

控制理论基础

赵纯均 詹一辉 编

清华大学出版社

高等学校试用教材

控制理论基础

赵纯均 詹一辉 编

清华大学出版社

内 容 简 介

本书是根据全国高等工业学校管理信息系统教学指导委员会“七五”教材规划的要求编写的。它是《经济控制论》专业课的先修基础课，书中讲述了控制理论基本概念、基本方法和动态系统的状态、控制、反馈、稳定性、可控性、可观测性，以及实际建模和分析的方法。各章皆有大量适合经济管理类特点的实用例题和习题，并尽量减低所要求的数学基础，以便于一般院校学生理解和复习。

控制理论基础

赵纯均 詹一辉 编

清华大学出版社出版

北京 清华园

中国科学院印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

☆

开本：850×1168 1/32 印张：9 字数：233千字

1991年7月第1版 1991年7月第1次印刷

印数：0001—5000

ISBN 7-302-00809-4/F·49

定价：3.05元

序

《控制理论基础》是根据全国高等工业学校管理信息系统专业教学指导组 1987--1990 年教材规划的要求编写的。本书适用于高等工业学校管理信息系统专业、系统工程专业及某些讲授《经济控制论》的经济或管理专业的本科生及研究生。

在管理信息系统专业设置《控制理论基础》课程的目的，一方面是为《经济控制论》这门专业课提供必要的先修基础知识，另一方面则是希望通过有关控制理论的教学使学生掌握动态系统的一些基本概念和基本分析方法。诸如状态、控制、反馈、稳定性、可控性和可观测性这类概念的建立可以帮助学生在分析实际问题时具有更加深刻、更加全面的洞察力。同时，动态系统分析方法也是学生从事实际系统建模和分析等工作和阅读有关专业书籍、文献必不可少的工具。

考虑到经济管理类多数学生的数学基础的应用导向的特点，我们力图使本书要求的数学基础尽量低。尽管如此，还是希望学生在使用本书前掌握微分方程、差分方程及矩阵和向量空间的一些基础知识。在本书的编写过程中，我们力图从讲清楚基本概念、方法及其起源入手，培养学生应用控制理论中的一些精彩的思想方法去分析问题和解决问题的能力。为适合经济管理类学生的特点，在例题和问题的选择方面我们尽量采用一些社会、经济及管理中的实际问题，帮助学生理解理论，同时掌握一些典型问题的分析方法。书中第十章关于正线性系统的内容也是根据社会经济系统多为正系统这一特点安排的。

本书是在清华大学经济管理学院近几年来讲授这门课程的讲

稿基础上编写而成的。考虑到四年制、五年制学生在培养计划上学时分配的差异,我们对内容的层次作了一些灵活的安排。对50学时左右的《控制理论基础》课程只需讲授不带星号的章节,对学时较多或未学过控制理论的研究生的课程则再选用带星号的内容。

本书由涂序彦教授和张金水副教授审阅,由涂序彦教授主审。参加审稿会的还有李端敏教授和高云鹏副教授。他们对本书提出了许多宝贵意见。机电部教材编辑室、清华大学出版社对本书的编写和出版给予了很大帮助,谨在此一并致谢。

由于编写时间短,难免在深浅程度、内容选裁上出现诸多不当之处,恳请读者不吝批评指正。

编者 1990年4月28日于清华园

目 录

第一章 引论	1
§ 1.1 系统、系统理论与控制理论	1
§ 1.2 系统建模.....	2
§ 1.3 系统分类.....	5
§ 1.4 古典控制理论和现代控制理论.....	6
§ 1.5 例题.....	8
第二章 动态系统的差分方程与微分方程模型	13
§ 2.1 信链及分期付款模型、蛛网模型	13
§ 2.2 线性差分方程及其 z -变换解法.....	18
§ 2.3 微分方程及 L -变换	27
§ 2.4 传递函数与古典控制理论概要.....	32
第三章 动态系统的状态空间模型	41
§ 3.1 状态的概念.....	41
§ 3.2 动态系统的状态空间模型.....	42
§ 3.3 状态方程的建立.....	45
§ 3.4 例题.....	58
习题.....	65
第四章 连续时间状态方程分析	68
§ 4.1 一阶标量微分方程.....	68
§ 4.2 定常矩阵的情形.....	70
§ 4.3* 系统的模态与模态分解.....	72
§ 4.4* 状态转移阵.....	75
§ 4.5 例题.....	79

