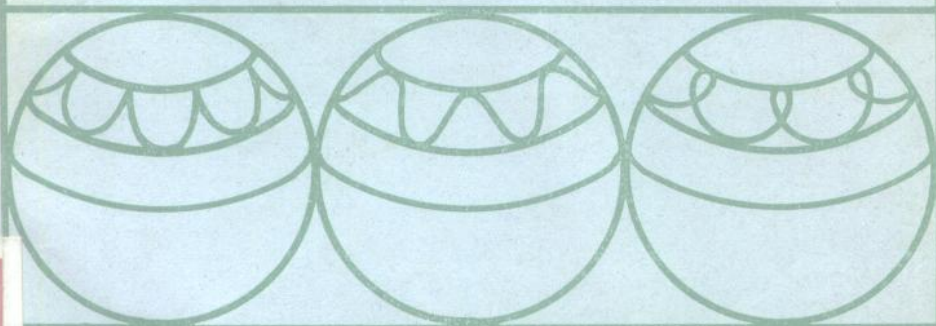


322

离散系统分析动力学

[美] R. 罗森伯 著 程迺巽 郭 坤 译



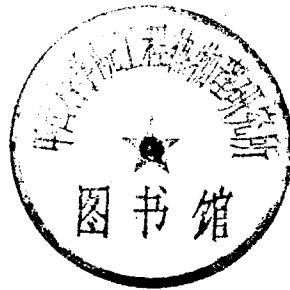
人民教育出版社

52.16
349

离散系统分析动力学

[美] R. 罗森伯 著

程迺巽 郭 坤 译



人民教育出版社

↓ 100930

本书可用作我国高等学校工科有关专业高年级学生和低年级研究生所学分析动力学课程的教材，也可供有关科技人员和理科有关专业的师生参考。

**Analytical Dynamics
of Discrete Systems**
Reinhardt M. Rosenberg
1977 Plenum Press, New York

2F64/20

离散系统分析动力学

[美] R. 罗森伯 著

程迺巽 郭 坤 译

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 14 字数 336,000

1981年12月第1版 1983年6月第1次印刷

印数 00,001—7,000

书号 15012·0381 定价 1.80 元

译者的话

本书原著是美国加利福尼亚大学柏克莱分校罗森伯教授为该
校工科本科四年级学生和低年级研究生讲授分析动力学所编写的
教材。在概念的说明、理论的阐述和例题的分析等方面与我国现
有的一些分析动力学教材有很大的不同，别具风格，很有参考价
值。因此，我们把它翻译出来供广大读者学习、研究。限于水平，
译文中缺点和错误在所难免，恳请读者批评指正。

程迺巽 郭 坤

1981.4.

序

本书是供工科四年级学生或低年级研究生使用的第二门动力学课程的教材，它是根据我在加利福尼亚大学柏克莱分校对学习机械工程的四年级学生讲授这门课程的多年经验编写而成的。就个人的性格而言，我并不乐于撰写教科书；但我仍旧写成了这本著作，其原因也很一般——我找不到一本用英语写的令人满意的包含动力学中级课程内容的教材。

我本来想使这本教材与我给四年级学生开的动力学课程的内容紧密一致。但很快就发现，我的那门课程反映我的个性太多，同时，其内容也许太少，不足以成为一本普通教材的合适基础。而且，随着手稿数量的增加，我对这门学科某些方面的兴趣也增加了。因此本书包含了较多的材料，超过了一个学期或四分之一一个学年所能学完的。我讲课时仅讲授第一章至第五章（第一、二、三章稍加讲解）和第八章至第二十章（第十七章稍加讲解）。就学生的准备而言，在大学头三年学习工程课程时，学习过按现代方法讲授的数学、物理和力学，即能满足要求。希望学生们已经在二、三年级用目前流行的方法学过第一门力学课程中的运动学和动力学，并且熟悉牛顿力学的基本原理以及它们在二维和三维问题中的应用。他们在数学方面的准备应包括行列式和矩阵的基础理论、微积分和常微分方程的初级课程；而且还必须懂得如何将矢量进行变换、相乘和求导数。假如他们能熟悉集合理论的记号，也许会有些帮助，但这方面的要求并不高，在学习其应用时，是很容易达到熟悉的地步的。

