大学物理教程

第三册

波动学·量子物理学

吴锡珑 主编

上海交通大学出版社

大学物理教程

第 三 册

波动学　量子物理学

吴锡珑　主编

胡盘新　朱詠春　审

上海交通大学出版社

沪新登字 205 号

内 容 提 要

本书是上海交通大学以国家教委1987年颁布的《高等工业学校物理课程教学基本要求》为依据编写的物理教材。全书共分四册：第一册力学、相对论和热物理学，第二册电磁学，第三册波动学和量子物理学，第四册学习指导和系列化习题。

本书在提高大学物理教材的科学性和教学性，体现教材内容的现代化方面作了进一步的探索，并附有介绍物理学前沿和科技新领域有关内容的多篇选读材料。

本书可作为理工科大学及专科院校的物理教材或参考书，也可供高等院校师生及中学物理教师参考。

大学物理教程

（第三册）

出 版：上海交通大学出版社
（淮海中路1984弄19号）
发 行：新华书店上海发行所
印 刷：上海交通大学印刷厂
开 本：850×1168(毫米)1/32
印 张：13.625
字 数：352000
版 次：1992年9月 第1版
印 次：1992年9月 第1次
印 数：1—12000
科 目：255—608
ISBN7—313—00914—3/0.4
定价：5.60元

目　　录

第四篇　波 动 学

荡漾的湖水、灿烂的阳光、悠扬的琴声，这些都是波；高矗的天线在不断向空中传送的信号是波；宇宙深处许多天体的有韵律的辐射也是波。人类就生活在这各种各样波的“海洋”中。

什么是波？简言之，**波乃是物质的运动从一区域向另一区域的一种传播**。在宏观世界中，有两类波，一类是需借助媒质传播的机械波；另一类是依靠场的逐次激发而传播的电磁波。机械波是由媒质中大量粒子参与的一种集体运动，人们首先研究的是媒质中大量粒子对振动的传播，这时所形成的周期性机械波有着波动的典型特征。在有电磁场的空间中，由于场源的运动或变化，会在局部空间产生电磁场的振动，这种电磁场的振动在空间的传播形成了电磁波。麦克斯韦的电磁理论首先预言了电磁波的存在，20年之后的1888年才为赫芝实验证实。近代物理证明，波动不仅存在于宏观世界中，甚至对于单个的电子、质子、中子等微观粒子而言，它们也具有波的性质。和微观粒子对应的波称为物质波。不过，物质波与宏观世界中的波有完全不同的本质。

尽管各种波的性质不同，但所有的波动都具有一些共同的特征和相似的规律，因此可将它们统一起来加以阐述。本篇先讨论机械振动和机械波，继而介绍电磁波，然后重点研究光的波动性质。关于现代光学的一些新发展，则列为选读材料供读者参考。

第十六章　振　动

一个物体经过其平衡位置来回往复地运动，称为机械振动。例如钟摆的振动、弦管乐器中琴弦或空气柱的振动、列车通过时桥梁的振动、固体内晶格离子的振动等。除了机械振动之外，还有电磁振动。例如交流电路上电流或电压的振动（又称振荡）、无线电波中电场和磁场的振动等。可见振动是一类较普遍的现象，并被广泛地应用于工程技术的各个方面。

一般地，只要**某一物理量在某一量值附近随时间作周期性的变化，皆可称为振动。**振动虽然多种多样，但遵从的基本规律却是相同的。在振动中，最简单、最基本的振动是简谐振动，其他任何复杂的振动都可分解为若干简谐振动的叠加。因此，本章首先重点讨论简谐振动，然后介绍振动的合成、阻尼振动、受迫振动和共振。众所周知，波是振动在空间的传播。所以，振动学是波动学的基础。

§ 16-1　简谐振动动力学

如果一质点沿固定直线通过其平衡位置往复运动，其对平衡位置的位移 x 随时间 t 的变化可表示为正弦或余弦函数（本书主要采用余弦函数）：

$$x = A\cos(\omega t + \varphi),$$

这种振动就称为简谐振动。上式中的 A、ω、φ 均为常量。

一、弹簧振子模型

由振动的物体与对它施力引其振动的周围物体所构成的系统

称为振动系统。通常的振动系统是很复杂的。为使问题简化，可研究一个最简单的振动系统，即弹簧振子。将弹簧一端固定，另一端系一物体，当将此物体放在水平面上或竖直挂在弹簧下时，一旦受到扰动，就会在弹簧作用下不断振动起来。假设弹簧本身的质量可略去不计，在形变中作用于物体的弹力都满足胡克定律，而发生振动的物体仅作往复地平移，并可将物体视为质点，这样的弹簧-物体系统就称为弹簧振子。显然，弹簧振子是一个理想模型，这个模型在研究振动问题中具有普遍的代表性，虽然其他一些振动系统（如单摆、复摆等）的具体结构与弹簧振子不同，但振动的基本规律却相同。

