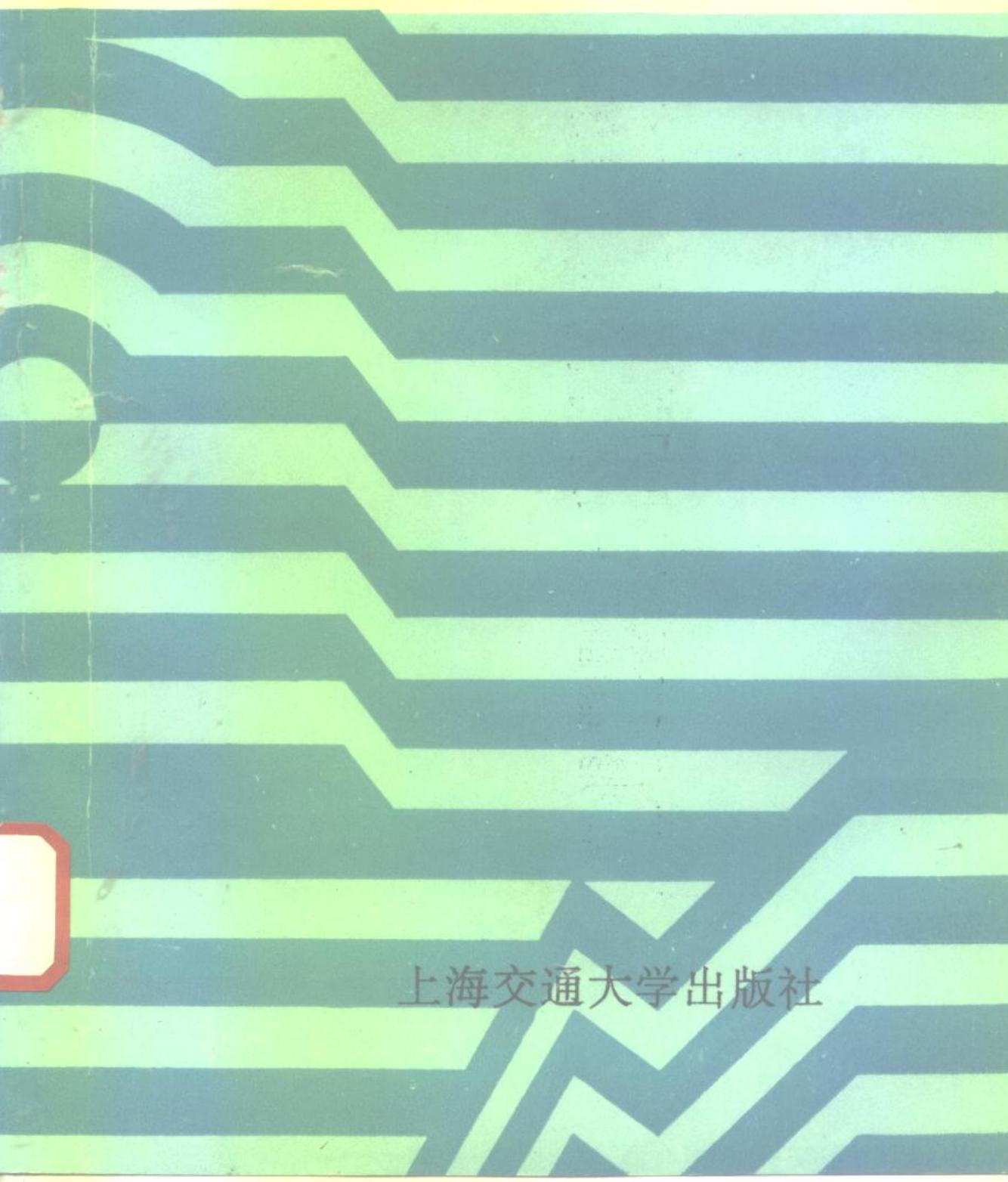


# 挠性部件力学导论

缪国平 编著



上海交通大学出版社

# 挠性部件力学导论

缪国平 编著

上海交通大学出版社

(沪)新登字 205 号

### 内 容 提 要

本书归纳了近年来国内外船舶与海洋工程界在挠性部件(如系泊缆索、拖缆、海洋立管、海底管线等)流体动力特性的研究成果。对挠性部件(小直径物体)的流体作用力及基本的力学现象,如定常流或振荡流中的旋涡泄出和涡激振动等,作了系统的阐述;在此基础上进而对系泊缆索、拖缆、海洋立管、海底管线等部件的动力和静力分析方法进行深入的论述,使读者能对海洋工程中挠性部件的应用和分析方法有总体概念,并能运用这些知识对工程实际问题进行分析。对从事海洋工程、船舶工程、渔业工程等领域科研和设计的科技人员来说,有相当的学术意义和实用价值;也可作为有关专业大学本科生和研究生的教材。

### 挠 性 部 件 力 学

---

出版: 上海交通大学出版社

(上海市华山路 1954 号 邮政编码: 200030)

发行: 新华书店上海发行所

印刷: 常熟市印刷二厂

开本: 787×1092(毫米)1/16

印张: 7.5 字数: 181000

版次: 1995 年 9 月第 1 版

印次: 1996 年 3 月第 1 次

印数: 1—1000

---

ISBN7—313—01513—5/U·048 定价: 6.50 元

## 前　　言

辞书上云，挠者，弯曲也；部件者，机器中的一个独立组成部分也。我们用挠性部件作为缆、链、管道等一类相对独立的细长构件的总称，以图区别于结构物的结构性构件，并反映这类构件的可弯曲特性。是故，本书名曰《挠性部件力学导论》。

从力学属性而言，我们大体可把挠性部件分成两大类。一类是（或近似地看作是）完全挠性的，不能承受剪力和弯矩，以缆索为代表；另一类是非完全挠性的，在它们的力学分析中，弯矩是重要的考虑因素，管线即属此类。

在很多工程领域中，我们都可见到挠性部件的具体应用，如桥梁工程中的悬索桥、斜拉桥；电力工程中的输电线等等。但就应用的广泛性和多样性，以及外界环境条件的复杂、严酷而言，当首推海洋工程。

海洋工程结构物作为一个工作系统，通常包含一些必不可少的挠性部件，如系泊缆索、钻探立管、采油立管、输油管线等等，以保证系统定位的要求和作业的要求。这类部件的力学特性和外界环境条件作用下的动力响应，对海洋工程结构物整体系统的合理设计、系统的安全性和作业效率有重要的意义。随着海洋工程的崛起和发展，对挠性部件力学特性的研究也越益深入，但这方面研究进展和成果大多散见于学术刊物，似未见有专门论述挠性部件力学性质和分析方法的书籍出版。编著本书的初衷即在于弥补这一缺憾，以适应海洋工程发展的需要。