我认为,第一门动力学课程的任务,不应该仅仅是把解决问题所需的技巧传授给学生。同样,第二门动力学课程也不应该仅仅是帮助学生掌握比他们已经掌握的更为复杂的新技巧;它还应该帮助他们加深对基本原理的理解。因此,在本教材中,有很大一部分内容,是用一种新的眼光,来对一个熟悉的课题——牛顿力学,进行更详细更透彻的考察。这样做不仅是因为我觉得这是第二门动力学课程应该完成的任务,而且在从牛顿的观点过渡到拉格朗日观点时,这样做也是不可避免的。

在复习牛顿力学时,我们对其基础给予了一定的注意,对经典力学的问题给出了较为精确的定义,并对约束理论给予了很大的重视。在此过程中,我一直强调了几何解释。这是因为不仅我觉得几何解释十分有趣,而且我发现它们对于学生也有很大的吸引力。

刚体力学和相对于动参照系的运动,在本书中仅稍微涉及,因为这些内容在第一门动力学课程中一般都已讨论过了。我们把转动理论作为对正交矩阵变换的说明来处理,因为就我所知,第一门力学课程几乎从未包括这一理论。由于同一原因,布安索(Poinsot)的表示法也纳入了这本教材之中。

本书是为不熟悉拉格朗日力学的学生撰写的,因此,拉格朗日力学的理论和应用,在他们新学的内容中占着主要部分。

我并不把拉格朗日力学主要看作是得出运动方程的一个力学方法,而是把它看作对牛顿观点的一种勇敢的背离,是由伯努利和达兰贝尔开创的那一发展的顶峰。拉格朗日力学对受约束的动力学系统的一般理论所建立的方程,是一个精致的、在美学上令人十分满意的作品。我在本书中正是试图从这一角度来描述它的。

几乎每一章中都包含了说明其理论的已经解答好的问题。这一方面是因为,我把理论的应用看作学习的重要辅助手段;另一方

面是因为，知道了解题的方法(或者仅仅是自以为掌握了这种方法)，与实际进行解题，是决不应该混淆的。

每一个作者在着手编写教材时，都得就使用的符号作出一些决定。不管作出怎样的决定，他肯定不会使每一个读者都满意。在这一方面，他的处境或许与在民意测验中受到评价的当选官员的情况并无不同：有些读者赞成，有些反对，而有些人则不发表意见。

一般来说，我采用的是传统的、或许是过时的符号。我没有使用双下标求和符号，尽管使用它可以使公式更加紧凑。因为我觉得应用这种符号会使学生增加负担，只有在研究的诸量中大多数是张量，而且张量变换构成某一理论的不可或缺的部分的领域中，才应使用这种符号。同样，我也没有使用特殊的符号，来区别函数和某一点的函数值。因此在定义了某一个 X 域中的函数 f 之后，我就把 x 处 f 之值叫做 $f(x)$ 。在很少的一些场合，由于区分开来十分重要，我就写作： $f(x_i)$ 是在 $x_i \in X$ 处 f 之值。

也许我使用的符号与动力学基础教材中通用的符号唯一不同点是：我不采用粗体字来表示矢量，而且也不滥用单位矢量。因此，一个 n 维矢量一般写成 $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ 。在使用单位矢量时，我用符号 \hat{e}_r 表示 r 方向上的单位矢量；从而

$$\alpha = \sum_{i=1}^n \alpha_i \hat{e}_i$$

在空间是 \mathcal{E}^3 ，而且应用了直角坐标的情况下，我写成 $\alpha \hat{i} + \beta \hat{j} + \gamma \hat{k}$ ，而不加解释性的词句。

有时，我用同一符号在本书的不同章节表示不同的量。凡是我有意识地这样做的地方，我都作了说明，指出这种改变。如果这种现象是无意中发生的，我在此预致歉意，若有读者指出，我将不胜感激。

一本论述古老的、十分完善的学科的新教材，显然不可能包含多少新内容。本书自然也不会例外，书中讨论的许多问题都是经典的，许多内容在别的地方也同样可以看到。尽管如此，我仍然希望书中的某些材料，依然能给许多读者以新颖之感。