二．简谐振动的方程

如将弹簧水平放置，使物体沿光滑的水平面运动。当弹簧既未伸长，也未缩短（弹簧处于自由状态）时，物体应处在其平衡位置。取此时物体质心所在的位置为坐标原点，当物体运动到任一位置 x 处时(见图16-1)，应受到弹簧作用于它的弹力

$$F=-kx, \tag{16-1}$$

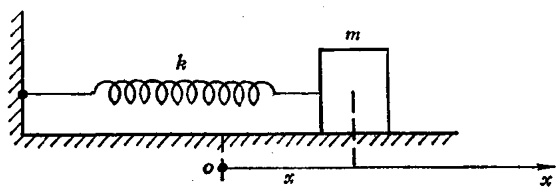


图 16-1

式中 k 为弹簧的劲度系数。在不计摩擦和阻力的情况下，质量为 m 的物体的运动方程为

$$-kx=m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2},$$

取 $\omega^2=k/m$，则上式变为

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2x。\qquad (16-2)$$

式(16-2)就是振动物体的动力学方程，它描述了物体振动的普遍规律。通过积分可求得方程(16-2)的解：$x=x(t)$，这解就是运动学方程。以下将振动的动力学方程简称为振动方程，将振动的运动学方程简称为振动式。

首先将式(16-2)改写为$\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=-\omega^2x$，即

$$vdv=-\omega^2xdx,$$

取不定积分得

$$v^2=-\omega^2x^2+C,$$

令积分常数 $C=\omega^2A^2$(A为另一常量)，代入上式得

$$\frac{dx}{dt}=\pm\sqrt{\omega^2A^2-\omega^2x^2},$$

再积分得

$$\omega t=\arcsin\frac{x}{A}-\varphi',$$

或

$$x=A\sin(\omega t+\varphi'),$$

式中 φ' 为积分常数。如应用余弦函数，可令$\varphi'=\varphi+\frac{1}{2}\pi$，于是有

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)。\qquad (16-3)$$

可见弹簧振子中物体所作的正是简谐振动。

本节开头曾以简谐振动的振动式(运动学方程)来定义简谐振动。然而，由式(16-1)可知，决定物体如何运动的应是物体所受到的力。**如果物体受到的力总是指向其平衡位置，并且力的大小与物体对其平衡位置的位移成正比，那么，该物体就将发生简谐振动，而这种性质的力称为线性回复力**。对弹簧振子而言，其线性回复力就是弹力，但对其他的振动系统，其线性回复力不一定是

弹力（例如单摆）。此外，一个物体的振动是否属于简谐振动，还可从其振动方程考察，如果振动方程具有如式(16-2)的形式，那无疑也是简谐振动。**通常将发生简谐振动的系统称为谐振系统，或简称为谐振子。**弹簧振子就是一种谐振子。

三、振动状态和振动能量

物体的运动状态通常由其位置和速度表征。因此，振动物体的位置和速度代表了它的振动状态。因为作简谐振动物体的位置决定于振动式

$$x=A\cos(\omega t+\varphi),$$

而振动速度

$$v=\frac{dx}{dt}=-\omega A\sin(\omega t+\varphi)。\tag{16-4}$$

若引入速度幅值，$v_m=\omega A$，则

$$v=-v_m\sin(\omega t+\varphi)=v_m\cos\left(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)。\tag{16-5}$$

显然，振动加速度

$$a=\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2A\cos(\omega t+\varphi),\tag{16-6}$$

若引入加速度幅值，$a_m=\omega^2A$，则

$$a=-a_m\cos(\omega t+\varphi)=a_m\cos(\omega t+\varphi+\pi)。\tag{16-7}$$

下面计算作简谐振动的弹簧振子的能量，这里包括振动物体的动能 E_k 和弹簧的弹性势能 E_p。不难算出

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi),\tag{16-8}$$

$$E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi),\tag{16-9}$$

振子的总能量

$$E=E_k+E_p=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi)+\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)。$$

考虑到 $\omega^2=k/m$，则得

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}kA^2。\tag{16-10}$$

由此可见，弹簧振子的能量包括动能和势能，而动能和势能均随时间作周期性变化，动能大时势能就小，动能小时势能就大，从而保持系统的机械能不变。考虑到弹簧振子是作为孤立系统来研究的，又不计摩擦和阻尼。所以，振子的机械能守恒应是在预料中的。不过应指出，对于其他的振动系统，其势能不一定是弹性势能（例如单摆），在某些情况下甚至没有明确的势能概念。但只要物体作振动，就一定存在回复力，这回复力做的负功与物体的振动动能之和总应保持为常量。

