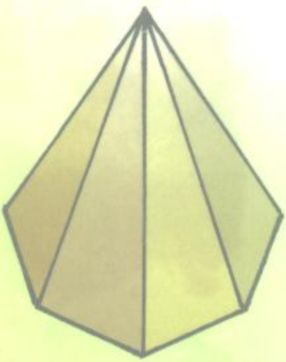
结构系统可靠性和基于可靠性的优化设计

安伟光 编著



国防工业出版社

结构系统可靠性和基于可靠性的优化设计

安伟光 编著

国防工业出版社
·北京·

前　言

结构系统可靠性是一门新兴的边缘学科。它以概率论、数理统计方法和随机过程理论为基础，以结构分析的有限元法和网络分析技术为工具，从系统角度出发，将结构系统的设计、分析、评价、检测和维护等融为一体。因此，结构系统的可靠性要比电子系统和单个元件的可靠性复杂得多，故开展也比较晚。至60年代中期及后期，才开始有一些研究结构系统可靠性的论文和相应的著作发表。到70年代后期及80年代，国际上大批桥梁、高层建筑已接近或超过原设计寿命，对于这样一些高价建筑，如何分析其现在具有的安全水平(即可靠度)，以便作出合理判断，这只有通过结构系统的可靠性分析才能合理解决；另外，石油平台已建成的与将建立的数目很大，每个平台约需几百万美元；还有昂贵的航天结构及核电站的设计与制造，这使得如何运用结构系统可靠性理论研究它们，以提高安全性和经济性，也成了迫切的需要。此外，由于概率数学已发展得比较成熟；极限设计除有较成熟的理论成果外，还取得了应用的经验，加之计算机的迅速发展，因此，在结构元件可靠性研究的基础上，为迅速向结构系统可靠性研究提供了可能，并开始了由元件级水平向系统级水平的实质性的过渡。

结构系统可靠性理论的发展，也必将使传统的结构优化设计向基于可靠性基础的优化设计方向发展。使得优化设计能满足工程上的需要，更容易被设计人员所接受。

综上所述，结构系统可靠性和基于可靠性的优化设计理论在工程结构设计中，越来越占据了重要的地位。鉴于此，本书作者根据十几年来的教学、科研的实践，以及发表的数篇论文，并结合国内外有关最新的著作和文献，编著了这本《结构系统可靠性和基于

可靠性的优化设计》一书，希望能为结构系统可靠性工作的进一步开展，提供有益的技术参考。

该书的主要内容包括：引论；结构系统可靠性的基本理论；结构系统的模拟；串并联系统的可靠性；安全余量的形成；β-unzipping 法；分枝限界法；计算临界元件的优化准则法；基于可靠性的优化设计；结构系统可靠性的专题介绍等。

本书主要介绍结构系统可靠性和基于可靠性的优化设计方面的基本理论及研究方法，内容新颖，基本上反映了近十几年来国内外的最新研究成果。给出的理论公式侧重于工程上的应用，尽量略去繁琐的推导，并附有数值例题加以说明。编著过程中，力求做到基本概念清晰，重点突出，实用性强。

该书可供从事可靠性技术工作的工程设计人员、大专院校的教师、研究生及本科生使用。

在编著过程中，还有陈卫东、蒋旭二、杨洪澜、李桂华、安海、李广玉和张传爱同志参加本书的抄稿、校稿、搜集资料等工作。在此表示衷心谢意。

由于作者水平有限，错误与不当之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

编著者

内容简介

本书系统地介绍了结构系统可靠性和基于可靠性的优化设计的基本理论及研究方法。

全书共十章，主要包括：引论；结构系统可靠性的基本理论；结构系统的模拟；串并联系统的可靠性；安全余量的形成；β-unzipping 法；分枝限界法；计算临界元件的优化准则法；基于可靠性的优化设计；结构系统可靠性的专题介绍等内容。

本书可供从事可靠性技术工作的工程设计人员、大专院校的教师、研究生及本科生使用；也可供相关专业的技术人员参考。

目　录

第一章　引　　论

§1　结构系统可靠性的基本概念

结构系统是指若干元件组成的承受外部作用并有特定功能的整体，在它的各个元件之间存在相互作用和相互依存的关系。

结构系统可靠性是指在规定的时间内、在规定条件下完成规定功能的能力。这里所说的“规定时间”是指分析系统可靠性时，考虑各项基本变量与时间关系所取的设计基准期。一般说来，结构系统可靠性是随着时间的延长而逐渐降低的。所以，一定的结构系统可靠性是对一定时间而言的。“规定条件”是指设计时所确定的结构正常设计、正常施工和正常使用的条件。在不同的条件下，结构系统可靠性是不同的。“规定功能”一般是以结构系统是否达到“极限状态”来标志的。如果结构系统达到极限状态的概率超过了允许限值，结构系统就失效，这里，失效的含义是系统变成机构，或超过规定的变形，或不能进一步承受外载荷。结构系统的失效概率越小，其可靠性越大。

