

324
V. 巴杰 M. 奥尔森 著

经典力学新编

科学出版社

52.1
139

经典力学新编

V. 巴杰 M. 奥尔森 著

孙国锐 译

吕茂烈 校



科学出版社

1981

√100220

内 容 简 介

本书论述了经典力学的一般理论,并列举了许多示例。

本书的特点是在书的较前部分就引入了拉格朗日方程,每章末还附有习题,可供练习用。

2F64/18
V. Batger M. Olssen

CLASSICAL MECHANICS: A MODERN PERSPECTIVE

McGraw-Hill, 1973

经 典 力 学 新 编

V. 巴杰 M. 奥尔森 著

孙国银 译

吕茂烈 校

责任编辑 李成香

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1981 年 9 月第 一 版 开本: 787×1092 1/32

1981 年 9 月第一次印刷 印张: 9 3/4

印数: 0001—8,050

字数: 221,000

统一书号: 13031·1639

本社书号: 2247·13—2

定价: 1.50 元

序 言

学习经典力学特别能使我们对日常现象的物理本质有深入的理解。因此希望有一本中级力学教科书能适合于专修物理和其它科目的学生使用。本书想由讲解一些具有广泛通俗意义的课题来达到这个基本目的。我们试图通过把力学原理反复应用于诸如体育运动、海鸥、飞去来器、卫星和潮汐这样一些不同的课题，来发展物理的直观能力以及运用数学方法的熟练技巧。

这本教科书是为将大学三、四年级水平的理论力学课程集中于一学期讲授而编写的。假定读者已具有普通物理学、微积分和微分方程等知识。每章末给出的一些习题用以说明课文中所讲的方法并进一步激发学生对力学的兴趣。熟练掌握解题技巧对力学课程来说是一个基本的要求，所以书中给出了一些容易的题目，以使學生得到广泛的实际锻炼。

本书的讲法与一般力学教本有一个主要的不同点，即在课程的较前阶段(第二章末)就引入拉格朗日运动方程。按照通常的内容安排，在一学期课中要在接近末了才提出拉格朗日方程，而学生很少能在拉格朗日方法的应用方面达到应有的熟练程度。我们这样安排内容，能鼓励学生直接应用牛顿定律和拉格朗日方程去求解以后各章的习题，从而他们将能同时熟练掌握这两种方法。

从我们的经验看，这本书的大约 85% 的内容可以在每周讲课三小时在一个十五周的学期内讲完。大部分学生每周还要参加自由选择的讨论会，讨论所指定的家庭作业的解。在

讲课材料的取舍方面，可以有选择地略去下面诸节而不失内容的连贯性：2-9, 2-10, 2-12, 4-3, 4-6, 5-11, 6-4, 6-11, 6-12, 6-13。第七章的最后三节可以看时间是否允许而决定讲或不讲。由于在一学期时间内可学的各种力学课题的数目必须加以限制，所以我们没有把关于材料力学、连续介质力学和相对论的章节写进去。

第一章包括一维情形的一些新的应用，涉及在阻力赛车、空中俯冲和射箭运动中的摩擦力、引力与谐和力。对受有阻力和驱动力的简谐振子，也给予了应有的注意。第二、三、四章的内容是围绕能量、动量、角动量等基本守恒定律而组织的。在第二章里，作为能量守恒定律的应用，计算了脱离地球引力作用所需的最小速度。在第三章讲变质量问题的这一节，采用了阿波罗月球火箭作为一个具体的例子。在质心坐标系和实验室坐标系中讨论了台球的碰撞，以便熟悉动量守恒方法。在台球离开圆柱形管子沿给定方向弹跳的概率分布计算中，引入了微分横截面的概念。在第四章用两种不同方法导出了行星运动的轨道。由开普勒定律确定了计划中的美国国家航空和宇宙航行局(NASA)气象卫星的运行周期。作为有心力问题的例子，讨论了借助引力加速轨道进行太阳系深空遨游的未来远景。第四章的最后一节导出了关于卢瑟福散射的微分横截面。

第五章里分析刚体运动时，用陀螺效应说明了飞去来器的返回。给出了台球的“回抽式”和“随动式”击射法以及“超(弹性)球”的动作，这些是刚体转动的引人入胜的例子。第六章讲述运动定律在动坐标系中的应用。说明了在各种实际情况离心力和哥氏力的有关问题。用几节篇幅讲了旋转陀螺的运动，最后分析了有趣的玩具陀螺的翻转运动。