本书共分七章。前三章主要阐述挠性部件（小直径物体）的流体作用力及基本的力学现象，包括涡泄和涡激振动；在此基础上，其后四章对系泊缆索、拖缆、海洋立管、海底管线等典型部件的静力和动力分析方法进行了介绍和讨论。其目的除了想使读者能对海洋工程中挠性部件的应用和分析方法有个总体概念外，还能运用这些知识去解决一些工程实际问题。

本书初稿完成于1986年12月，由上海交通大学教材科印成讲义，并在海洋工程专业的本科生中作为教材使用过多届。从那时至今已几度春秋，关于挠性部件的研究也有了很多新的进展；尽管就其基本性质和分析方法而言，仍不脱本书的框架，但毕竟还是有很多近期发展未能在书中得以反映。在这个意义上说，奉献给读者的本书只是个入门的向导。

在本书正式出版的过程中，承蒙刘应中教授和苏兴翹教授仔细地审阅，并提出了一些建设性的意见。由于编著者的愚钝，这些建议或许未能在定稿中一一体现。因此，编著者在此除了要表达他的衷心感谢外，还要加上他的歉意。编著者还想借此机会感谢他的夫人黄丽珍女士，在本书成书的整个过程中，给予编著者可贵的理解、支持和鼓励。

编者

1995年3月15日

# 目 录

<b>第一章 海洋工程中的挠性部件</b> .....	1
<b>第二章 挠性部件上的流体作用力</b> .....	4
§ 2.1 柱体在定常流中的阻力 .....	4
§ 2.2 细长柱体上的波浪力 .....	7
§ 2.3 波浪理论概述与适用范围的讨论 .....	12
§ 2.4 关于阻力系数与惯性力系数的进一步讨论 .....	20
<b>第三章 旋涡泄出与涡激振动</b> .....	24
§ 3.1 定常流中静止圆柱体的尾流 .....	24
§ 3.2 挠性部件对涡泄的响应 .....	27
§ 3.3 振荡流中的静止圆柱 .....	31
<b>第四章 系泊缆索</b> .....	35
§ 4.1 单缆系统静力分析 .....	35
§ 4.2 复合单缆系统的静力分析 .....	40
§ 4.3 系泊缆索的动力分析 .....	46
<b>第五章 拖曳缆索系统</b> .....	55
§ 5.1 拖缆的二维定常理论 .....	55
§ 5.2 确定缆索函数的一种实用方法 .....	59
§ 5.3 拖缆的三维定常理论 .....	62
§ 5.4 拖缆的动力分析 .....	66
<b>第六章 海洋立管</b> .....	73
§ 6.1 基本控制方程的建立 .....	73
§ 6.2 静力等效载荷——管元重量和内外流体作用力 .....	78
§ 6.3 立管的静力分析与动力分析 .....	81
§ 6.4 立管对涡泄的动力响应 .....	83
§ 6.5 柔性立管概述 .....	89
<b>第七章 海底管线</b> .....	95
§ 7.1 管线铺设时的静力分析 .....	95
§ 7.2 海底管线的流体作用力和涡激振动 .....	102
§ 7.3 海底管线周围的冲刷 .....	108
<b>参考文献</b> .....	111

# 第一章 海洋工程中的挠性部件

尽管人们在现实生活和许多工程实践中经常遇到挠性部件，但要对其作出严格的规定和分类仍然是困难的。在海洋工程中，海洋结构物（如固定式或浮动式平台、钻井船等）作为一个工作系统，通常包含一些必不可少的部件，如系泊缆索、张力腿平台或牵索塔的拉索、钻探或采油立管、海底输油管线等。在某种意义上说，这些部件不是结构物的一个“永久性”的构件；它们的共同特征是极端细长和富有挠性，易受波浪、流等外界环境条件或相连结构物运动的影响，产生显著的动力响应。研究这类部件的力学现象和相关连的问题，对海洋工程系统的合理设计、提高作业效率及保证系统安全有相当重要的意义。

缆索（包括电缆）或许是我们最常见的一种挠性部件。它能在相当大的距离范围内传递力或电信号。这一能力使缆索在系泊系统或拖曳系统中成为一种最基本的部件。图 1.1 中列举了缆索的若干典型应用实例。

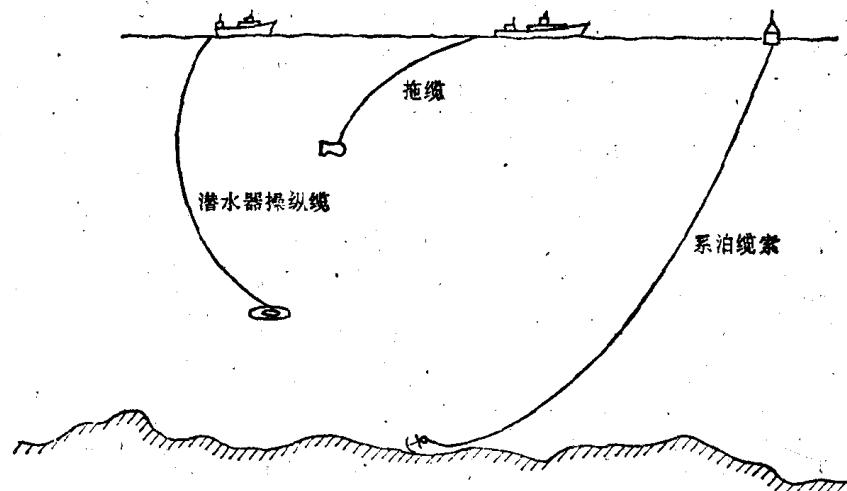


图 1.1 缆索的若干应用例

钢缆或合成纤维绳缆通常用来系泊船舶、平台、水面或水下浮标。系泊系统的要求视其担负的使命而异。船舶系泊系统的基本要求是能够避免船舶与岩石、海滩、其他船舶或沿岸设施相撞。在许多情况下，允许被系船舶有较大范围的漂移。而一些作业船舶、平台、数据采集或军事监测浮标、海洋研究站等则对系泊系统有相当严格的要求。这些系泊系统应能严格地将水平位置或深度的偏移控制在容许范围之内，而且系统必须是静力和动力稳定的。缆索在拖曳系统中也得到广泛的应用。海洋渔业中的拖网作业或许是人类最早成功地应用拖曳系统的一个例子；一些负有调查、测量使命的船舶常配备一电缆在水下拖曳摄影装置、仪器或水声装置；潜艇在水下航行时，为通讯需要有时在一缆索的端部拖曳浮于水面的通讯天线；海底采矿要求在深海区拖曳某些采矿装置。拖曳系统的要求与系泊系统颇有共通之处。通常，被拖物体要求能保持预定的轨迹和比较稳定的深度，拖曳过程中物体的位置、姿态与平衡状态的偏离最小；拖曳系统也应该具备静力和动力稳定性。