度量结构系统可靠性数量指标称为结构系统可靠度。其定义为：结构系统在规定时间内、在规定条件下完成规定功能的概率。由此可见结构系统可靠度是结构系统可靠性的概率度量。这是基于统计数学观点所下的比较科学的定义。因为在各种随机因素的影响下，结构系统完成规定功能的能力只有用概率度量才比较符合实际情况。

§2 结构系统可靠性的分析

结构系统可靠性的分析较结构元件复杂得多，其原因有下面几点。

一、在各个变量之间有些会存在相关问题

例如，一个结构中各个元件强度之间会有相关关系，在不考虑结构自重条件下，通常外载与强度变量间则可认为无关。由于变量间存在相关性，就使结构系统可靠性的分析变得复杂。

二、确定结构系统的失效模式及确认其中的主要失效模式

一个结构系统通常为高度静不定结构，一般需有若干个元件达到临界状态或破坏后，才达到整个结构系统的失效，此时就形成一个失效模式。对于大型复杂结构系统的失效可以有很多种失效模式。例如，对于十六杆平面桁架冗余度为 3 的超静定结构，对元件相继失效情况，其最大可能的失效模式就有 43680 种。要精确计算这种结构系统的可靠度是比较困难的，通常是由对结构系统可靠度有重要贡献的主要失效模式来估计。所谓主要失效模式，是指它与一般失效模式相比，其自身的失效概率，要比单个的一般失效模式的失效概率大两到三个数量级，因此一般失效模式可以略去不计。故寻找一些方法能使首先找到的失效模式都是或大多数是主要失效模式是十分重要的（应包括全部主要失效模式），这个过程称作确认主要失效模式。而如何准确而高效地确认主要失效模式就是一个十分重要的问题。

三、主要失效模式的可靠性计算

当失效模式对应的安全余量为线性函数时，则用二阶矩理论（即简化为只与分布函数的参数一阶矩的均值以及二阶矩的标准差有关）计算对应的可靠度或失效概率，是比较省时的。当安全余

量为非线性时，工程上常采用 R-F 法，快速积分法等。

四、整个结构系统可靠性的计算必须综合各主要失效模式

在计算整个结构系统可靠度或失效概率时，必须把各主要失效模式综合进去。此时，可视结构系统由各主要失效模式串联而成，任何一个失效模式的出现即会导致结构系统的破坏。增加问题复杂性的是从提高计算精度考虑，由于失效模式间的相关性，即使只考虑主要失效模式，要精确计算结构系统可靠度也几乎是不可能的(涉及到多维联合概率的计算)。通常希望采用一些既考虑这种失效模式之间的相关性，又计算较为简便的方法或公式(仅涉及一维或二维联合概率的计算)来估计结构系统可靠度。目前已有一些较为适用的估计结构系统可靠度的计算公式。例如，Ditlevsen 界限，冯元生的高精度公式等。

§3　基于可靠性的优化设计

通常结构系统的可靠性设计，不能采用电子系统那样简单的可靠度指标分配法，原因是：

①结构系统通常不能视为串、并联逐级的组合。

②结构系统在有若干个元件逐一到达临界时，必须考虑这些元件临界后，对结构系统余下元件的内力影响，即有内力重新分配的问题，在计算结构系统可靠度时，略去这个影响会导致计算精度很低。

③在计算结构系统可靠度时，必须考虑结构元件间的相关性(如，各元件的强度通常是相关的)，以及各失效模式间的相关性，否则计算精度太低。

④结构系统的破坏，是由任一失效模式所引起的，形成一个失效模式通常需有一系列元件达到临界；尽管各失效模式之间是串联的，但需考虑模式的相关性；一个失效模式所涉及的若干个临界元件不存在简单的并联关系，需要考虑内力的重新分配。