一个振动系统是否是谐振子，也可以从系统的势能性质作出判断。**如果系统势能与振动位移有类如 cx^2 的函数形式（c 是与系统性质有关的参量），则此系统就应作简谐振动。**因为这样的系统能产生线性回复力：

$$F=-\frac{\partial U}{\partial x}=-2cx。$$

§ 16-2　简谐振动运动学

本节将详细讨论简谐振动的运动学特征，并引入描述简谐振动的一些物理量。

一、周期、频率和角频率

作简谐振动的物体从某振动状态发生周而复始的一次变化称为一次全振动，作一次全振动的时间间隔称为振动的周期，用 T 表示。因为

$$A\cos[\omega(t+T)+\varphi]=A\cos(\omega t+\varphi)。$$

所以

$$\omega T=2\pi,\ \omega=\frac{2\pi}{T}。\qquad(16-11)$$

周期T的倒数$\nu=\frac{1}{T}$代表物体在单位时间内发生全振动的次数，称为振动的频率。因为

$$\omega=2\pi\nu,\qquad(16-12)$$

故称ω为振动的角频率，也称圆频率。

T、ν和ω完全由谐振子本身的性质决定，即由振动物体的质量和线性回复力决定。对于弹簧振子，有

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}},\ \nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}},\ T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}。\qquad(16-13)$$

因此，T、ν或ω分别称为谐振子的固有周期、固有频率和固有角频率。

在SI中，ν的单位是赫芝(Hz)，ω的单位是弧度/秒(rad/s)。

应用T和ν，可将简谐振动式表示为

$$x=A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\varphi\right),\qquad(16-14)$$

和

$$x=A\cos(2\pi\nu t+\varphi)\qquad(16-15)$$

式中A显然代表物体在振动中所能达到的位移最大值，称为振幅。

二、相位

频率或周期描述振动的快慢，振幅描述振动的空间范围。除此之外，还有一个很有用的物理量$\omega t+\varphi$，称为相位。在已知A和ω的情况下，将一定的相位值代入式(16-3)和式(16-4)，可以算出振动物体的位置和速度，即确定物体的振动状态。然而，

即便不具体去计算物体的位置和速度，仅由相位值也能大体上判断出振动的状态。例如，$\omega t+\varphi=0$ 显然对应物体位于 x 正向最大值，速度为零的状态；$\omega t+\varphi=\frac{\pi}{2}$ 对应物体位于平衡位置，并向 x 负向运动的状态等。不难看出，φ 乃是 $t=0$ 时的相位，故称初相位。

如前所述，A 和 φ 原是作为积分常数引进振动式中的，实际上，它们可由初始状态，即初始位置 x_0 和初始速度 v_0 来确定。只要将 $t=0, x=x_0, v=v_0$ 代入式(16-3)和(16-4)，得到

$$x_0=A\cos\varphi,\quad v_0=-A\omega\sin\varphi,$$

就能求出

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}},\tag{16-16}$$

$$\varphi=\arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)。\tag{16-17}$$

三、旋转振幅矢量

在研究简谐振动问题时，常采用一种较直观的几何方法，称为旋转振幅矢量法。下面介绍它的具体作法。

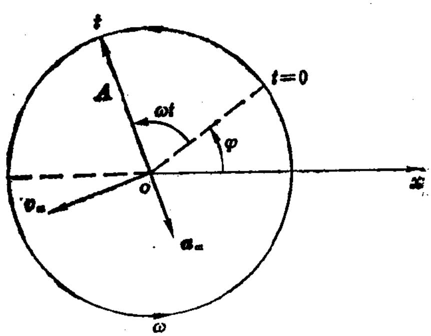


图 16-2

从坐标原点 o（平衡位置）画一矢量 $\boldsymbol{A}$，使它的长度等于振幅 A，并令 $t=0$ 时 $\boldsymbol{A}$ 与 x 轴的夹角等于初相位 φ，然后设想 $\boldsymbol{A}$ 以角频率 ω 为角速度在平面上作逆时针转动（如图16-2所示）。显而易见，在任一时刻 t，$\boldsymbol{A}$ 与 x 轴

的夹角等于振动的相位$\omega t+\varphi$，$\boldsymbol{A}$在x轴上的投影等于物体对平衡位置的位移$x=A\cos(\omega t+\varphi)$（$\boldsymbol{A}$的矢端将作圆周运动，这就是中学物理中介绍的参考圆）