当然，缆索系统的应用远不止海洋工程方面。拖曳或系柱作业也经常在空中进行，飞机拖带电磁仪和系柱气球就是例子。除此之外，输电线、悬索桥或斜拉桥的缆索、拉索，铁塔的拉索等都可看作是缆索系统；在风及其他载荷的激励下，这些缆索亦会产生某些动力响应。这些缆索的力学性能的研究在相关的工程领域内已经引起了相当的重视和兴趣，其中不乏海洋工程科技工作者值得借鉴之处。

一般来说，缆索被看作是完全挠性的，即它不能承受剪应力或弯矩，沿缆索轴向的内力只能是张力。这是缆索力学赖以建立的基本假定之一。对缆索而言，这一假定是符合现实的。

在海洋工程中，我们也经常见到另一类弯矩影响不容忽视的挠性部件，海洋立管即是

其中的一种。海洋立管是一种连接管道，它可分成采油立管和钻探立管。通常，立管是一垂直方向的细长的圆柱管道，它把海底井口与一平台（固定的或浮动的）或船舶连接起来，其下端与防喷器顶部的万向节相接，上端与船底的滑移节相连。滑移节允许立管在船舶或浮动平台垂荡或横向运动时改变其长度。钻探作业时，钻杆通过立管直下井口，泥浆由泵压入钻杆，再沿钻杆与立管间的环状空间向上回到平台，起到冷却、润滑和带走钻屑的作用。立管实际上是一套具有许多附加部件的复杂管系，附加部件大致有接箍、节流与压井管线、浮力装置和顶端的恒张力器等。采油立管则可能是包含采油管、溶剂管和排泄管的管束，还可能包括注气、注水、回气等管线。图 1.2 为一典型立管的示意图。

事实上，目前出现的海洋热能电站(OTEC)所用的冷水管(CWP)、张力腿平台的垂向拉索等，尽管功能与立管相去甚远，但作为力学问题与立管是颇类似的。

海底管道也是海洋开发中一种重要的挠性部件。它主要用来输送油、气，其尺寸及工作压力与管道的功能有关。例如，出油管道将油井连接至一产油平台或海底总管，它一般是小口径管；海底总管或称干线管道则将来自一个或很多井口或平台的混合油气流输往岸上。据统计，自从在墨西哥湾成功地铺设了第一条海底管道以来，全世界不同的海区已铺设了数千英里的海底管道，有些管道安装在近二千英尺深的海底。

无论是立管或海底管道，作为一种极端细长的挠性部件，在波浪、海流等动力因素的影响下，都容易产生显著的动力响应，在部件内部产生额外的应力；即使在定常流的作用下，由于尾涡周期性泄出，也可能产生周期性的升力和横流振荡。海底管道在铺设过程中，由于波、流的作用及铺管船本身的运动，还有其特殊的力学问题。这些问题已经并正在受到科研工作者和设计人员极大的关注。

综上所述，我们大致可以将海洋工程中常见的挠性部件分成两大类别。一类是完全挠性的，不能承受剪力或弯矩，以缆索为代表；另一类是非完全挠性的，其力学分析中，弯矩是

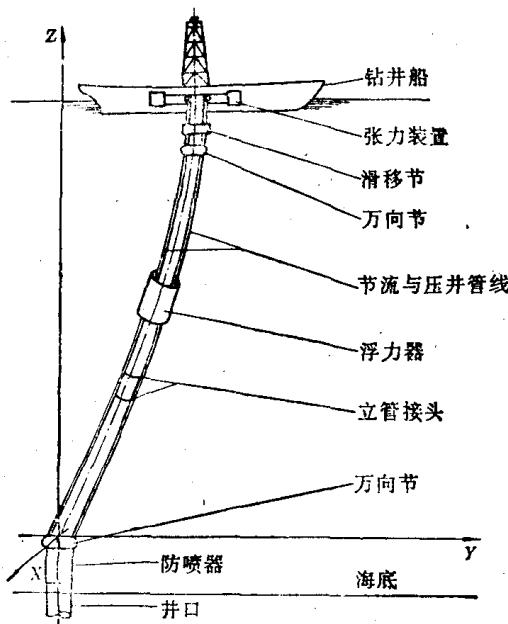


图 1.2 立管的图例

个重要的考虑因素，立管和海洋管道即属于这一类。

由于挠性部件应用范围的广泛，在其他许多应用领域中，也可看到挠性部件应用和其力学性能的研究成果。这些成果对挠性部件在海洋工程中的应用当有不少借鉴意义。亦正因为这个缘故，要系统地回顾挠性部件力学研究的发展历程不是件容易的事。在此，我们只想指出，尽管早在 17 世纪，伽利略和 James Bernoulli 等人就对悬挂于两固定支架上不可拉伸的匀质索和链建立了悬链曲线解，但随着挠性部件结构的多样化和复杂化，以及人们对环境载荷的深入了解和谋求在力学模型中反映的迫切要求，越来越多的力学分析依赖于数值方法。因此，挠性部件力学性能的研究只是在近几十年中随着计算工具和手段的飞速发展才获得了长足的进步。

本书的主要目的试图简明地归纳和阐述挠性部件力学特性和静力或动力的分析方法，为有志从事海洋工程的读者提供一些入门的线索。出于这样一个目的，本书中只介绍了海洋工程中挠性部件的典型应用（如系泊缆索、拖缆、海洋立管、水下管线等）及其基本的静力和动力分析。一些在实用上相当有意义的问题，例如挠性部件在随机海浪中的动力响应、系泊或拖曳系统的动力稳定性等，没有进行介绍和讨论，这有待于以后的修改和补充。在静力分析或动力分析中，本书采用了结合一种应用例介绍一种方法的编排方式。事实上，有些数值方法（如有限差分法、有限单元法等）的适用范围是更为广泛的，并不囿于所涉及的某一具体对象。限于篇幅，对有些方法的叙述仅限于给出一般性的思路，不过多地涉及方法的细节，对这些细节的讨论显然将使本书的内容过于庞杂。另一方面，有些方法的发展已比较成熟和标准化，有不少专著可提供详尽的指导，故将其细节包括进来实无必要。