第七章开头证明了点质量对球形对称物体的引力作用是

• v •

和物体质量好象集中于球心时一样。此后进而计算了太阳和月球所引起的地球上的潮汐。作为拉格朗日方法在引力问题方面的有效应用，讨论了绕地球运行卫星的自动姿态稳定的技术问题。在第七章较深的几节讨论了扁圆地球的引力场和形状。

V. 巴 杰

M. 奥尔森

目 录

序言.....	iv
第一章 基本理论和方法.....	1
1-1 牛顿理论	1
1-2 相互作用	3
1-3 阻力赛车: 摩擦力	6
1-4 跳伞运动: 粘滞力	8
1-5 射箭术: 弹簧力	12
1-6 求解方法	13
1-7 简谐振子	15
1-8 阻尼谐振动	18
1-9 有阻尼的受迫振子: 共振	25
第二章 能量守恒.....	32
2-1 位能	32
2-2 引力逃逸	34
2-3 微振动	35
2-4 三维运动: 矢量表示法	39
2-5 三维情况的保守力	51
2-6 在平面内的运动	56
2-7 拉格朗日方程	58
2-8 单摆	65
2-9 具有有限位移的摆	69
2-10 具有振动支承的摆	71
2-11 耦合的简谐振子	73
2-12 哈密顿 (Hamilton) 方程	78
第三章 动量守恒.....	87

3-1	火箭运动	87
3-2	参考系	93
3-3	弹性碰撞: 实验室参考系和质量中心参考系	95
3-4	台球的碰撞	102
3-5	非弹性碰撞	104
3-6	散射横截面	106
第四章	角动量守恒	112
4-1	有心力	112
4-2	行星运动	120
4-3	偏心率矢量	125
4-4	开普勒定律	127
4-5	卫星与航天器	129
4-6	诸外行星的漫游	132
4-7	卢瑟福 (Rutherford) 散射	147
第五章	质点系与刚体	157
5-1	质量中心和二体问题	157
5-2	角运动方程	162
5-3	刚体: 静平衡	164
5-4	刚体的转动	167
5-5	陀螺效应	171
5-6	飞去来器	173
5-7	惯性矩和惯性积	181
5-8	单轴转动	184
5-9	惯性矩的计算	185
5-10	冲量与台球击射	189
5-11	超(弹性)球的反跳	193
第六章	有加速度的坐标系	204
6-1	向动坐标系的变换	204
6-2	假想力	207
6-3	地球的运动	212

6-4	佛科摆	217
6-5	刚体的动平衡	222
6-6	主轴和欧拉方程	226
6-7	网球拍定理	230
6-8	地球作为一个自由对称陀螺	236
6-9	自由对称陀螺: 外部观察者	239
6-10	有重力的自旋陀螺	243
6-11	陀螺的旋滚	251
6-12	滑动陀螺: 升起和入定	255
6-13	玩具陀螺	259
第七章	万有引力	265
7-1	球体的引力	265
7-2	潮汐	269
7-3	轨道卫星的自动姿态稳定	278
7-4	地球的引力场	285
7-5	地球的形状	291
附录 A	数据表、常数和单位	295
A-1	太阳和地球数据	295
A-2	月球数据	295
A-3	诸行星的特征数据	296
A-4	一些物理常数	297
A-5	一些数值常数	297
A-6	换算系数	298
A-7	单位名称	300
附录 B	习题选答	301

100220

第一章 基本理论和方法

经典力学是全部科学中最令人满意的研究科目之一。为了理解并识别世界上的各种事物,无论是寻常的或是神秘的,掌握关于力学原理的某些知识是必要的。在今天,为了进行并丰富日常生活,每个人都需要知道力学。

经典力学的表述,作为由经验观察得到的物理理论的第一个数学抽象,标志着人类才智和技术史上的一个伟大的里程碑。这个无与伦比的成就当然应归功于牛顿(Newton, 1642—1720)。他自己曾谦虚地承认,如果说他能比别人看得更远,这“是因为站在巨人肩上。”但拉普拉斯(Laplace)却把牛顿的成就说成是人类历史上个人智慧果实的最高体现。