在本书写作过程中，我从别人的著作中得到了许多教益。对我有很大帮助的一些优秀著作有：拜尔利(W. E. Byerly)的《广义坐标在力学和物理学中的应用引论》；歌德斯坦(H. Goldstein)的《经典力学》；朗道(L. D. Landau)和里弗席兹(E. M. Lifshitz)合著的《力学》；路尔叶(A. I. Lur'e)的《分析力学》(俄文)；欣吉(J. L. Synge)的《经典动力学》；魏伯斯特(A. G. Webster)的《质点动力学》；以及魏特克(E. T. Whittaker)的《论质点和刚体分析力学》。然而，还有两本书必须着重指出，因为要是没有它们，我是不可能写出这本教材的。一本是帕斯(L. A. Pars)的《论分析动力学》，这确实是一本令人赞美的巨著。另一本是海默尔(G. Hamel)的《理论力学》(德文)，这是一本十分深奥的著作。

本书中的许多例题，均源出于上述的著作。凡是出现这样的例题时，均指出其出处。然而，本书的处理方法却从来不是直接转引，引用时往往与原著有所不同，而且更为扩展。

毫无疑问，本书得益于帕斯的论著，远较其他著作为多。帕斯给出的定义细致而又明确，他对概念的论述毫无含糊之处，而在大多著作中，这些概念却多少是模糊不清的。在这两方面，我都得益匪浅。

我对动力学的爱好，最初是由于研究了海默尔那本令人鼓舞的著作引起的。正是从他那里我第一次学到哈密顿原理中的比较弧线(Comparison arcs)一般并非可能路径，因而哈密顿原理一般不是变分原理。海默尔对动力学的理解非常透彻，他具有把分析的技能 and 物理上的透彻理解结合起来的能力，他的这种能力是别

人少有的。而且，他的著作中收集的习题，其有趣程度可以和任何著作中的习题媲美。本书中的许多习题取自海默尔的著作。但是，他的书不易读懂；他使用的符号往往不很方便，很少是人们常用的符号；其内容的组织也还有待改进。尽管如此，他的书仍值得那些勤奋的读者仔细阅读。

遗憾的是，帕斯和海默尔的著作都不宜用作大学教材。帕斯的专著用作教材内容失之过全（正如他自己所说的那样，这本书“对这门学科 [整门动力学] 按照现实情况作了相当全面的阐述”），而且缺少大学教材中一般都应有的习题集。海默尔的书，是用德文写的，这对使用英语的学生来说是不方便的，而且它可能更适用于已熟悉这门课程内容的学生。

Reinhardt M. Rosenberg

目 录

第一章 绪论	1
第二章 动力学系统	6
§ 2.1. 质点	6
§ 2.2. 质点系	8
§ 2.3. 力与运动定律	9
§ 2.4. 伽利略变换	11
§ 2.5. 力的自变量	14
§ 2.6. 质点力学问题	17
第三章 运动的表示方法	18
§ 3.1. 位形空间	18
§ 3.2. 事件空间	20
§ 3.3. 状态空间	23
§ 3.4. 状态-时间空间	25
§ 3.5. 关于稳定概念的意见	26
§ 3.6. 习题	27
第四章 约束	29
§ 4.1. 总的说明	29
§ 4.2. 完整约束	31
§ 4.3. 非完整约束	40
§ 4.4. 普发夫形式	43
§ 4.5. 约束系统何时是完整的?	45
§ 4.6. (位形空间的)可达性	49
§ 4.7. 习题	51
第五章 严格的牛顿力学问题	54
§ 5.1. 总的说明	54
§ 5.2. 已知的量及关系式	54

§ 5.3. 第一类问题	56
§ 5.4. 第二类问题	58
§ 5.5. 其他问题	58
§ 5.6. 结束语	59
第六章 某些刚体运动学	60
§ 6.1. 刚体	60
§ 6.2. 有限转动	62
§ 6.3. 方向余弦	65
§ 6.4. 正交变换	68
§ 6.5. 矩阵记号	70
§ 6.6. 转动矩阵的性质	72
§ 6.7. 转动的合成	75
§ 6.8. 应用	76
(a) 欧拉角	
(b) 罗德里格斯公式	
§ 6.9. 习题	84
第七章 某些刚体动力学	85
§ 7.1. 引言	85
§ 7.2. 在转动轴系中的惯性参量	90
§ 7.3. 角动量与主轴	92
§ 7.4. 柯西与布安索椭圆	94
§ 7.5. 刚体的一般运动	106
§ 7.6. 习题	111
第八章 拉格朗日力学的特征	114
§ 8.1. 总的说明	114
§ 8.2. 拉格朗日所作的扩展	114
第九章 虚位移和虚功	117
§ 9.1. 总的说明	117
§ 9.2. 位移的分类	117
§ 9.3. 达兰贝尔原理	119
§ 9.4. 约束力的性质	126