如果在阅读本书后，能使读者对海洋工程中挠性部件的应用和分析方法有个总体的概念，对他们日后的深入探索有所助益的话，则是本书之幸。

## 第二章 挠性部件上的流体作用力

到目前为止，在环境条件对细长的挠性部件诱导的流体作用力方面已经进行了大量的理论和实验研究。这里，自由面效应是不那么重要的，通常不加考虑。

流和波浪是挠性部件设计和分析中的两个主要环境要素。它们流经挠性部件时，水质点运动可以是定常的、不定常的或是简谐振荡的，波浪的水质点运动即是如此。故而，挠性部件所受的流体作用力不仅有流体的粘性影响，也有流体的惯性作用。

我们在本章中即要介绍挠性部件在定常流和波浪中遭受的流体作用力的分析和估算。需要指出的是，这些力的估算，无论在理论上或实验上都存在一些基本的困难之处。以柱体所受的波浪力为例，至今主要使用的仍是 Morison 在 1950 年提出的一个经验公式及以后发展的种种修正形式。从工程角度看还没有一个更理想的表达能取代它的地位。Morison 公式的主要思想是假定波浪力为阻力与惯性力之和。阻力与水质点速度的平方成比例，比例系数为一常数，实质上与定常流动时的值相同；惯性力则与水质点的加速度成比例。关于这些比例系数已经有不少实验研究数据，但如何合理解释和使用仍有不少争议。特别是阻力系数，由于从模型试验结果外推到实物，雷诺数差别很大，边界层流态不同，由此引起的尺度效应缺乏合理的换算或修正规律，而可资利用的实尺度测量资料又显得相当不足，因此，在确定阻力系数时缺乏可靠性比较。所有这些都导致 Morison 公式应用中某种程度的不确定性。

除此之外，在流或波浪中，挠性部件的尾流可能有旋涡泄出，导致横流或顺流方向附加的脉动作用力和部件的振动，物体振动与流体运动还有耦合影响，这些力学现象更增加了分析的复杂性，这方面的内容将在下一章中阐述。

### §2.1 柱体在定常流中的阻力

缆索、立管等挠性部件在作业环境中常受到海流的影响。海流随时间的变化通常是缓慢的，在许多情况中，流的速度剖面随深度的变化也是缓慢的。例如，由长潮汐波的传播所引起的纯潮汐流即是如此。这时，挠性部件在海流中受到的流体阻力就可以看作是柱体在定常流中所受的阻力问题。

在海洋中，强烈的海流是经常出现的，相当大的流体作用力将引起挠性部件平衡位置和内部应力水平的改变。拖曳缆索在水中拖带的情况亦与此类似。由相对运动概念，可看作是某一速度的定常流流经拖缆。

当柱体与定常流垂直时，通常认为所受阻力与流速的平方成比例，即单位长度柱体的阻力  $\bar{F}_D$  可记为

$$\bar{F}_D = \frac{1}{2} \rho C_D D U^2 \quad (2.1)$$

式中： $\rho$  为流体密度； $D$  为柱体截面的特征尺度，对圆柱体而言， $D$  为圆柱直径； $U$  为定常流

的速度;  $C_D$  为阻力系数, 是个无因次量。

当柱体与流速方向成  $\phi$  角时(见图 2.1), 柱体上的阻力可以分成两部分来考虑, 一部分垂直于柱体, 另一部分与柱体相切。

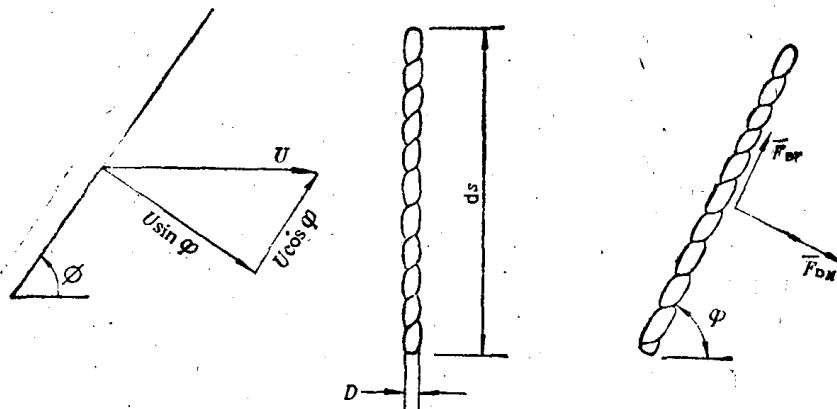


图 2.1 柱体在定常流中的阻力

这样, 单位长柱体所受阻力的法向分量  $\bar{F}_{DN}$  可记作

$$\bar{F}_{DN} = \frac{1}{2} \rho C_D \cdot D (U_N)^2$$

其中:  $U_N = U \sin \phi$ , 是垂直于柱体的流速分量, 故而

$$\bar{F}_{DN} = \frac{1}{2} \rho C_D D U^2 \sin^2 \phi = \bar{F}_D \sin^2 \phi \quad (2.2)$$

其中:  $\bar{F}_D$  为柱体垂直于流时所受的单位长度阻力, 见式(2.1)。切向分量

$$\bar{F}_{DT} = \frac{1}{2} \rho C_{DT} (\pi D) U_T^2 \quad (2.3)$$

式中:  $C_{DT}$  为切向阻力系数  $C_{DT} = \gamma C_D$ ,  $\gamma$  为某一常数,  $\pi D$  为单位长度圆柱的表面积,  $U_T = U \cos \phi$ , 为与柱体相切的流速分量。所以

$$\bar{F}_{DT} = \frac{1}{2} \rho \gamma C_D (\pi D) U^2 \cos^2 \phi = \pi \gamma \bar{F}_D \cos^2 \phi \quad (2.4)$$

阻力系数  $C_D$  随雷诺数而变, 与柱体截面形状和表面粗糙度有关。图 2.2 表示一光滑和粗糙圆柱的阻力系数随雷诺数  $Re$  的变化。圆柱的雷诺数定义为

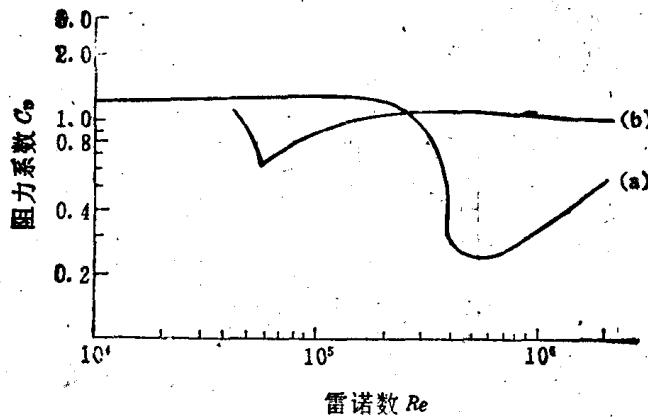


图 2.2 阻力系数随雷诺数的变化

(a) 光滑圆柱; (b) 粗糙圆柱;

$$Re = \frac{UD}{\nu} \quad (2.5)$$

其中:  $\nu$  为流体的运动粘性系数,  $U$  为垂直于圆柱的来流速度。由图可见, 在  $Re < 2 \times 10^5$  的亚临界区, 阻力系数  $C_D$  约为 1.2, 且相当稳定。