习题	84
第五章 离散时间线性系统分析	85
§ 5.1 离散时间系统的状态空间表示	85
§ 5.2 定常离散时间系统的模态分解与平衡分析	88
§ 5.3 迁移模型与文化的生存原则	92
§ 5.4 主导模态与分组人口模型	100
§ 5.5 Natchez 问题意想不到的解	109
习题	113
第六章 线性系统的可控性与可观测性	117
§ 6.1 问题、概念与判据	117
§ 6.2* 可控性与可观测性在模态分解下的意义	127
§ 6.3* 多变量系统的结构与标准型	131
§ 6.4 例题	142
习题	145
第七章 状态反馈与状态估值	148
§ 7.1 状态反馈与输出反馈	148
§ 7.2 极点配置	151
§ 7.3 状态观测器	156
§ 7.4* 分离定理及其意义	161
§ 7.5 例题	166
习题	170
第八章 最优控制初步	172
§ 8.1 最优控制问题的提法	172
§ 8.2 最优性原理与动态规划法	174
§ 8.3 极大值原理	183
§ 8.4* 可控性、可观测性与最优线性反馈	192
§ 8.5 例题	195
习题	201

第九章 非线性系统及稳定性	204
§ 9.1 平衡点.....	206
§ 9.2 稳定性.....	207
§ 9.3 Lyapunov 第一方法	209
§ 9.4* Lyapunov 第二方法	211
§ 9.5* 线性系统的 Lyapunov 函数.....	216
§ 9.6* 系统行为的概括描述.....	220
§ 9.7 例题.....	221
习题.....	234
第十章 正线性系统与马氏链	237
§ 10.1 引言	237
§ 10.2 正矩阵	239
§ 10.3 离散时间正系统	245
§ 10.4 等级制度的 Peter 原理	249
§ 10.5 连续时间正系统	253
§ 10.6 军备竞赛的 Richardson 理论.....	255
§ 10.7 正系统的摄动分析	259
§ 10.8 集团相互作用的 Homans-Simon 模型.....	263
§ 10.9* 马氏链与动态系统	265
习题.....	275
主要参考文献	278
附录 关于向量、矩阵的微分法则	278

第一章 引 论

控制理论一般被认为是更为抽象的一般系统理论的一个分支。这个分支的分界其实并不十分清晰，因此有必要作一个简单说明。

§1.1 系统、系统理论与控制理论

一般认为系统是由相互制约的各个部分组织成的具有一定功能的整体。数学的系统理论是研究系统在一定条件下和一定输入作用下的行为和相互关联。系统理论之所以抽象是由于这一理论更关心系统各组成部分的数学性质而不是这些部分的物理形态。

控制理论则更注重物理应用。一个控制系统通常是指用来按某种方式调节和控制信息流、能量流、物质流和资金流等的任何一个系统。一般说，控制系统是产生希望结果的一些功能部件的集合体。在本教材中，控制理论则用来表示所有涉及到控制系统的分析和设计的理论方法。

图 1.1 是开环系统的一般表示。系统输入量或控制量 $u(t)$ 的选择是基于系统所要实现的目标和人们对系统的先验知识。系统的输入在开环系统中根本不受系统输出 $y(t)$ 的影响。可以预期，如果系统一旦受到干扰，或是人们最先对系统的了解不完全，输出是会偏离期望值的。

另一类广泛的系统是所谓闭环或反馈系统(图 1.2)。在闭环

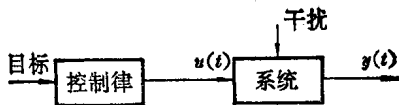


图 1.1 开环控制系统

系统中，系统输入 $u(t)$ 受到系统输出信息的影响。反馈系统通常更能够抵抗干扰与系统不确定性对系统的影响。当然并不是说在任何情形下闭环系统都优于开环系统。如果测量噪音太大，而干扰相对说来又不显著时，闭环系统的性能可能会不如开环系统的性能好。

