度升高

$$\left.\begin{array}{ll} E & \text{杨氏(Young)模量}\\ G & \text{剪切模量}\\ \mu & \text{波桑(Poisson)比}\end{array}\right\}\text{可随}\,\Theta\,\text{变化}$$

$$\begin{aligned}\sigma\gamma = {} & \sigma_{xx}\gamma_{xx} + \sigma_{yy}\gamma_{yy} + \sigma_{zz}\gamma_{zz} + \sigma_{xy}\gamma_{xy} \\ & + \sigma_{yz}\gamma_{yz} + \sigma_{zx}\gamma_{zx}\end{aligned} \tag{3}$$

$\sigma\eta$ 和 $\sigma\varepsilon$ 的相应的简洁表达式可以分别用 η_{xx} 等和 ε_{xx} 等代替 γ_{xx} 等得出

W　　外力功

$U_e = -W +$ 常数　　外力位(能)

U_i　　应变能(或弹性变形位能)

W^*, U_e^*, U_i^*　　余功,外力余位能和弹性变形余位能

U_d^*　　总变形余位能

由一个微元 $dV = dxdydz$ 的平衡考虑,图 3 说明 x 方向

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \dfrac{\partial\sigma_{yx}}{\partial y} + \dfrac{\partial\sigma_{zx}}{\partial z} + \omega_x = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y} + \dfrac{\partial\sigma_{zy}}{\partial z} + \dfrac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x} + \omega_y = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} + \dfrac{\partial\sigma_{xz}}{\partial x} + \dfrac{\partial\sigma_{yz}}{\partial y} + \omega_z = 0 \end{array}\right\} \tag{4}$$

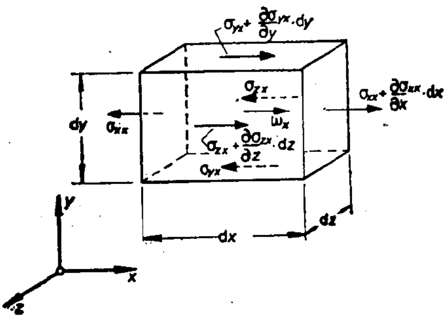

图 3. 内部平衡条件

由表面上的平衡考虑（见图 2）

$$\left.\begin{array}{l} l\sigma_{xx} + m\sigma_{yx} + n\sigma_{zx} = \phi_x \\ m\sigma_{yy} + n\sigma_{zy} + l\sigma_{xy} = \phi_y \\ n\sigma_{zz} + l\sigma_{xz} + m\sigma_{yz} = \phi_z \end{array}\right\} \tag{5}$$

在部分表面上，边界条件可能以应力或力表达(静力学边界条件)而在其余部分可能以位移或应变表达(运动学或几何的边界条件). 自然，在表面的同一部分上边界条件可以是这两种类型都有. 例如，考虑图 4 的壳. 假设在根部($z = 0$)完全固持，在端部 ($z = l$) 自由. 在 $z = l$ 和 $z = 0$ 处，假设肋在自身平面内刚硬，但在自身平面外自由柔软的挠曲. 边界条件是： 在 $z = 0$ 处 $u = v = w = 0$，即纯运动学边界条件；而在 $z = l$ 处，$\sigma_{zz} = 0$，对于垂直壁 $\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_{z=l} = 0$，和对于水平壁 $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{z=l} = 0$，即同时有静力学和运动学边界条件.

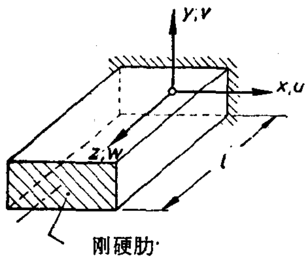

图 4. 运动学和静力学边界条件

表示结构的几何特性（例如坐标、面积、体积)的无穷小元素，我们用标准符号 d.

表示力、应力、位移、应变和功的无穷小增量，我们用符号 δ.

这样，dV = 无穷小的体积元素 $= dxdydz$，δP 是力 P 的无穷小增量.