牛顿把他对各种物理现象的解释以紧凑的数学理论转述出来。三个世纪以来的经验表明,日常生活领域中的一切力学过程都可以由牛顿理论得到理解。他的一些简单假说现在已经上升到定律的崇高地位,而这些定律就是我们讲述这一学科的出发点。

1-1 牛 顿 理 论

牛顿的力学理论通常被陈述为三个定律。根据第一定律,质点的匀速运动会继续下去,除非有一个力作用于它。第一定律是一个基本的观测结果,亦即自一类被称为惯性参考系的坐标系来观察,物理现象就比较简单了。我们不能够定义一个惯性参考系,而只能说它就是牛顿定律得以成立的参

考系。但是，一旦找到了(或设想出了)这样一个参考系，那末所有的其它惯性参考系都相对于前者作匀速直线(亦即无加速的)运动。固定在地球表面上的坐标系并不是惯性参考系，因为有地球自转所产生的加速度以及它绕太阳运动的加速度。然而就许多目的来说，把固定在地球表面上的坐标系看作惯性参考系却是足够精确的近似。的确，牛顿自己就是在地球上发现了自然界的真实定律！

牛顿理论的精华包含在第二定律中，它可表达为：质点动量随时间的变化率等于作用于质点的力，

$$F = \frac{dp}{dt} \quad (1-1)$$

这里动量 p 由该质点质量与速度的乘积给出

$$p = mv \quad (1-2)$$

第二定律给出了力的定义。第二定律的物理内容取决于作为位置和速度之函数的力的经验形式。式(1-1)中的力可以是 x , v 和 t 的函数，故

$$F(x, v, t) = \frac{dp}{dt} = m \frac{dv}{dt}$$

是一个微分方程。虽然牛顿定律可以应用于任何总是能对力加以定义的情况，但仅是很少数有意义的实际问题才导致有简单数学解的力规律。通过足够精确的近似形式把真实的力规律近似地表示出来，这是本书要讲的技巧之一。但是，在今天这个数字计算机的时代，我们可以用强有力的数值积分法处理非常复杂的力规律。

在 $F = 0$ 的特殊情况，式(1-1)的积分给出 $p = \text{常数}$ ，这与第一定律完全一致。式(1-1)中第二定律的更熟悉的表达式是

$$F = ma \quad (1-3)$$

其中 $a = \frac{dv}{dt}$ 是加速度。

第三定律的表述是：如果质点 A 受到来自质点 B 的力作用，那末与此同时 B 质点也受到一个大小相等但方向相反的力。这个定律是极其有用的，特别是在处理刚体运动时，但它的适用范围并不如前两个定律那样普遍。当质点间的相互作用是电磁力时，第三定律就失去效用。

宏观现象能够用这样一组简单的数学定律加以解释，这是一个突出的事实。正如将要看到的，有些问题的数学解可能是复杂的；然而物理基础却是式 (1-1)。当然，还有很多物理性质，即有关特殊种类相互作用的力规律，要加到式 (1-1) 里去。

1-2 相 互 作 用

引力和电磁力确定了我们的整个生活条件。开普勒 (Kepler) 从现象学上由我们太阳系的行星和卫星的运动得到了许多数据，牛顿通过对这些数据的研究，推出了下列引力定律

$$F = - \frac{GM_1M_2}{r^2} \quad (1-4)$$

在质量 M_1 和 M_2 之间的力正比于这两质量的乘积而反比于它们之间距离的平方。式 (1-4) 中的负号表示质量间的吸引作用。牛顿曾提出，引力定律是普遍适用的，作用在地球上的力与天体之间的力相同。可以在实验室内通过对两质量间的力作精细的实验测量来证实引力定律的普遍适用性，并确定引力常数 G 。 G 的值是

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ 米}^3/(\text{千克})(\text{秒}^2) \quad (1-5)$$