§ 9.5. 虚速度	138
§ 9.6. 变分	144
§ 9.7. 可能速度和可能加速度	146
§ 9.8. 基本方程	148
§ 9.9. 给定的力的性质	149
§ 9.10. 是约束力的函数的给定力	151
§ 9.11. 习题	156
第十章 哈密顿原理	159
§ 10.1. 动能	150
§ 10.2. 有序的系统中的动能	159
§ 10.3. 在有序的系统中的能量关系	160
§ 10.4. 中心原理	165
§ 10.5. 哈密顿原理	167
§ 10.6. 非等时变分	173
§ 10.7. 拉格朗日最小作用原理	175
§ 10.8. 雅可比最小作用原理	177
§ 10.9. 习题	180
第十一章 广义坐标	183
§ 11.1. 引言	183
§ 11.2. 广义坐标的理论	183
§ 11.3. 广义坐标的性质	188
§ 11.4. 用于广义坐标的 δ 算子	192
§ 11.5. 例外的情形	193
§ 11.6. 习题	197
第十二章 用广义坐标表示的基本方程	199
§ 12.1. 动能	199
§ 12.2. 两个等式	201
§ 12.3. 基本方程	202
§ 12.4. 广义有势力	204
§ 12.5. 与速度有关的势	205
§ 12.6. 习题	206

第十三章 拉格朗日方程	209
§ 13.1. 动力学问题	209
§ 13.2. 乘子法则	209
§ 13.3. 由基本方程推导	212
§ 13.4. 由中心原理推导	213
§ 13.5. 由哈密顿原理推导	215
§ 13.6. 动力耦联和去耦	218
§ 13.7. 拉格朗日方程的特殊形式	224
(a) 存在一个势	
(b) 完整系统	
(c) 瑞利消散函数	
(d) 路尔叶消散函数	
§ 13.8. 再论最小作用原理	230
§ 13.9. 习题	233
第十四章 嵌入约束	236
§ 14.1. 引言	236
§ 14.2. 一个谬误	236
§ 14.3. 嵌入非完整约束	241
§ 14.4. 习题	244
第十五章 用拉格朗日方程表述问题	245
§ 15.1. 总的说明	245
§ 15.2. 不受约束的质点	247
§ 15.3. 受完整约束的质点	250
§ 15.4. 受非完整约束的质点	254
§ 15.5. 质点系与刚体	257
§ 15.6. 习题	271
第十六章 积分	273
§ 16.1. 积分的含义	273
§ 16.2. 雅可比积分	275
§ 16.3. 劳斯函数与动量积分	280
(a) 勒让德变换	

(b) 劳斯函数	
§ 16.4. 变量的部分分离与完全分离	286
§ 16.5. 用积分表示的解答	291
§ 16.6. 定性积分	295
§ 16.7. 习题	300
第十七章 稳定性	302
§ 17.1. 引言	302
§ 17.2. 稳定性的定义	303
§ 17.3. 变分方程	305
§ 17.4. 关于间接法的一些说明	306
§ 17.5. 关于李亚普诺夫直接法的一些说明	313
(a) 自治情况	
(b) 非自治情况	
§ 17.6. 习题	323
第十八章 应用	325
§ 18.1. 引言	325
§ 18.2. 单个质点	325
§ 18.3. 质点系	331
§ 18.4. 非完整系统	338
§ 18.5. 习题	352
第十九章 关于天体问题	355
§ 19.1. 历史简述	355
§ 19.2. 有心力问题	357
§ 19.3. 有心力问题(续)——拱点	360
§ 19.4. 有心力问题(续)——关于伯特兰定理	362
§ 19.5. n 体问题	370
§ 19.6. 两体问题	374
§ 19.7. 关于三体问题的一些知识	375
§ 19.8. 习题	376
第二十章 陀螺动力学专题	378
§ 20.1. 引言	378

