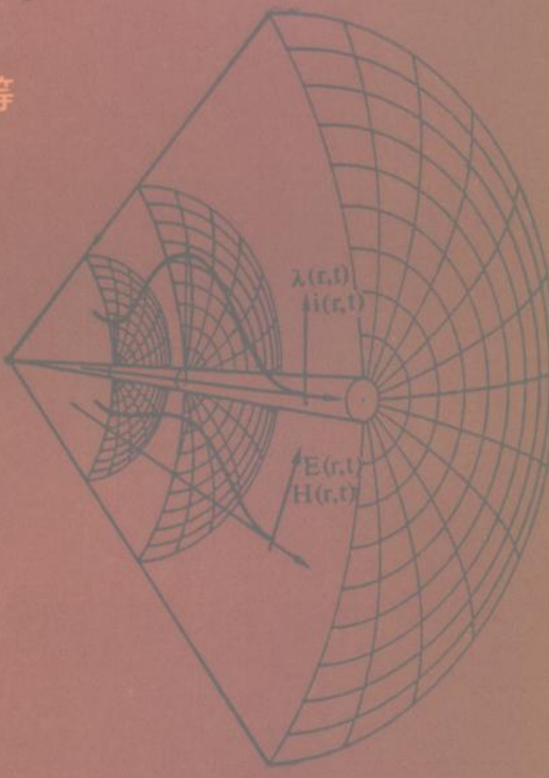
[联邦德国] A. 许瓦勃 著

场论概念

电磁场

麦克斯韦方程

梯度、散度、旋度等



有限元法

差分法

等值电荷法

蒙德卡洛法

增订版

西安交通大学出版社

场论概念

[联邦德国] A. 许瓦勃著
马乃祥译　　汪文秉校

西安交通大学出版社

内 容 简 介

本书有不同于传统的写法，以分类和对比的方式，系统地由浅入深地解释了麦克斯韦方程的基本概念。对静态场、准静态场和非稳定场的区分提出了明确的判据。引入了专用的积分算子 $\{\mathrm{div}\}^{-1}$ 和 $\{\mathrm{rot}\}^{-1}$，简化了求解偏微分方程的运算，有利于解决实际问题。全书共九章：第一二章是电场和磁场以及矢量场的初等概念；第三章用麦克斯韦方程的积分形式说明各种场强和用微分形式说明各种场密；第四五章分别叙述电场和磁场的位与位函数；第六章按场的时变性对电场和磁场进行分类；第七章为长线的电压和电流方程；第八章为电动力学的典型微分方程；第九章为位场的数值计算。

本书为学习电磁场理论的入门书，是一本很好的教学参考书。可供大专院校理工科专业师生和从事电工科技的工作人员参考。

Begriffswelt der Feldtheorie
Adolf J. Schwab
Springer-Verlag.2. Aufl. 1987

场论概念

〔联邦德国〕 A. 许瓦斯 著　马乃祥 译　汪文秉 校

责任编辑　潘瑞麟　赵丽平

西安交通大学出版社出版
（西安市咸宁路28号）
西安交通大学出版社印刷厂印装
陕西省新华书店发行　各地新华书店经售

*

开本 850×1168　1/32　印张　5　字数：119千字
1989年4月第1版　1989年4月第1次印刷
印数：1——2000 册
ISBN 7—5605—0268—7/O·51　定价：1.59元

中译本前言

本书从表面上粗略一看似乎只是说明场论的专用概念，实质上是对场论的物理含义作了全面地系统地解释。为有利于教学法，著者采用了分类和对比的方法，由浅入深地诱导初学者步步深入，正如著者指出的：谁顺序学完各章，谁就能在最短的时间内学到深入研究电磁场理论的良好基础。

麦克斯韦方程是描述电磁场的基本方程，是整个电工技术的理论基础。但其在数学形式上的高度概括，往往使初学者对它丰富的物理内容不易理解或者望而生畏。著者积多年的科研和教学经验，以阐明麦克斯韦方程的物理内含为目标引入了专用的逆运算符号，使初学者不因数学推导过程的繁琐而冲淡了对物理实质的理解。

如何区别恒定场、准静场和非稳定场？在实际应用中以什么具体判据来区别它们？应采用集中参数等值电路或分布参数等值电路？取电长电路抑或电短电路？在本书中提供了明确的界限。