作用于地面上物体的主要引力是来自地球的吸引作用。由球

形对称物体作用在点质量上的引力，是和该物体的全部质量好象集中在它的中心时一样，对此牛顿在他发明微积分时已给出了严格的证明。在第七章，我们将给出这一结论的证明。对于地面上质量为 m 的物体，式(1-4)中的力定律写成

$$F = -m \frac{M_e G}{R_e^2} = -mg \quad (1-6)$$

这里 g 是重力加速度，

$$g = 9.8 \text{ 米/秒}^2$$

在式(1-6)中地球质量和地球半径的值是

$$R_e = 6371 \text{ 公里}, \quad M_e = 5.97 \times 10^{24} \text{ 千克}$$

由于地球半径大，所以式(1-6)以适当的精确度给出了作用在地球表面和大气层顶部之间(≈ 200 公里以上)任何一处物体上的引力。因此，在地球上的许多应用中，可以把引力随位置的变化忽略不计。

两个电荷 e_1 和 e_2 之间的库仑(Coulomb)静电力的规律在形式上类似于式(1-4)中的引力定律。

$$F = \frac{e_1 e_2}{r^2} \quad (1-7)$$

如果电荷符号相反，这个力是吸引力；若符号相同则为斥力。

另一个具有广泛适用范围的力是弹簧力，它遵循虎克定律，可表示为

$$F = -kx \quad (1-8)$$

这里 k 是弹簧常数，它依赖于弹簧的性能； x 是弹簧由其松弛位置算起的伸长量。在许多实际情况下，例如当原来处于平衡的材料发生拉伸和弯曲时，这个特殊的力规律是一个精确的近似。

在由其它一些力引起的阻尼运动或减速运动中，摩擦力起着决定性的作用。两个固体表面间的静摩擦力是

$$|f| \leq \mu_s N \quad (1-9)$$

力 f 的作用是要阻止滑动。 N 是使两表面相接触的垂直力（法向力）， μ_s 是与材料有关的系数。式(1-9)是关于摩擦力的一个近似公式，它是由经验观测导出的。使物体滑移运动减速的摩擦力由下式给出：

$$f = -\mu_k N$$

可以观察到，在速度不是太大也不是太小的情形下，这个力几乎与运动的速度无关。对于给定的一对表面来说，动摩擦系数 μ_k 小于静摩擦系数 μ_s 。

描述固体穿过液体或气体而运动时的摩擦定律往往由于湍流效应而复杂起来。但是，在速度足够小时，近似式

$$f = -bv \quad (1-10)$$

成立，其中 b 是常数。对于速度更高、但仍属亚音速的情况，摩擦力规律

$$f = -cv^2 \quad (1-11)$$

是近似于正确的。作用在螺旋桨推进式飞机上的阻力明显地可以用一个常数乘速度的平方来表示。

由外部施加的力可能采取各种各样的形式。在明显地与时间相关的那些力当中，象

$$F = F_0 \cos \omega t \quad (1-12)$$

这样按正弦规律变化的作用力，在实际情况中是常常遇到的。

在一般情况下，力可能是与位置、速度及时间都相关的

$$F = F(x, v, t) \quad (1-13)$$

最有意义并且又易于求解的例子是作用力仅仅依赖于上述三个变量中一个的情形，这正是下面三节要举例说明的。

1-3 阻力赛车：摩擦力

许多有意义的工程问题可以直接应用牛顿定律来解决。作为一个例子,假定我们想设计一辆阻力赛车,使它能在由静止发动时,获得可能的最大加速度。我们假定赛车的发动机能够施加任意大的转矩于后轮,而我们的问题是要确定赛车的最佳重量分布。必须考虑的作用于赛车的外力有(1)重力;(2)轮子上支持赛车的法向力;(3)摩擦力;它和后主动轮的滚动趋向相反。图 1-1 中给出了表示各种外力的草图。重力