因此，结构系统可靠性的设计是以结构整体来考虑的，也即只有一个有关整个结构系统的可靠性设计准则，即

$$R_S \geqslant R_S^*$$

式中，R_S 与 R_S^* 分别为结构系统可靠度与结构系统可靠度的容许值(或称为可靠性指标)。

由此看来，结构系统的可靠性设计是以基于可靠性的结构优化设计为好。该优化设计是在传统的优化基础上发展起来的。从可靠性的观点分析，传统的结构优化设计至少有下述三个缺点：①经优化设计后得到的最优结构不能保证得到较均匀的安全水平或可靠性水平。② 传统结构优化设计的某些理论，例如，只有一组同时作用的外载荷，只考虑静强度约束，则在无最小尺寸约束时，以静定结构为最轻。但如果原初始结构为静不定结构，则优化的结果退化为静定结构；若有最小尺寸限制，则退化为一种准静定结构，即以最有利的静定子系统为基础，配上其它一些具有最小尺寸的冗余元件，这时结构最轻；但这两种结构的可靠性均不好，从可靠性的观点看，这两种结构都不是理想的结构。③ 相当多的典型例子，如十杆超静定桁架结构、二十五杆输电塔结构等；传统优化设计的结果要么是静定结构，要么是准静定结构，结构的余度等级很低，这样的优化结果显然是不合理的。因此，综上所述，必须在可靠性的基础上进行优化设计，即把可靠度的要求结合到优化问题的约束中去或结合到目标函数中，运用适当的优化方法，得出最优结构设计形式。

为了研究问题方便，在本书的后面章节中，对于载荷和强度的分布，如没有说明，则一律按正态分布处理；同时对作用于结构系统的载荷和结构元件强度间的关系，认为它们是相互独立的。

对于向量，如 $\overline{X}=(X_1,\cdots,X_n)$，在矩阵运算中，按列的形式参与计算。

第二章　结构系统可靠性的基本理论

§1　载荷和抗力变量的概率模型

一、载荷变量的模拟

载荷一般是随时间变化的，随时间变化的载荷最好模拟成随机过程。然而，在许多情况下，在基准期内，对作用于结构系统单一随时间变化的载荷，用极值分布更适宜。

令随机变量 Y 是 n 个相同分布且有分布函数 F_X(母体分布)的独立随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 的最大值，则 Y 的分布函数 F_Y 是：

$$
\begin{aligned}
F_Y(y) &= P(Y \leqslant y) = P(X_i \leqslant y \text{ 对于所有的 } i = 1, \cdots, n) \\
&= P(X_1 \leqslant y)P(X_2 \leqslant y)\cdots P(X_n \leqslant y) \\
&= [F_X(y)]^n \qquad (2\text{-}1)
\end{aligned}
$$

式中，$P(\cdot)$ 是概率度量，对应的密度函数 f_Y 为

$$f_Y(y) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Y}F_Y(y) = n[F_X(y)]^{n-1}f_X(y) \qquad (2\text{-}2)$$

假定随机变量 X 是具有均值 $\mu_X = 0$ 和标准差 $\sigma_X = 1$ 的标准正态分布，而 Y 是 n 个独立的 X 的试验值的最大值，则随机变量 Y 的分布函数是

$$F_Y(y) = \left[\int_{-\infty}^{y} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)\mathrm{d}t\right]^n \qquad (2\text{-}3)$$

当 $n = 1, 10, 100, 1000$ 时，对应密度函数如图 2-1 所示。由图

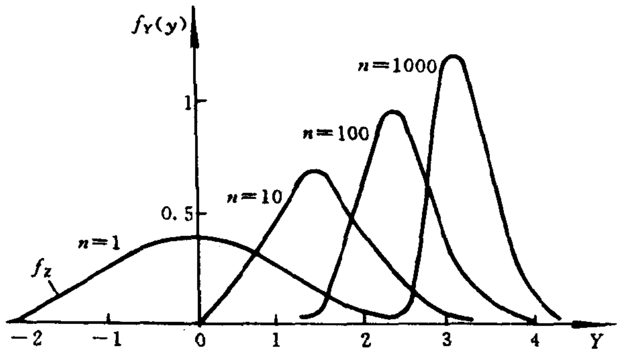


图 2-1　n 为不同值时所对应的密度函数

2-1 可知，Y 的均值随 n 的增加而增加；Y 的标准差随 n 的增加而减少。

假定随机变量 Z 是 n 个相同分布，且有分布函数 F_X 的独立随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 的最小值，则 Z 的分布函数为