在简单场合，电场和磁场的表述有明显的区别，但从场论的表述来看，电场和磁场的表述是统一的，可以通过麦克斯韦方程的洛伦兹守恒原理进行相互的转换。

用计算机进行场的数值计算有极大的实用价值，最后一章介绍了各种计算方法，并总结了它们的优缺点。

综上所述；本书对学习场论有兴趣的读者是一本极好的入门书，因此它的读者对象不只限于大专院校的师生，也适用于从事电工技术的工程师和物理工作者。

译稿是本人在著者工作单位完成的，在整个翻译过程中能与著者频繁接触，充分地交换意见，对保证译文质量很有帮助。但

由于时间仓促，加之本人水平有限，初译稿比较粗糙。由于汪文秉教授的热情支持，承担了本书的校定，在译意的订正、译名的选用和组织编排上均提出了极宝贵的意见，提高了本书的翻译质量，本人在此表示衷心感谢。

对参加本书初审的周佩白副教授和承担缮写的王韻研究生亦一并在此誌谢。

本书所以能较快与读者见面，要感谢西安交大出版社史维祥社长和杨莳百总编的关心和责任编辑潘瑞麟和赵丽平的热情协助以及出版和装祯同志们的及时支持。

衷心欢迎读者批评指正

马乃祥

1988 年 5 月于西安交大

著者为中译本写的序言

“场论概念”的中译本是马乃祥教授作为客座教授在著者教研室完成的。在翻译过程中遇到各种事先未料到的问题，例如概念 *Induktivität* 和 *Induktion* 在译者所用语言的表述中是相同的。但著者与译者充分利用了可以直接交换意见的有利条件，使译文能成功地、确切地得到表达并不损伤著者对抽象概念的定义和解释的原意。

著者衷心感谢马教授在翻译过程中付出的努力。希望本书象在其他国家发行的情况一样，在中国能取得同样的效果。

阿·许瓦勃

1987年12月6日于卡城

再版序言

麦克斯韦方程形成了全部电工技术的理论基础。它经常以隐含的方式出现在有关技术中，如调节和数控技术。但在电磁兼客性技术、天线理论、电工技术中电磁场的数值计算、等离子体物理和生物医电等领域就无法週避了。许多学习者对这些方程式的意义的信任程度并不如想象那样理想，有些电工技术人员在其一生中对此视若神灵。

从教学法来说，电磁场的物理内含采用推理还是直述亦是一个有争议的问题。本书将不顾电学教程的传统写法而尝试使电工学习者搞清场论中所用的概念，用紧凑的方式形象化地表述麦克斯韦方程的本质，为了避免读者“面对大树，不见森林”，主要针对一些高深的场论和电动力学著作的入门概念，采用这样非惯例的引述是能显出它的魅力的。根据著者多年在教学和开创性领域从事科研的经验促使著者采用这种表述方式，希望能弥补这类教科书的不足，也许能提高读者钻研的兴趣。

根据经验，与麦克斯韦方程紧密相连的物理量，如通量、位移密度等已使初学者深感头痛。所以首先提供电场、磁场和电流场各对应值间的对比，然后详细解释积分形式的麦克斯韦方程。有关麦克斯韦方程的微分形式只对 rot 和 div 作初步的说明，它们是在运用旋涡强度和旋涡密度的相互关系中从积分形式导出的。

介绍了梯度、电位和电位函数的概念后，导出了无空间电荷场和有空间电荷场的电位方程。标量磁位和矢量磁位的引入使磁场的标量位方程和矢量位方程衔接起来，标量位和矢量位的求得只有借助于在第一版中引入的新的积分算子 $\{\mathrm{div}\}^{-1}$ 和 $\{\mathrm{rot}\}^{-1}$，它们在推求某些偏微分方程的一般解时是极有利的工具，它们的数学定义在附录中列有单独的一章。

按照时间变化来对电场和磁场进行分类，对搞清概念准静场和似稳定场以及引出波方程有显著意义。继之，从易于理解的长线方程导出了一系列的概念，如电报方程、波方程、扩散方程、拉普拉斯方程、亥姆霍兹方程以及著名的薛定谔方程。因此，长线方程有利于学者进入专论文献。

因为电场和磁场的差别并不如在日常技术中想象的那么大，就列出一章详细说明麦克斯韦方程的洛伦兹守恒原理。

由于计算机不断用于求解场的问题，关于位场的数值计算是内容丰富的新章。这里介绍了等值电荷法、差分法、有限元法和蒙德卡洛法。特别深入讨论了处理边界条件的问题。

由上述内容可知：读者是从物理量的最简单定义，一步一步被引入较难的概念、方程和运算方法。本书应该从开始起逐章阅读，谁接受了这一推荐，谁将在最短的时间内具有能深究电磁场理论的良好基础。