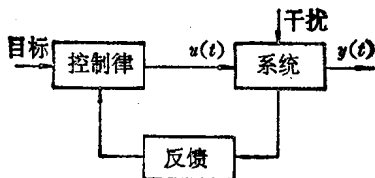


图 1.2 闭环控制系统

例 1.1 某人的目标是给自己退休后的晚年提供尽可能多的存款。控制策略是从自身收入中增抽 300 元存入银行。这一固定的输入 $u(t)$ 并不受输出 $y(t)$ (存款额) 和经济条件的影响，因此是一开环控制策略，系统是一开环控制系统。

如果该人直接在股市上投资，任何时刻的投资 $u(t)$ 都参考股市条件和自己的生意经来制定。此时形成的系统便是闭环系统。

§1.2 系统建模

数学在系统理论中的一个重要应用是获得系统的数学表示。这也是通常进行系统分析研究的第一步。获取系统数学模型的过

程称为建模。建模过程有时更多地取决于科学理论的发展，因为一个合适的模型常常意味着对系统的一种合适的解释，而这种解释本身就是一种科学理论。有时由于暂时缺乏完善的科学理论和关系描述，建模时也做一些合理假设。无论是哪一种情形，所获得的模型既不能太简单以致使基于模型得到的结论脱离实际，也不能过份复杂使分析研究变得过于困难。

建模通常有两种不同方法：分析法与实验法。分析法是系统地应用现有的科学理论与定律按照系统中各组成部分之间的相互关系去获得数学模型的方法。例如利用力学定律写出卫星围绕地球运动的微分方程式便是分析建模。实验建模法是在一组假想或假设的模型中求得与系统实测数据吻合最好的模型的建模方法。例如统计分析中常用的最小二乘法便是实验建模的典型。

例 1.2 放射性物质衰变过程模型。考察一定量 x_0 的放射性物质的衰变过程。系统输出 $x(t)$ 表示到 t 时刻还没有衰变的放射性物质质量。由原子物理学中定律可知，从 t 时刻到 $t + \Delta t$ 时刻物质的衰变量是 $\alpha \cdot \Delta t \cdot x(t)$ ，这里 α 是与放射性物质的性质有关的依赖于 Δt 的系数，确切地说，当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时 α 有确定的极限值 β 。于是可以写出

$$x(t) - x(t + \Delta t) = \alpha \Delta t x(t)$$

以 Δt 除以上式并令 $\Delta t \rightarrow 0$ ，得到

$$\frac{dx}{dt} = -\beta x \quad (1.1)$$

式 (1.1) 便是描述系统输出 $x(t)$ 的运动方程。

如果取 $t = 0$ 时刻为物质具有质量 x_0 的时刻，则可以求出衰变过程的时间函数形式：

$$x(t) = x_0 e^{-\beta t} \quad (1.2)$$

图 1.3 表示了这一时间进程。

如图 1.3 所示的衰变过程的特点是 $x(t)$ 随时间而变化。随时

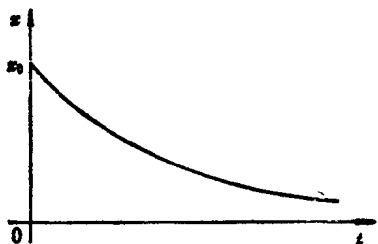


图 1.3 放射性物质衰变过程

间变化的过程通常称为动态过程。动态系统也就是产生动态过程的系统。

例 1.3 投入产出静态模型。考察由 n 个行业构成的经济系统。 n 个行业各自生产一种产品,为了生产出自己的产品,每个行业又要利用其它各行业的产品。

假定基本的生产周期是一年,以 a_{ij} 代表第 j 行业生产每单位的产品所需的第 i 种产品的量,则 n 个行业共有 $n \times n$ 个系数 a_{ij} , $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n$ 。这些系数称为投入产出系数,它们排列成的方阵:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

称为投入产出表。以 x_i 记第 i 行业产品的总产量,整个经济系统的产出便可记为向量 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ 。注意到

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n$$

实际上表示第 i 个行业投入生产的中间投入量,如果以 d_i 表示除去投入生产的份额外对第 i 种产品的消费需求,则 n 个行业的投入产出关系便由如下方程描述:

$$x_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n + d_i, \quad (1.3)$$

$$i = 1, 2, \dots, n_0$$

写成矩阵形式即

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{d} \quad (1.4)$$

式中 $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_n)^T$ 是需求向量。

如式(1.4)表征的系统输出向量 \mathbf{x} 是不随时间变化的定常量。定常向量描述的过程一般称为静态过程。这种名称只是在需要强调与动态过程的区别时才用，当然可以把静态过程作为动态过程的特例来看。