$$F_Z(z) = 1 - [1 - F_X(z)]^n \tag{2-4}$$

由式(2-1)和式(2-5)定义的分布函数 F_Y 和 F_Z，当 $n \to \infty$ 时，其渐近极值分布有三种主要形式。

若母体分布 F_X 的上尾以指数方式减少，则最大值 Y 的分布 F_Y 有以下形式，即

$$F_Y(y) = \exp\{-\exp[-\alpha(y-u)]\} \qquad -\infty < y < \infty \tag{2-5}$$

式中，u 和 $\alpha(\alpha > 0)$ 都是参数。这个分布称为最大极值 I 型分布或 Gumbel 分布，均值和标准差分别为

$$\mu_Y = u + \frac{\gamma}{\alpha} = u + \frac{0.5772}{\alpha} \tag{2-6}$$

和

$$\sigma_Y = \frac{\pi}{\sqrt{\sigma}\,\alpha} \tag{2-7}$$

其中，γ 是欧拉常数。该分布常用以模拟最大风速。

水文和气象事件，常由最大极值 II 型分布模拟，也称为

Frecher 分布，表达式为

$$F_Y(y) = \exp[-(\frac{u}{y})^k], \quad 0 < y < \infty \tag{2-8}$$

式中参数 $u > 0$ 和 $k > 0$ 与以下的均值和标准差有关，即

$$\mu_Y = u\Gamma(1 - \frac{1}{k}), \quad k > 1 \tag{2-9}$$

$$\sigma_Y = u[\Gamma(1 - \frac{2}{k}) - \Gamma^2(1 - \frac{1}{k})]^{\frac{1}{2}}, \quad k > 2 \tag{2-10}$$

其中 Γ 是 gamma 函数，有

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} \mathrm{d}t \tag{2-11}$$

注意，式(2-5) 和式(2-8) 的分布，由以下关系相联系：若 Y 是最大极值 Ⅱ 型分布，则 $Z = \ln Y$ 是最大极值 Ⅰ 型分布。

在模拟载荷变量时，最大极值的 Ⅰ 型和 Ⅱ 型分布与正态分布都是非常重要的，特别在模拟随时间变化的载荷时十分有用。永久载荷常由正态分布模拟，这是由于总的永久载荷通常是许多单个结构元件自重的和。依据中心极限定理，可知总的永久载荷在大多数情况下，能满意由正态分布模拟，一般正态分布函数是：

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X} \exp[-\frac{1}{2}(\frac{t - \mu_X}{\sigma_X})^2] \mathrm{d}t \tag{2-12}$$

式中，μ_X 和 σ_X 分别为正态分布的均值和标准差。正态分布用 $N(\mu_X, \sigma_X)$ 表示。注意

$$F_X(x) = \Phi(\frac{X - \mu_X}{\sigma_X}) \tag{2-13}$$

这里，$\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的累积分布函数。

二、抗力变量的模拟

根据中心极限定理，可以断言：若抗力变量(强度变量) 是许多独立随机变量的线性函数，则常满意地由正态分布模拟。然而，正态分布给出一有限的负的强度概率。为避免这种情况，最常用的是对数正态分布。

假定随机变量Y是正态分布$N(\mu_Y,\sigma_Y)$，并且$Y=\ln X$，则随机变量X是具有参数μ_Y和σ_Y的对数正态分布。其密度函数为

$$f_X(x)=\frac{1}{\sigma_Y\sqrt{2\pi}}\frac{1}{X}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln X-\mu_Y}{\sigma_Y}\right)^2\right] \tag{2-14}$$

分布函数为

$$F_X(x)=\Phi\left(\frac{\ln X-\mu_Y}{\sigma_Y}\right) \tag{2-15}$$

式中，$X\geqslant 0$。

如果某类结构部件的强度取决于它最大缺陷的尺寸，比如，假定某些部件的焊接节点含有大量的小缺陷，而且这些缺陷的严重性是以适当的方式分布的，则部件强度的分布近似于 Weibull 分布。它的密度函数为

$$f_Y(y)=\frac{\beta}{k-\varepsilon}\left(\frac{y-\varepsilon}{k-\varepsilon}\right)^{\beta-1}\exp\left[-\left(\frac{y-\varepsilon}{k-\varepsilon}\right)^{\beta}\right] \tag{2-16}$$

其分布函数为

$$F_Y(y)=1-\exp\left[-\left(\frac{y-\varepsilon}{k-\varepsilon}\right)^{\beta}\right] \tag{2-17}$$

其中$y\geqslant\varepsilon,\beta>1,k>\varepsilon\geqslant 0$。它称为三参数 Weibull 分布。如果$\varepsilon=0$，则式(2-17)为

$$F_Y(y)=1-\exp\left[-\left(\frac{y}{k}\right)^{\beta}\right] \tag{2-18}$$

上式称二参数的 Weibull 分布。

上面已对载荷和抗力变量的概率分布类型作出了选择。如果有可信的样本数据，就可对这些分布的参数作出合适的估计。通常采用的基本方法有矩法、极大似然法和图解法等。

§2 基本情况

在某些简单的情况下，结构系统或一结构元件的可靠性仅由两个独立的随机变量(即载荷效应变量S和抗力变量R)和单一的失效准则$R-S\leqslant 0$确定。这样一种简单的情况称为基本情况，示