首版的被热情接受和迅速销售，曾考虑将原版重印以应急需，但著者和出版社还是决定出版经过补充和修订的新版。因为这样的表述方式不仅教师和学生，在工业部门和科研机构工作的物理学家和工程师们也很欢迎。所以，保持本书的基本特点，从教学法出发进一步对已有材料作了改进和补充。第二版在内容上扩展了，故为书名加了下标注。希望新版能进一步接近设想的目标。

我敬奉献本小册子给读者并请求为下一版提出批评意见。

我感谢在第二版审稿中提出大量改进建议的专业助教们，他们是 R.Biicke,P.Deister,Th.Dunz,H.Kunz, R. Maier, B.Schaub 和物理助教 A. Brauch 与 I.Brauch。也感谢在第一版审稿中参于热烈讨论的 R.Biiche,Th Dunz,R. Maier,B. Schab 和长期的合作者 F.Imo 和 H. H. Zimmer 二位博士先生。我特别感谢过去的同事 D.Sautter 他一直为改进和维护由他创建的教材编写系统HSI

TEXT 而努力，感谢 Madeleine Michels 女士为打印初稿和提供印刷稿，以及感谢 Edith Müller 夫人完成所有的制图工作。

对施普林格出版社的高速印出和装祯亦在此一并誌谢。

卡尔斯鲁厄，1986 年 9 月

阿多夫·许瓦勃

目　　录

1. 电场和磁场的初等概念

人们可以把场理解为

——一个标量或一个矢量的位置函数，

——一个充满能量的空间或

——一个有限的或无限的载流子群，它的基本单元是由某一种量值唯一确定的，例如，欧基里得空间的点连续体。

室内的温度分布$T(x,y,z)$或者两个充电电极间的位函数$\varphi(x,y,z)$经常被作为标量场的例子，作为矢量场的例子有滑板尾部水的流速$\vec{v}(x,y,z)$或电流导线周围的磁场强度$\vec{H}(x,y,z)$。

作为解析函数，标量场方程和矢量场方程在直角坐标系中可以有下列表述，例如：

标量场： $\varphi(x,y,z)=3x^2y^2$ [v]

矢量场： $\vec{E}(x,y,z)=2xy^2\vec{a}_x+x^2z^3\vec{a}_y+xy^2z\vec{a}_z$ [v/cm]

第一个方程使场空间的每一点$P(x_v,y_v,z_v)$在代入它们的坐标后得出一个确定的数值，后一方程得出一个确定的强度矢量$\vec{E}_v=\vec{E}(x_v,y_v,z_v)$，这里$\vec{a}_x,\vec{a}_y,\vec{a}_z$是单位矢量。

人们可以把某一场点P_v的直角坐标理解为以此场点为末端的位置矢量$\vec{r}_v$的坐标，场矢量是一般位置矢量的函数，例如：$\varphi(\vec{r})$和$E(\vec{r})$。这样的表达形式不局限于一种坐标系统，而适用于任何有三个值的坐标系统。它一直被用于不直接要求求出某一具体问题的确切解，而是要求对场论方程的几何物理意义作一般

性的解释的场合。

在我们讨论场方程之前，必须对某些基本的场概念作进一步的说明。

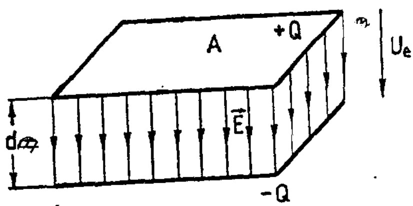


图 1.1 平行板电容器的电场（不计边缘效应，例如：具有保护环的电容器型测量极）

图1.1所示是面积为A，间距为d的两电极，充电电荷为$+Q$和$-Q$时平板电容器间的电场。在两板上加上电压U_e，电压用高阻电压表测量。U_e在两板之间造成一个与它成比例的电通量ψ，其比例因子C称为介质电导，或称为电容。

$$\boxed{\psi=C\cdot{}_eU}$$

在电容器内电场强度为$E=U_e/d$。

当两面积A，它们是一永久磁铁的极靴面积或一电机的定子与转子间空气隙的截面时，在这两面积间存在磁场。在两极之间存在着磁压U_m，它产生磁通ϕ。此时，比例因子Λ称为磁导