§ 1.3 系统分类

系统的分类一般依据描述系统所用的数学方程的形式和外界输入系统的信号类型来分。图 1.4 所示的分类树粗略地体现了这种分类方式。许多系统是多种类系统的组合，这种情况在今天研究的系统规模的日益增大而变得更为常见了。

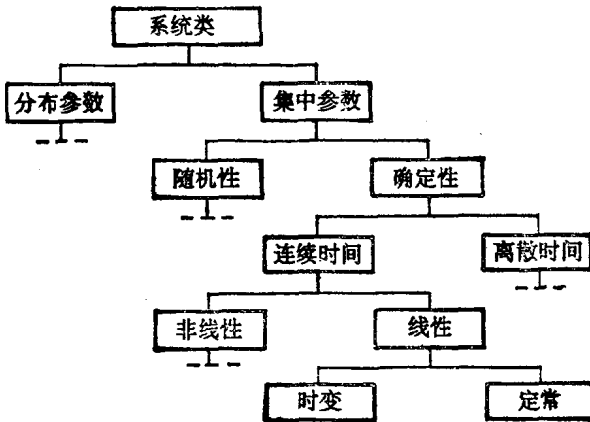


图 1.4 系统分类图

图 1.4 中虚线表示存在同一层次上相似的分类。

分布参数系统需要用偏微分方程来描述。沿电力传输线上各空间点的电压与电流的变化即是一例。琴弦上各点的振动也需偏微分方程描述，也是分布参数的。集中参数系统是用常微分方程描述的系统。本书中所有系统均属于集中参数系统。

包含需要用概率统计方法描述的参数或信号的系统称为随机系统。例如，当系统中干扰噪音与信号强度相比不可忽略时，便需要考虑噪音的效应，而噪音大多带有统计的性质，这时便出现了随机系统。由于随机过程的准备知识对本书的读者来说可能不具备，我们只讨论确定性的系统。

如果我们对系统在连续的时间区间上的行为感兴趣，则需要用连续时间系统模型来描述系统；如果我们只对系统在一系列离散时刻上的行为感兴趣，则需要用离散时间系统模型来描述系统。由于社会经济系统更多的是属于后者，因此我们特别强调离散时间系统。

如果描述系统的方程式完全是线性的，则系统称为线性系统，否则便是非线性系统。如果描述系统的方程不随时间而变化，则称系统是定常系统，否则称为时变系统。

图 1.4 中没有就大规模系统和小规模系统进行区分。这里大系统和小系统是指分析研究系统的难易而言。正是由于这种难易程度不同才派生出一系列大系统特有的研究方法。由于本书是一导论性的教材，不可能涉及大系统这一引人入胜的领域。

§1.4 古典控制理论和现代控制理论

控制理论的发展大致可以分为两个阶段。第一个阶段是本世纪 30 年代以波德 (Bode) 和奈奎斯特 (Nyquist) 发展的频率特性方法为代表的阶段。第二个阶段是本世纪 60 年代以贝尔曼 (Bellman) 和卡尔曼 (Kalman) 发展的状态空间方法为代表的阶

段。控制理论是一个基本而深刻的专题，长期以来在不同的领域从不同的观点一直吸引着人们的注意。50年代后期由于在航天、过程控制和计量经济等领域中的应用，控制理论得到了巨大的发展。归纳起来，大致有如下几个因素：

- (1) 对更为现实的系统模型的需要；
- (2) 系统性能指标从满意向最优的过渡；
- (3) 数字计算机的不断发展；
- (4) 古典方法的局限性；
- (5) 对其它知识领域中方法的借鉴和推广。

从古典理论中简单的传递函数近似模型过渡到处理更为接近实际系统的状态空间模型本身便产生了两个后果。首先必须在模型中包括进许多变量，即从单变量系统模型向多变量模型扩展。其次，必须在模型中逐步考虑非线性性与时变性。在古典理论中被忽视的若干方面，如系统与环境的耦合以及系统通过环境的反馈效应被逐步考虑到系统模型中来了。