Choo 和 Casarella<sup>[1]</sup>对光滑圆柱的阻力系数提出一个经验公式:

$$C_D = 1.1 + 4Re^{-\frac{1}{2}} \quad (2.6)$$

可用于估算  $30 \leq Re \leq 10^5$  雷诺数范围内的光滑圆柱阻力系数。

切向阻力系数与法向阻力系数(即  $C_D$ )之比  $\gamma$  相当小, 一般为<sup>[2]</sup>:

$$0.01 \leq \gamma \leq 0.03$$

绝大部分实用的挠性部件都具有圆柱形截面, 但高速拖曳用的水中拖缆常附有流线型减阻装置, 使截面成机翼型, 以降低拖曳时受到的阻力(见图 5.1)。表 2.1 列出了若干流线型截面拖缆的阻力系数值, 可见设计良好的截面减阻的有效性。

表 2.1 不同截面形状拖缆的阻力系数

截面形状	阻力系数 $C_D$
裸缆(股绞)	1.20
随边减阻型	0.30
断面减阻型	0.20
包复减阻型	0.12

注: 减阻型缆索见图 5.1。

要理论上估算有机翼型截面的拖缆(看作一柱体)的阻力系数是困难的。Calkins 基于边界层理论和一些实验数据, 提出了下列估算机翼型截面拖缆的阻力系数的公式<sup>[5]</sup>, 就是

$$C_D = \frac{2.0}{t/c} \left[ \frac{1.422}{Re^{3/5}} \left\{ \frac{U_{te}}{U_0} \int_0^{x_{tr}/c} \left( \frac{U}{U_0} \right)^5 d\left( \frac{x}{c} \right) \right\}^{3/5} \right]$$

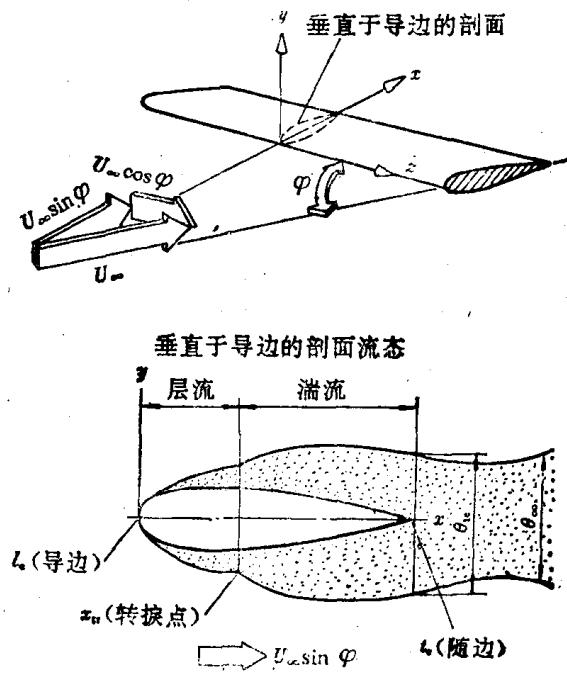


图 2.3 计算模型示意

$$+ \frac{0.02429}{Re^{1/5}} \int_{x_{tr}/c}^{1.0} \left( \frac{U}{U_0} \right)^4 d\left(\frac{x}{c}\right)^{5/6} \quad (2.7)$$

式中:  $t/c$  为翼厚弦长比;  $Re$  为雷诺数;  $U/U_0$  为截面上某处流速与均匀来流流速之比, 它可按二维剖面由势流理论求得<sup>[3][4]</sup>。 $U_{te}$  指的是机翼随边处的流速;  $x_{tr}/c$  为层流向紊流转变的转捩点的横坐标与弦长之比。图 2.3 为上述计算模型的示意图, 其中  $U_\infty \sin \phi$  即相当于公式中的  $U_0$ 。图 2.4 为 NACA-4 机翼剖面在不同雷诺数时转捩点位置与翼厚弦长比的关系。随着来流与  $x$  轴夹角的增加, 转捩点的位置向随边处移动, 它们间的修正关系可参见图 2.5。

从 Calkins 的计算结果与若干种机翼剖面阻力系数的试验结果的比较来看, 在工程意义上, 吻合程度还是令人满意的。该计算方法为设计者提供了由剖面形状、弦长和来流速度估算机翼截面缆索阻力特性的一个途径。

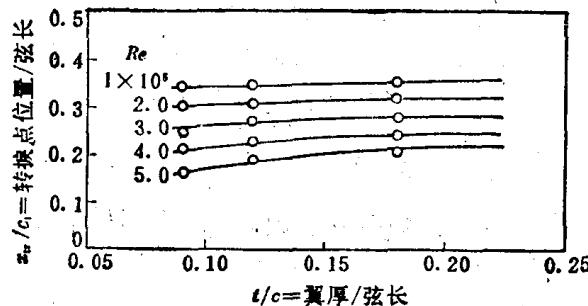


图 2.4 转捩点与翼厚弦长比的关系

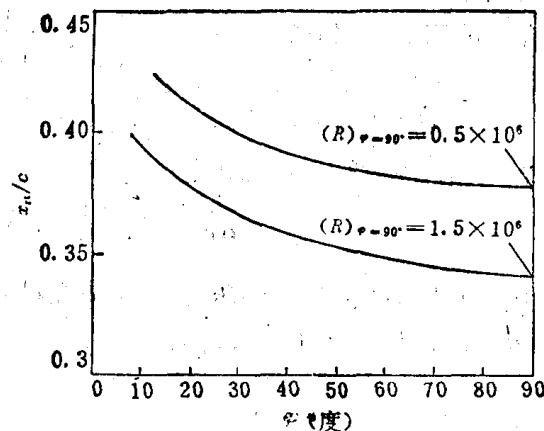


图 2.5 来流角对转捩点位置的影响

## § 2.2 细长柱体上的波浪力

目前, 细长柱体上的波浪力广泛采用所谓的 Morison 公式来计算。它的原型是 1950 年 Morison 及其同事在研究表面波对垂直细长柱柱的作用力时提出的一个经验公式。该公式假定, 柱体在波浪中遭受的总的波浪力为两部分分量的线性和, 一部分为水质点流经柱体的速度所引起的阻力, 另一部分为水体加速度所产生的惯性力。这样, 细长柱体某一长为  $ds$  的微元上的波浪作用力可记为<sup>[6]</sup>

$$dF = \frac{1}{2} \rho C_D D U |U| ds + \rho C_M A \dot{U} ds \quad (2.8)$$

式中:  $dF$  为微元上水质点速度和加速度方向上合成的总波浪力;  $\rho$  为水的密度;  $A$  为柱体截面积;  $D$  为柱体截面对流宽度, 对于圆柱体则为圆柱直径;  $U$  和  $\dot{U}$  分别为垂直柱体轴线方向的水质点的瞬时速度和加速度, 并取柱体轴线上的值;  $C_D$  为阻力系数;  $C_M$  为惯性力系数。