§ 20.2. 对称重陀螺·····	379
§ 20.3. 回转仪·····	387
§ 20.4. 回转罗盘·····	390
§ 20.5. 习题·····	392
第二十一章 冲击运动 ·····	394
§ 21.1. 总的说明·····	394
§ 21.2. 基本方程·····	396
§ 21.3. 冲击约束·····	398
§ 21.4. 含有冲击约束的基本方程·····	403
§ 21.5. 冲击运动定理·····	404
§ 21.6. 冲击运动的拉格朗日方程·····	415
§ 21.7. 习题·····	415
参考书目 ·····	418
英汉名词对照 ·····	419

第一章 绪 论

质点力学目前已臻完善。回顾其发展历史,不难看到,这一学科的发展过程并不是一帆风顺的,在涌现出一系列激动人心的成就之前,往往是多少有点沉寂的时期。例如,从亚里斯多德和阿基米德到开普勒和伽利略生活的时代这一期间,在力学上就很少有重要发现。然而,伽利略对于加速度重要性的认识,却具有划时代的意义,开创了一个硕果累累的新发现时期。牛顿的《自然哲学的数学原理》(1687)标志着这一时期的暂时终结。在某种意义上由牛顿总结的质点力学理论,就是我们今天所谓的牛顿质点力学。它包含了动力分析方法,在这种方法中,质点力学的基本问题是用牛顿第二定律,也就是用牛顿运动方程来建立式子的。

此后具有重要发现的另一个时期,是与约翰·伯努利、欧拉、达兰贝尔和拉格朗日这些人的名字紧密相连的。牛顿的《原理》发表一百年之后,拉格朗日在其不朽的著作《分析力学》(1788)中,总结了这一时期的成果,其主要内容今天称为拉格朗日力学。在拉格朗日力学中,质点力学的基本问题的表述,要用到虚位移的概念,而且是用拉格朗日运动方程来建立式子的。

经典力学分析方法[†]随后的进展,主要应归功于泊桑、哈密顿、雅可比和高斯。虽然在当时总结他们所提出的新观念的论文当中,没有一篇是他们亲自撰写的,然而,这些观念却和一个单独的名字——哈密顿——联系在一起,因为质点力学中的基本问题,在这里

[†] “分析的”这一术语,并不是用来表示“非几何的”,在这里,它具有的原意是以几个基本原理为基础来构成一门完整的学科。

是用所谓的哈密顿正则方程来表述的。力学的这一分支如今称为哈密顿力学。

人们常说，质点力学中的问题，都可以用上述三种理论中任何一种的基本原理来表述。在一定的意义上，这种说法是正确的。然而，如果认为这三种理论发现的先后次序，可以与它们在历史上出现的先后有所不同，那将是无法想象的。因为，经典力学中唯一可以用实验加以验证，亦即可以用现实世界中观察到的事件予以证实的根本原理，是牛顿第二定律。正是这一定律，构成了牛顿质点力学的基础。而其它两种理论却要求抽象的虚位移，亦即假想的与时间无关的位形变化的概念。这样的原理既然如此依赖思维，显然不可能用实验加以验证。而且，随着质点力学在历史的阶梯上不断发展，论述这些理论的数学工具亦日趋复杂。许多必需的数学工具，只是在解决动力学问题而有所需要的时候才出现的。因此，这些数学上的发现，不仅在动力分析中得到了应用，而且往往是由动力分析的需要所促成的。

近一百五十年来，在经典质点力学的发展过程中，尚未有任何发现，其重要性堪与牛顿第二定律的发表相比拟。但这并不是一个毫无作为的时期。不仅原有的理论得到了锤炼，而且更重要的是，尚在出现的用数学进行概括的趋势，使人们得以更深刻地洞察所谓“动力分析各种作用之间的内在联系”。其结果是，经典质点动力学已成为模拟现实世界中可观察到的事件的最完美的科学体系之一，同时也是发展得最完善的理论之一。今天，质点力学（以及作为特殊质点系的刚体的力学）是一门非常完整而且严密的科学。专业人员（即与解决质点力学专门问题有关的自然科学家）感兴趣的无论是宇宙飞行问题，变质量系统问题，还是碰撞问题，都有数量惊人的方法和工具可供使用。

当一门科学已处于这样一种近乎完善的状态时，自然会促使