技术的进步使得控制的性能向更高的目标前进。这不仅意味着处理更复杂更大规模的系统成为可能，而且也意味着对系统高性能的追求。古典理论中诸如超调、过渡时间等的性能指标被诸如最快时间、最少能量等的最优运行指标所代替。而且最优控制本身在许多场合便意味着使用非线性时变的控制策略，即使原系统本身是线性和定常的。

计算机技术的发展，特别是微型计算机的发展对控制理论的发展起到了推动作用。古典方法强调作图，因为计算复杂只好作图求近似解。而且长期的工程实践已经积累了丰富的作图经验。现在强有力的作图软件包代替了手工作图。之所以还采用图形，不是因为要求近似解，而是因为图形的直观和便利，更因为图形提供给设计者的直觉和见解。

计算机特别适合状态空间的分析和设计方法。说得更确切些，

状态空间方法之所以有这样的特点是因为一开始发展这些方法时就考虑到了计算机的可应用性。进一步,由于微型计算机的普及,在控制系统中直接应用计算机作为一个组成部分的系统已在逐步普及。

现代控制理论是控制理论领域中新近的发展。然而,现代控制理论的基础则是借鉴许多已成熟发展的领域。例如,系统的状态空间模型可以说是借鉴了古典力学中使用哈密尔顿(Hamilton)函数和广义坐标描述力学系统的方法。而现代控制理论中广泛使用的线性代数工具则是从应用数学中借鉴而来的。可以说,现代控制理论几乎涉及到近代数学的每一个分支。当然,这不等于说要学好这些数学分支以后才能学好现代控制理论。事实上,用来描述和表达工程问题所涉及的数学是太广泛了,每个人都很容易消耗一生的时间去打基础,况且在现成的体系中学习比开创探索又是如此的容易。

我们鼓励一种边学边用的研究方法,在研究问题的过程中选择必备而充分的知识。同时,在表述问题时,我们也力求着重系统概念的阐述,而不是数学概念的表达。我们的目的是要应用尽可能少的数学去阐明系统理论中的基本概念。但是,因为本书是教材,才应在尽量早的阶段培养学生的研究方法和探索未知世界的能力,而不仅仅是打好基础。

§1.5 例 题

在分析和研究动态系统时首先遇到的问题便是建立合适的系统模型。在许多场合,系统可以有不止一个模型,具体采用哪一个模型不仅取决于建模的用途,而且也取决于建模的人的偏好和经验。但是,一些典型系统的模型则是普遍认可的。这些典型系统的典型模型不仅是它们所描述系统的代表,而且也作为建立新模

型时应达到的清晰程度和现实程度的参考。在读者心目中建立一些典型模型对将来展开研究控制理论是必要的。

例 1 几何增长。一类广泛的增长现象如人口或是其它生物物种的增长、植被的增长、科技文献的累积量等可以近似地由如下的指数增长来描述：

$$x(k+1) = ax(k) \quad (1.5)$$

式中 $x(k)$ 表示我们感兴趣的系统输出，如人口； k 是时刻标记，因此 $x(k)$ 实际上表示 k 时刻系统输出的幅值。参数 a 是一个表示增长速度的正常数，对正增长而言， $a > 1$ ；否则便是衰减的。

如果初始时刻的输出 $x(0)$ 是已知的：

$$x(0) = x_0$$

则系统输出在任意 k 时刻的值便可由递推求出：

$$x(k) = a^k x_0 \quad (1.6)$$

图 1.5 是这种增长模式的图形。

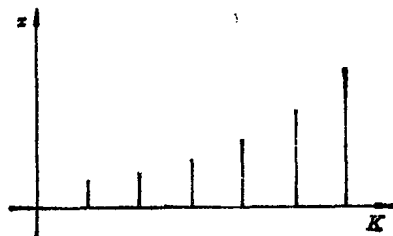


图 1.5 指数增长

例 2 分组人口模型。一个更为精细的人口增长模型是如下的分组人口模型。把人口按年龄区段分成年龄组。例如以 10 年作为区段长度，则第一组人口成员由所有年龄为零岁至九岁的人组成；第二组人口成员则由所有年龄为十岁至十九岁的人组成。

假定人口中男性人口数与女性人口数相等，则建模时只需考虑所有的女性人口数即可。以 $x_i(k)$ 记第 i 个年龄组在 k 时刻的