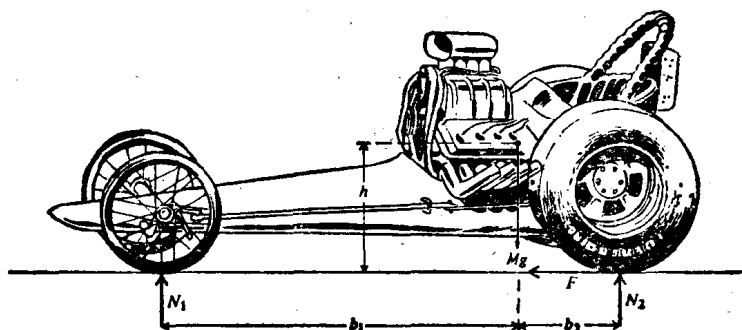


图 1-1 作用在阻力赛车上的力

Mg 的作用是和整个重量好象集中在质量中心时一样。这是一个熟知的事实,在第五章将证明这一点。由于赛车在铅直方向是平衡的,铅直方向外力的和必定等于零。

$$N_1 + N_2 - Mg = 0 \quad (1-14)$$

N_1 和 N_2 必定都是正的。因为没有任何绕质心的转动,这又加上了另外的平衡要求。关于角平衡,牛顿定律的表达式是:对于质心的力矩的和必须等于零,

$$N_2 b_2 - N_1 b_1 - F h = 0 \quad (1-15)$$

对于水平方向的运动,我们应用牛顿第二定律,

$$F = Ma \quad (1-16)$$

记住：摩擦力 F 局限于范围

$$F \leq \mu N_2 \quad (1-17)$$

而最大摩擦力出现在赛车轮胎刚开始相对于阻力跑道发生滑动的时候。赛车设计所必需的全部知识都包含在上面的四个方程里。最大初始加速度的设计准则要求式 (1-16) 中的摩擦力最大，即 $F = \mu N_2$ ，并且 N_2 达到它的最大值。按照式 (1-14)，在 $N_1 = 0$ 时得到最大值 $N_2 = Mg$ ；亦即，赛车要完全由后轮来支持。于是，可能有的最大加速度是

$$a_{\max} = \frac{\mu(N_2)_{\max}}{M} = \mu g \quad (1-18)$$

为实现这一点，由式 (1-15) 知，设计要是

$$Mgb_2 = Ma_{\max}h = M\mu gh$$

或

$$b_2 = \mu h \quad (1-19)$$

可见，在设计中赛车的质量不是一个重要的因素。在正规的跑道条件下摩擦系数 μ 大约是 1。所以，赛车可以获得大约 9.8 米/秒² 的加速度，这要求把赛车设计成使它的质心超出跑道的高度大约等于质心在后轴前方的距离。在实际设计中，为了驾驶的目的，允许在前轮上作用一个小的法向力 N_1 。

标准的阻力跑道是 $\frac{1}{4}$ 英里 (≈ 400 米) 长。如果假定在比赛过程中，赛车能保持最大加速度并且摩擦系数是常数，就可以算出末速度和所用的时间。第二定律的微分形式是

$$F = Ma = M \frac{dv}{dt} = M \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1-20)$$

当加速度 a 不变时，单积分

$$\int_{v_0}^v dv = a \int_0^t dt$$

给出

$$v - v_0 = at \quad (1-21)$$

应用 $dx = vdt$, 经第二次积分

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t (v_0 + at) dt$$

得

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (1-22)$$

根据给定的初始条件 $v_0 = 0$, $x_0 = 0$, 可以由式 (1-21) 和 (1-22) 消去 t , 从而得到

$$v = \sqrt{2ax} \quad (1-23)$$

代入 $a = 9.8$ 米/秒² 和 $x = 0.40$ 公里, 求得 $v = 89$ 米/秒或者 200 英里/小时! 所用时间 $t = \frac{v}{a}$ 约为 9 秒。1970 年的阻力

赛记录是 $v = 107$ 米/秒 (240 英里/小时), 所用时间是 6.5 秒。在阻力赛中用很宽的轮胎得到了比 $\mu = 1$ 大得多的摩擦系数。

1-4 跳伞运动: 粘滞力

空中俯冲运动直观地说明了式 (1-11) 中的粘滞摩擦力的效应。刚离开飞机时, 跳伞员受重力作用而向下加速。当他的速度增大时, 空气阻力成为愈来愈大的制动力, 最终趋于和重力的作用相平衡。从这个时间以后, 跳伞员以所谓的极限速度匀速下降。在鹰展姿态的末速大约是 120 英里/小时。采取铅直的头朝下姿态, 俯冲者能减少他的表面暴露面积, 从而降低空气阻力 [在式 (1-11) 中 c 有较小的值], 并增大他的下降极限速度。当然, 最终跳伞员张开了他的降落伞。这样使空气阻力突然增大, 并且相应地减小他的极限速度, 从而能

• 8 •