用上式计算波浪力时, 认为柱体的存在不影响波浪流场, 亦即柱体产生的波浪绕射效应是可以忽略的。这意味着柱体的截面特征尺度  $D$  与波长  $\lambda$  相比必须是个小量。普遍认

为,当  $D/\lambda < 0.2$  时, Morison 公式是适用的。故而,这里所谓的细长柱体,不仅从其本身尺度比来看必须是横向尺度远小于轴向尺度,而且还应从其与外界环境因素的尺度比较来判断。这时,细长柱体轴线处水质点(尽管那里事实上没有流体)的瞬时速度和加速度可以根据某种选定的波浪理论求取,无须考虑柱体存在的影响。同时,在截面特征尺度范围内波倾角及压力梯度都可认为是常数。

波浪理论可视波高、水深等情况选用线性 Airy 波、高阶 Stokes 波、椭圆余弦波或孤立波等。这些波浪理论的概要将在 § 2.3 节中予以讨论。

尽管 Morison 公式应用相当广泛,但人们仍常常对这一公式的合理性提出疑问。然而,如果忽略粘性影响的话,我们可以解析地证明, Morison 公式确是当  $D/\lambda$  很小时流体作用力的一个恰当的渐近表达式。这时系数  $C_M$  值应该为 2, 阻力项不复存在<sup>[7]</sup>。事实上, 惯性力可认为是由两部分力所组成:一部分纯粹是由于流场中的压力梯度所造成。压力梯度由场内流体的加速流动所产生,并且,因圆柱特征尺度小,故认为此时流体的流动不受柱体存在的影响,换句话说,也就是在考虑流体运动时,柱体好像是不存在的。压力梯度在圆柱直径的尺度范围内可合理地看作常数,它对流场中的圆柱体施加一个力,该力在数值上等于圆柱体所排开的液体质量与流体加速度(一般取轴线上的值)的乘积。证明这一点并不复杂,以垂直圆柱水平方向的这部分惯性力为例,单位长度圆柱受力可表示为

$$dF_{II} = - \int_c p \cos \theta dl = - r \int_0^{2\pi} p \cos \theta d\theta \quad (2.9)$$

式中:  $p$  为未扰流场的动压力,  $c$  为圆柱横截面周线,  $dl$  为周线弧长微元,  $r$  为圆柱半径( $dl = r d\theta$ )。流场的动压力可记为

$$p = - \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

于是沿  $x$  方向的压力梯度

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \rho \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \approx - \rho \dot{U}$$

其中:  $\Phi$  为流场的未扰速度势;  $\dot{U} \approx \frac{\partial U}{\partial t}$  为水质点在  $x$  方向的加速度。这里忽略了表征对流效应的非线性项。如前面所假定,在圆柱截面的尺度范围内,压力梯度可看作是常数,它取为圆柱轴线上的值。于是,作用于圆柱上的流体压力可由积分上式得到,即

$$p = - \rho \dot{U} x = - \rho \dot{U} r \cos \theta$$

这里积分常数已经略去,因为它对圆柱受力没有贡献。将上式代入式(2.9)可知

$$\begin{aligned} dF_{II} &= \rho r^2 \dot{U} \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta \\ &= \rho \dot{U} \pi r^2 = \rho \dot{U} \frac{\pi D^2}{4} \end{aligned} \quad (2.10)$$

其中:  $D$  为圆柱直径,  $\frac{\pi D^2}{4}$  为单位长度圆柱的排水质量。式(2.10)即证明压力梯度引起的惯性力在数值上等于圆柱体排水质量与流体加速度之乘积。将式(2.10)与圆柱体在静水中所受的浮力( $\rho g \frac{\pi D^2}{4}$ ,  $g$  为重力加速度)类比,容易看出这一惯性力的性质与浮力相仿。

惯性力的第二部分将是圆柱体诱导的附加质量力。事实上,当我们假定流动未被圆柱

体扰动时，等于假定了有流体流经圆柱壁面。这在物理上是不现实的。因此，圆柱体必须能建立一个压力场，它产生的流体速度场在圆柱壁面上能恰好抵消未扰流动产生的法向速度。由于波长远大于圆柱直径，我们完全有理由认为，寻找这一附加压力场的问题等价于圆柱体以加速度 $-\dot{U}$ 运动的流体动力问题。这样，总的来说将没有流体质点穿透圆柱壁面。由基础流体力学已知，这时圆柱的受力可表示为

$$dF_{12} = m_x \dot{U}$$

其中： $m_x$  为单位长度圆柱水平方向的附加质量，它等于单位长度圆柱的排水质量，即  $m_x = \rho \frac{\pi D^2}{4}$ 。

这样，我们解析地证明了当  $D/\lambda$  很小时，若不计粘性影响，Morison 公式是流体作用力的一个恰当的渐近表达，这时  $C_M = 2$ 。不限于圆柱体，Morison 公式中的惯性力部分可写作

$$dF_1 = dF_{11} + dF_{12} = \rho A \dot{U} + C_I \rho A \dot{U}$$

式中： $A$  为柱体截面积； $C_I$  为附加质量系数。从以上讨论不难看出，前一部分惯性力实际上只与未扰流动的加速度有关，与柱体是否运动无关；而后一部分惯性力（附加质量力）在柱体有事实上的加速运动时，应与流体与柱体之间的相对加速度有关，所以在水平加速流中作水平加速运动的柱体，其单位长度上的附加质量力

$$dF_{12} = C_I \rho A (\dot{U} - \ddot{x})$$

其中， $\ddot{x}$  为柱体水平方向运动加速度。

Morison 公式中的粘性影响以阻力分量形式表示出来，它由摩擦阻力和压差阻力组成，一般将其总的影响由式(2.8)中第一项表示之。当柱体本身也有运动时，式中的  $U$  应取相对速度。