符号 $\int_V(\cdots\cdots)dV$，$\int_S(\cdots\cdots)dS$ 分别指遍及体积和表面的积分.

本文中的基本原理中的某些的正规证明可以因利用格林

(Green)[1] 定理而缩短．令 ϕ 和 ψ 是两个连续函数，并设 ϕ 的一阶偏导数和 ψ 的第一、第二阶偏导数也连续．格林定理说：

$$\int_V \left[\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial x}+\frac{\partial\phi}{\partial y}\frac{\partial\psi}{\partial y}+\frac{\partial\phi}{\partial z}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right]dV$$

$$=-\int_V \phi\Delta\psi dV+\int_S \phi\left[l\frac{\partial\psi}{\partial x}\right.$$

$$\left.+m\frac{\partial\psi}{\partial y}+n\frac{\partial\psi}{\partial z}\right]dS \tag{6}$$

其中

$$\Delta\psi=\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$$

而 l, m, n 是表面上的方向余弦．

这个定理可以由分部积分证明．

应用举例：

取 $\phi=\sigma_{xx}$，$\dfrac{\partial\psi}{\partial x}=\delta u$，$\dfrac{\partial\psi}{\partial y}=\dfrac{\partial\psi}{\partial z}=0$，则

$$\int_V \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}\delta u\cdot dV=-\int_V \sigma_{xx}\delta\gamma_{xx}dV+\int_S l\sigma_{xx}\cdot\delta U dS$$

其中，$\delta\gamma_{xx}=\delta\dfrac{\partial u}{\partial x}=\dfrac{\partial}{\partial x}\delta u$ 是应变 γ_{xx} 对应于 δu 的增量．

类似地取 $\phi=\sigma_{xy}$，$\dfrac{\partial\psi}{\partial x}=\delta v$，$\dfrac{\partial\psi}{\partial y}=\delta u$，$\dfrac{\partial\psi}{\partial z}=0$

则

$$\int_V \left[\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x}\delta v+\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y}\delta u\right]dV$$

$$=-\int_V \sigma_{xy}\delta\gamma_{xy}dV+\int_S \sigma_{xy}[m\delta u+l\delta v]dS$$

1) 见 Courant, *Differential and Integral Calculus*, Vol. 2.

其中

$$\delta\gamma_{xy}=\delta\left[\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right]=\frac{\partial\delta u}{\partial y}+\frac{\partial\delta v}{\partial x}$$

注意,虽然格林定理对于目前理论的数学理解是有帮助的,但对物理上的理解实不必需；对于这些积分计算方面不熟悉的读者,可以略去有关的部分.

3. 功和余功——应变能和应变余能

本文的分析限于小应变，它可以用符号中给出的线性公式表达.这样的位移和相应的应变显然是(代数)可迭加的.这样，如果 u_1, γ_1 和 u_2, γ_2 分别是变形后状态 1 和 2 的位移和应变，那么 u_1+u_2, $\gamma_1+\gamma_2$ 也表示物体变形的一个协调状态. 但是我们的假设并没有置于线性应力应变关系上;因此如果 P_1, σ_1 和 P_2, σ_2 是对应于物体的上面两个变形状态的力和应力，则相应于变形后状态 u_1+u_2 的力和应力并不是 P_1+P_2和$\sigma_1+\sigma_2$,除非是在线性弹性体的情况. 但是,在所有情况中，应力应变规律是设为单调增长的,如图 5 所示. 总之,我们可以说,假设迭加原理对于应变和位移是适用的,对于应力则不一定.

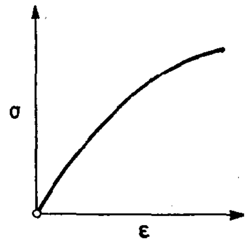

图 5. 应力应变图

一般说来,我们还假设位移是如此之小,平衡条件可以对未变形物体写出. 这就是说,平衡的稳定性和不稳定性问题不在本文分析之内,所以每一个问题都有唯一解.

考虑一个处于平衡的三维可变形体,（不必需是弹性的）受有体积力 ω_x 等,表面力 ϕ_x 等自身平衡系统和温度 Θ 作用.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com