按照式(16-5)和式(16-6)，还可在图16-2上画出速度幅值矢量$\boldsymbol{v}_m$和加速度幅值矢量$\boldsymbol{a}_m$，它们都以同一角速度ω旋转，但$\boldsymbol{v}_m$比$\boldsymbol{A}$在相位上超前$\frac{\pi}{2}$，$\boldsymbol{a}_m$比$\boldsymbol{A}$在相位上超前π。

利用旋转振幅矢量图，首先可将简谐振动这个变速直线运动变换为一个矢量的匀角速转动，从而能依照简单具体的图象去想像复杂抽象的运动。其次，利用振幅矢量的旋转可以很方便地画出x-t, v-t、a-t等图线。例如设已知某简谐振动式为$x=A\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{4}\right)$，则可根据$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{v}_m$和$\boldsymbol{a}_m$旋转时的矢端位置画出其$x$-$t$、$v-t$、$a-t$曲线，如图16-3所示。在描述振动的物理量中，要数相位较抽象，但相位的概念又是很重要的。利用了振幅矢量图，相位就被简单表示成$\boldsymbol{A}$对x轴的角度，$\boldsymbol{A}$的方向不同，就代表相位不同。因此，在振幅矢量图上比较两个简谐振动的相位差就很方便。例如，对于沿x轴振动的两个同频率的简谐振动：

$$x_1=A_1\cos(\omega t+\varphi_1),$$

$$x_2=A_2\cos(\omega t+\varphi_2),$$

两者的相位差（即初相差）可能有下列四种情况：

（1）$\varphi_2-\varphi_1=0$，称同相；

（2）$\varphi_2-\varphi_1=\pm\pi$，称反相；

（3）$\pi>\varphi_2-\varphi_1>0$，称振动2超前，振动1落后；

（4）$\pi>\varphi_1-\varphi_2>0$，称振动1超前，振动2落后。

图16-4是上述四种不同相位关系的振幅矢量图。这种图示方法简单明白，一目了然。

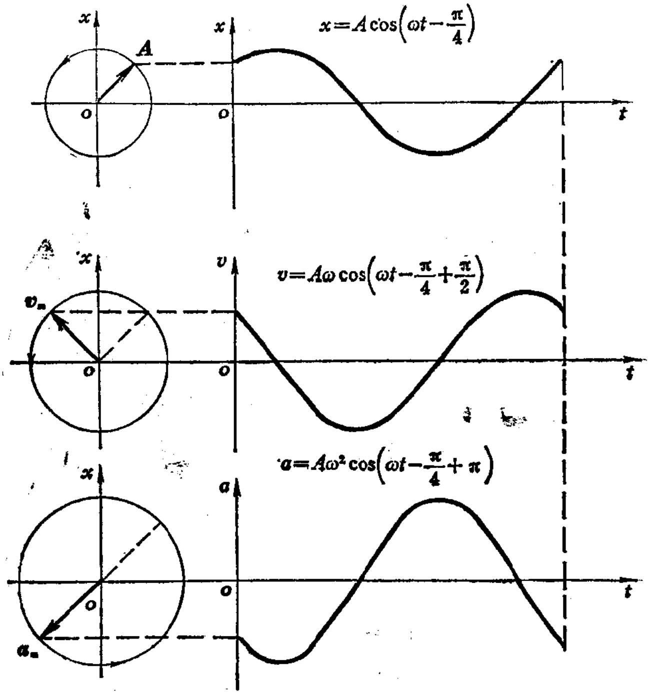
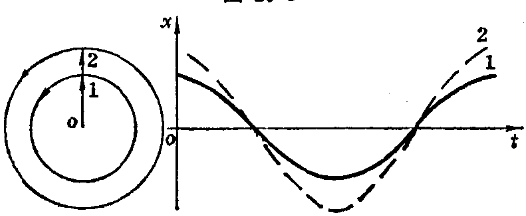
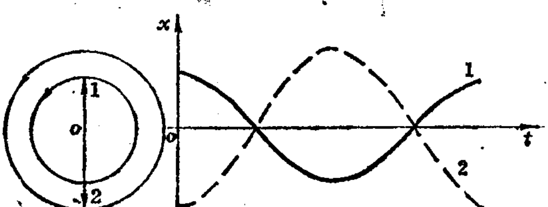

$x=A\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{4}\right)$
$v=A\omega\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right)$
$a=A\omega^2\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{4}+\pi\right)$
A
v_m
a_m
x
v
a
o
t

图 16-3


x
o
t
1
2

(a)


x
o
t
1
2

(b)