综上所述，我们可以看出，尽管在建立 Morison 公式时认为柱体对流动没有影响，但事实上还是部分地考虑了柱体存在而产生的流动变形，它主要体现在 Morison 公式的惯性力项中。

有些时候，人们感兴趣的是最大波浪力和在什么情况下波浪力达最大。为得到一些一般性的启示，我们考虑深水规则正弦波 (Airy 波) 作用于一伸出水面的垂直圆柱桩的情况（见图 2.6）。

按线性 Airy 波理论，水质点的水平速度  $U_x$  和加速度  $\dot{U}_x$  分别可记为：

$$U_x = \omega \zeta_a e^{kz} \sin(\omega t - kx)$$

$$\dot{U}_x = \omega^2 \zeta_a e^{kz} \cos(\omega t - kx)$$

于是，根据 Morison 公式(2.8)，作用于垂直圆柱某一长度为  $dz$  的微元上的水平波浪力

$$dF = \frac{\rho \pi D^2}{4} dz C_M \omega^2 \zeta_a^2 e^{2kz} \cos \omega t + \frac{\rho}{2} C_D D dz \omega^2 \zeta_a^2 e^{2kz} \sin \omega t |\sin \omega t| \quad (2.11)$$

以上表达式中： $D$  为圆柱直径； $\omega$  为波浪圆频率； $\zeta_a$  为波浪的波幅， $k$  为波数。若波长为  $\lambda$ ，

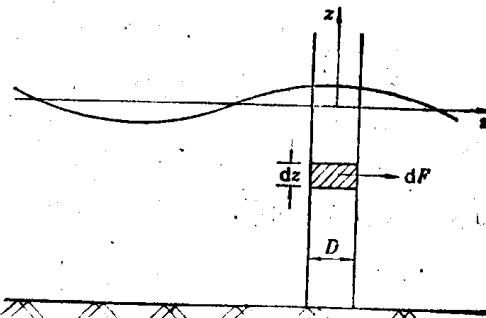


图 2.6 垂直圆柱桩

则  $k = 2\pi/\lambda$ 。

式(2.11)表达的水平波浪力有其最大值。为使以下的推导简便计，我们考虑半个波浪周期 $[0, \pi]$ 。在这半个周期中， $\sin \omega t$  有正值。这样，式(2.11)中  $\sin \omega t |\sin \omega t|$  即可方便地写作  $\sin^2 \omega t$ 。至于  $\sin \omega t$  有负值的半个周期，讨论完全是相仿的。

将式(2.11)两边对时间  $t$  求导，容易得到

$$\frac{d(dF)}{dt} = (-A + 2B \cos \omega t) \cdot \omega \sin \omega t \quad (2.12)$$

其中已记

$$A = \frac{\rho \pi D^2}{4} dz C_M \omega^2 \zeta_a e^{kz}$$

$$B = \frac{\rho}{2} C_D D dz \omega^2 \zeta_a e^{2kz}$$

若令  $\frac{d(dF)}{dt} = 0$ ，可以求得何时水平波浪力变得最大。事实上，按波幅  $\zeta_a$  的大小不同，出现最大波浪力的时间和最大波浪力的幅值也不同。如果  $A/2B > 1$ ，则式(2.12)中括号内的量不为零，波浪力只有当  $\omega t = 0$  时取最大值。这时，从式(2.11)可知最大波浪力

$$dF_{max} = \frac{\rho \pi D^2}{4} dz C_M \omega^2 \zeta_a e^{kz} \quad (2.13)$$

这时波浪力完全由惯性力组成，阻力项为零。注意到 Airy 波的波形表达式为

$$\tilde{\zeta}_a = \zeta_a \sin(\omega t - kz)$$

容易看出当波浪节点经过圆柱轴线时，出现最大波浪力，这时圆柱轴线处的波倾是负值。

另外，不等式  $A/2B > 1$  相当于

$$\zeta_a e^{kz} < \frac{\pi}{4} \frac{C_M}{C_D} \cdot D \quad (2.14)$$

不等式的左端实际上是波浪水质点运动的轨圆半径，故而上式意味着圆柱微元轴线处水质点水平振荡幅值（好像圆柱不存在一样）与圆柱特征尺度（直径）的比较。按通常所取的  $C_M$  与  $C_D$  值， $\frac{\pi}{4} \frac{C_M}{C_D} \approx 1.6 \sim 2$ ，因此，当水质点轨圆半径小于  $1.6 \sim 2D$  时，Morison 公式中惯性力项占优势。如果  $A/2B < 1$ ，就是

$$\zeta_a e^{kz} > \frac{\pi}{4} \frac{C_M}{C_D} \cdot D \quad (2.15)$$

则  $dF$  在  $\omega t = 0$  和

$$\cos \omega t = \frac{\pi}{4} \frac{C_M}{C_D} \cdot \frac{D}{\zeta_a e^{kz}}$$

时出现极值，将两极值比较可以判断，真正的最大波浪力出现于后一种情况，这时

$$dF_{max} = \frac{\rho}{2} C_D D dz \omega^2 \zeta_a^2 e^{2kz} \left[ 1 + \left( \frac{\pi}{4} \frac{D}{\zeta_a e^{kz}} \frac{C_M}{C_D} \right)^2 \right] \quad (2.16)$$

由式(2.13)和(2.16)易见，最大波浪力在波幅较小时线性地依赖于波幅，当波幅较大时，则呈非线性关系。也就是说，与圆柱直径相比，波幅较小时（因而也是水质点轨圆半径较小），惯性力起主要作用，波幅较大时，阻力将起主要作用。以上的分析与 Hogben<sup>[8]</sup> 提出的判据是一致的，这个判据是：

$D/\omega_0 > 0.2$  惯性力渐占优势

$D/w_0 < 0.6$  开始出现阻力和升力

$D/w_0 < 0.2$  阻力渐占优势

其中:  $w_0$  为水质点运动的轨道宽度参数, 定义为  $w_0 = 2\zeta_a / th kh$ , 式中  $k$  为波数,  $h$  为水深, 对  $h \rightarrow \infty$  时的深水波,  $w_0$  即等于水表面的波高。

同时, 从式(2.11)中还可看到, 惯性力沿水深方向以  $e^{ks}$  的速率衰减, 而阻力则以  $e^{2ks}$  的速率衰减。亦即阻力沿圆柱长度方向的分布比惯性力的分布更集中在水表面附近。

Morison 公式的原型是对垂直柱体提出的。在挠性部件(如系缆、拖缆、铺设时的管线)的实际情况中, 它们的工作状态往往是倾斜的。如何把 Morison 公式推广到倾斜柱体上去, 目前尚无统一的意见。有计算比较表明, 对一指定结构物用不同方法估算出来的波浪载荷的最大偏差可达 22%<sup>[9]</sup>。