于图 2-2。在这种情况下，用以下方法容易求得失效概率 P_f。载荷效应 S 位于图 2-2 的区间〔$x, x+\mathrm{d}x$〕中的事件的概率等于 $f_S(x)\mathrm{d}x$。若抗力 R 小于 x，发生失效，而这一事件的概率是 $F_R(x)$。当 R 和 S 相互独立且假定载荷在所示区间，则失效概率是 $F_R(x)f_S(x)\mathrm{d}x$，所以，总的失效概率为

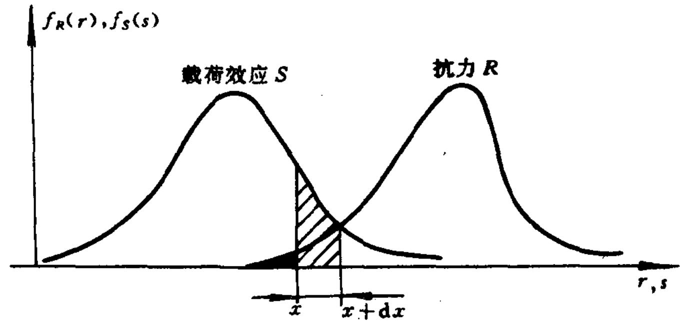


图 2-2　基本情况

$$P_f=\int_{-\infty}^{\infty}F_R(x)f_S(x)\mathrm{d}x \tag{2-19}$$

〔**例 2-1**〕　令载荷效应 S 和抗力变量 R 是独立的和如图 2-3 所示的三角分布，在重叠区[4,5]

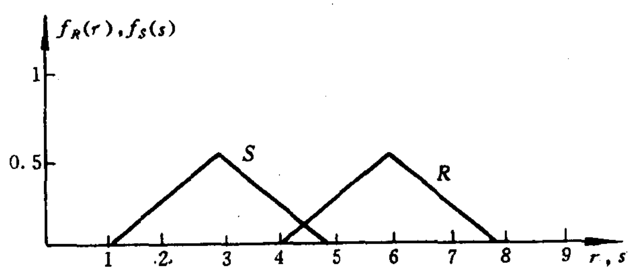


图 2-3　三角分布函数

$$F_R(t)=\frac{1}{8}(t^2-8t+16)\quad 4\leqslant t\leqslant 5$$

$$f_S(t)=\frac{1}{4}(5-t)\quad 4\leqslant t\leqslant 5$$

求失效概率。

〔**解**〕 失效概率是：

$$P_f = P(R - S \leqslant 0)$$

$$= \int_4^5 \frac{1}{8}(t^2 - 8t + 16)\frac{1}{4}(5 - t)\mathrm{d}t = \frac{1}{384}$$

式(2-19)积分的精确解仅对特殊情况存在。若 R 和 S 都是独立的，并分别服从正态分布 $N(\mu_R, \sigma_R)$ 和 $N(\mu_S, \sigma_S)$，则失效概率可精确求得。令 $M = R - S$，则 M 是正态分布，有

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \tag{2-20}$$

$$\sigma_M^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 \tag{2-21}$$

所以

$$P_f = P(R - S \leqslant 0) = P(M \leqslant 0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_M}{\sigma_M}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{\mu_S - \mu_R}{(\sigma_S^2 + \sigma_R^2)^{1/2}}\right) \tag{2-22}$$

对于基本情况，可靠性指标 β 定义为

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \tag{2-23}$$

其中，$M = R - S$ 称为安全余量，而 μ_M 和 σ_M 是 M 的均值和标准差。由式(2-22)可见：

$$P_f = \Phi(-\beta) \Leftrightarrow \beta = -\Phi^{-1}(P_f) \tag{2-24}$$

失效概率和可靠性指标 β 之间是一一对应的，当 R 和 S 相关并采用式(2-23)时，式(2-24)显然仍成立，但 σ_M 由下式给出：

$$\sigma_M^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 - 2\rho\sigma_R\sigma_S \tag{2-25}$$

式中，ρ 是相关系数，其定义为

$$\rho = \frac{\mathrm{Cov}[R, S]}{\sigma_R\sigma_S} \tag{2-26}$$

式中，$\mathrm{Cov}[R, S]$ 是 R 与 S 的协方差。