$$\boxed{\phi=\Lambda\cdot U_m}$$

如果磁通和磁压是由N匝导流线圈产生的，则总磁路的磁导为$\Lambda=L/N^2$，磁导为$N=1$的线圈的电感量。

在截面A之间的空气隙内具有磁场强度$H=U_m/d$。

电压和磁压仅仅具有形式上的相似，它们的物理本质是很不相同的，例如；磁压具有的量纲为安培（参见3.1.2）

如在两极之间放入一导电材料，在两极上加一恒定电压，则得出电流通量I，即有电流流动，此即电流场。

比例因子用G表示，称为欧姆电导

$$\boxed{I=G.U_e}$$

电流通量的概念是一个希腊语，词汇“电流”本身就有通量的含义，在电路理论中一般指流动的电流，因而在场论概念中引出了电流通量的称呼，在技术工作中这样的差别无关紧要。

大多数情况下计算不用通量而用通量密度，因为通量的大小只是一个积分值，它既与所在面积的大小和指向有关（积分路径和范围）也与穿过面积的矢量场的强弱有关。例如：平板电容器内均匀场的通量计为：

$$\psi=CU_e=\varepsilon\frac{A}{d}U_e=\varepsilon A\frac{U_e}{d}=\varepsilon AE$$

上述通量的叙述意味着必须存在一个确定的面A，通量是穿过此面的。（例外情况：点电荷通过封闭面积的通量，称作封闭通量。见3.1.3和3.1.4）在电场中一般用$\psi=\psi(\varepsilon\vec{E},A)$，或$\psi=\psi(\vec{D},\vec{A})$表示。这里$\vec{A}=A\vec{n}_A$是空间的一个面积，数值$A$专门表示面积的大小，$\vec{n}_A$表示它的方向。

单给定通量的一定值不足以判别此值是含有一个大的截面还是具有一个强的矢量场（像功的单独表达值是力乘路径的乘积，不可能对两因素的单独作用作详细说明）。为了对矢量场的作用给予严格的表述，人们让通量与所观察的面积连系起来而提出了通量密度。例如，在平板电容器的均匀场内空间每一点的电通量密度为：

$$\vec{D}=\frac{\psi}{A},$$

在不均匀场中与位置有关的某点的通量密度为

$$\vec{D}=\frac{d\psi}{d\vec{A}}$$

这里通常意味着面积垂直于通量方向，所以它的面积被最大的通量通过。它的面积矢量元$\vec{n}_A$指示流动的方向。$\vec{D}$和$\vec{A}$在同一条线上。

由矢量场的通量导出的通量密度有高度的明确性，但也有其

形式上的美中不足，在矢量代数中用一个矢量去除是没有定义的（但这不是说，上述方程是错的）。

为了绕过这一问题，将矢量 $\vec{A}$ 分裂为数值 A 和矢量元 $\vec{n}_A$，并让通量仅和面积值发生关系，

$$\vec{n}_A\vec{D}=\frac{\psi}{A} \qquad 或 \qquad \vec{n}_A\vec{D}=\frac{d\psi}{dA}$$

将方程二边以法向单位矢量 $\vec{n}_A$ 运算，由于 $\vec{n}_A\vec{n}_A=1$，可得

$$\vec{D}=\frac{\psi}{A}\vec{n}_A \qquad 或 \qquad \vec{D}=\frac{d\psi}{dA}\vec{n}_A$$

在推导过程中产生的并矢积 $\vec{n}\vec{n}$ 具有这样的特性

$\vec{n}(\vec{n}_A\cdot\vec{D})=\vec{n}_A\vec{n}_A.\vec{D}$。算子 $\vec{n}_A\vec{n}_A$ 等于一个矢量作用在另一个与它重合的矢量上。

任何时候从通量密度求通量是依靠对观察面积取面积分

$$\boxed{\psi={}_A\int\vec{D}d\vec{A}}$$

在此读者不必象求解面积分那样绞尽脑汁。有这样的理介就足够了：通量密度和面积元的乘积从量纲来看又回到了通量，积分使所定义的某点的通量密度和相应的面积元 $d\vec{A}$ 的乘积叠加成总的通量。

和上述电场一样，在磁场中定义了磁通密度

$$\boxed{\vec{B}=\frac{\phi}{A}\vec{n}_A} \qquad 或 \qquad \boxed{\vec{B}=\frac{d\phi}{dA}\vec{n}_A}$$

和磁通

$$\boxed{\phi={}_A\int\vec{B}d\vec{A}}$$

同样，电流场中的电流密度为

$$\boxed{\vec{J}=\frac{I}{A}\vec{n}_A} \qquad 或 \qquad \boxed{\vec{J}=\frac{dI}{dA}\vec{n}_A}$$

和电流（通量）