据认为, 由 Borgman 提出, 并由 Chakrabarti 改进的方法是最少保守的方法之一<sup>[10]</sup>。在这种方法中, 垂直柱体被看作是倾斜柱体的一种特殊情形。如图 2.7 所示, 若我们记  $\mathbf{C}$  为沿斜柱轴线的单位矢量, 则水质点速度  $\mathbf{U}$  可在  $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{C}$  组成的平面内沿两个互相垂直的方向分解成  $\mathbf{U}_T$  和  $\mathbf{U}_n$ 。前者与柱体轴线平行, 后者则与之垂直。加速度的分解与此相仿。Morison 公式(2.8)对倾斜柱体的矢量形式则可写作

$$dF = \frac{1}{2} \rho C_D U_n |U_n| ds + \rho C_M A \dot{U}_n ds$$

(2.17)

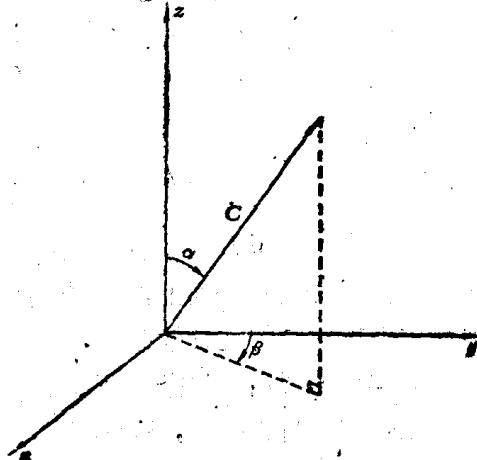


图 2.7 倾斜柱体的表示法

式中,  $dF$  为倾斜柱体上单位长度的流体作用力;  $\mathbf{U}_n$  和  $\dot{\mathbf{U}}_n$  则分别为水质点速度和加速度相对柱体轴线的法向分量, 而绝对值符号表示取变量的模。由式可知,  $dF$  的方向应取惯性力与阻力矢量和的方向。

按上述分解, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \mathbf{U}_n + \mathbf{U}_T \\ \mathbf{U}_T &= (\mathbf{U} \cdot \mathbf{C}) \mathbf{C} \\ \mathbf{U}_n &= \mathbf{U} - (\mathbf{U} \cdot \mathbf{C}) \mathbf{C} \end{aligned} \quad (2.18)$$

若认为波浪沿  $x$  轴的正向传播, 则在  $y$  方向上  $\mathbf{U}$  的分量为零, 则式(2.18)的分量形式为

$$\left. \begin{aligned} U_{nx} &= U_x - (U_x C_x + U_z C_z) C_x \\ U_{ny} &= -(U_x C_x + U_z C_z) C_y \\ U_{nz} &= U_z - (U_x C_x + U_z C_z) C_z \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

按图 2.7 定义的柱体倾角,  $\mathbf{C}$  的各分量可分别记为

$$\left. \begin{aligned} C_x &= \sin \alpha \cos \beta \\ C_y &= \sin \alpha \sin \beta \\ C_z &= \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

加速度的分解与此相仿。于是按式(2.17)不难得到倾斜柱体上的流体作用力。对一垂直柱体,  $\alpha = 0$ ,  $\mathbf{U}_n = (U_n, 0, 0)$ , 式(2.17)即退化成经典的 Morison 公式(2.8)。

## § 2-3 波浪理论概述与适用范围的讨论

如前两节所述，当挠性部件的尺度不明显地扰乱入射波场时，部件上的流体载荷可用熟知的 Morison 公式估算。公式中涉及的水质点速度和加速度则由某种选定的波浪理论求取。这一节中我们将对一些常用的确定性波浪理论作必要的介绍。在叙述中，我们尽量不引入详细的数学推导，有些理论仅列出基本概念和最终结果。这方面的详细论述将是其他课程的专门内容。

可以这样说，大多数确定性的水波理论本质上是对速度势  $\phi$  或与其正交的流函数  $\psi$  (对二维的平面行进波) 求解。速度势须满足 Laplace 方程：

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.21)$$

和动力方程

$$p/\rho = -g z - \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (2.22)$$

式中： $p$  为流场中压力； $\rho$  为流体密度； $(x, z)$  为空间笛卡尔坐标系，一般取  $z$  轴垂直向上，坐标原点位于静止水平面上， $x$  轴指向波浪前进方向。事实上，式(2.21)表征了无粘、不可压缩流体无旋运动的连续性条件，式(2.22)则表征了流场内部的能量关系。

式(2.21)的解由边界条件所决定。这些边界条件主要是自由面(即水一气交界面)条件和底部条件。在自由面上，质点速度必须切于自由表面，且必须满足  $p/\rho = 0$  和能量方程，前者为自由面的运动学边界条件，后者为自由面的动力学边界条件。在海底，一般总假定是水平的，水质点的法向速度为零，这也就是固壁的不可渗透条件。

速度势(或流函数)描述了流体内及其边界附近的流动，在点  $(x, z)$  处水质点运动的水平速度和垂直速度分量分别为

$$\begin{cases} u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{\partial \psi}{\partial z} \\ v = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{cases} \quad (2.23)$$

水质点运动的加速度可由上式对时间  $t$  求导得到。

在求解  $\phi$  (或  $\psi$ ) 时的主要差别发生在如何处理自由面边界条件和处理中引进的基本假定上。按相对水深的不同，目前常用的大致有下列波浪理论，它们是深水中的线性波浪理论(Airy 波理论)、Stokes 三阶和五阶波理论；浅水中的一阶和二阶椭圆余弦波理论、孤立波理论及数值解中最为流行的流函数理论。

线性(Airy)波浪理论是以水一气交界面上(展开至  $z=0$  处)的线性化边界条件导出的。参见图 2.8，如果自由表面扰动形式为

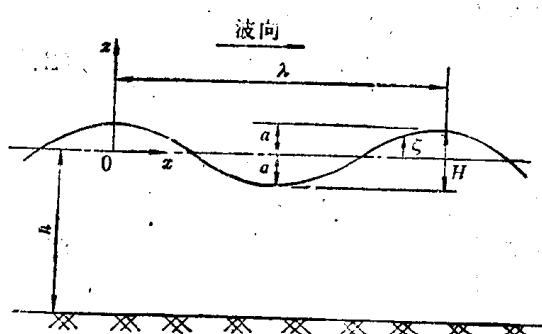


图 2.8 线性波要素的定义