

高等学校教学参考书

297

# 对流传热与传质

上海交通大学 杨强生 编

高等教育出版社

72.542  
607

高等学校教学参考书

# 对流传热与传质

上海交通大学 杨强生 编

高等教育出版社

## 内 容 提 要

本书系统地阐述了各种对流传热与传质问题的基本原理、数学模型及各种求解方法。基本概念清楚,文字流畅。全书分两部分。第一篇讨论无相变时的对流传热与传质,分析了管内流动和外掠流动的层流换热及紊流换热、高速气流换热、自然对流换热以及工程传质计算。第二篇讨论有相变时的对流传热与传质。沸腾换热一章着重于管内沸腾换热的计算;凝结换热一章着重于边界层相似解的结果。书中把动量传递、能量传递和质量传递联系在一起分析,有助于读者深入理解各种传递过程。书中有例题,每章末附有习题,书末附有常用介质的热物理性质表、参考文献和索引。全书采用国际单位制(SI)。

本书由华中工学院程尚模教授主审,并于1983年11月热工教材编委会武汉会议上由传热学编审小组审查通过。本书可作为研究生、师资提高班的对流传热与传质的教学参考书,亦可供有关教师、高年级大学生及科技人员参考。

2763 1/4 18

高等学校教学参考书

### 对流传热与传质

上海交通大学 杨强生 编

\*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

通县觅子店印刷厂印装

\*

开本 850×1168 1/32 印张 12.25 字数 294,000

1985年7月第1版 1985年7月第1次印刷

印数 00,001—4,700

书号 15010·0606 定价 2.80元

## 前 言

对流传热与传质是传热与传质学科的一个重要分支，在工程上有着广泛的应用。宇航、航空、热力发动机、原子能工程、化工过程和设备、制冷、空调、各种型式的热交换器、各种冷却措施，乃至大气和海洋的循环，等等，都对对流传热与传质密切有关。自五十年代以来，对流传热与传质在半经验理论(如苏联的相似理论，英美的量纲分析)的基础上有了很大的发展。由于计算技术的进步，许多对流传热与传质问题已能求得分析解，或者借助于计算机求得数值解。在解决生产实践中提出的对流传热与传质问题时，一般是先从实际课题中抽象得到理论模型，然后求得它们的分析解，或者借助于计算机进行数值计算，再通过实验进行验证或回到工程实践中去经受考验。在许多情况下，实验研究仍是十分重要的解题手段，但必须对对流传热与传质过程的机理有透彻的了解。因此，深入学习和牢固掌握对流传热与传质的有关知识和基础理论，进而解决我国国民经济发展中提出的有关课题，迎头赶上迅猛发展的国际先进水平，是摆在科技工作者、高等学校教师和研究生面前的一项重要任务。

对流传热与传质的发展异常迅速，每年都有大量文献发表。因而，本书既不可能是文献的综述，也不可能包罗所有的方面，重点仅在于阐明对流传热与传质的基本原理和基本解题方法。鉴于能量传递、质量传递和质量传递之间有不少共同的规律，而且一类问题的求解结果可以推广到具有相同形式的微分方程式和边界条件的另一类问题，因而本书把它们联系在一起学习，这样做可举一反三

三,收事半功倍之益。在学习本书时,读者应具有热力学和流体力学的基础知识;至于数学,除了在第一章中对直角张量有所论及外,具体求解时只限于数理方程。关于数值计算的内容本书没有收入。

本书采用国际单位制(SI),书末附有常用气体和液体的热物理性质表,以便计算时查取,并有索引供检索。除书中有若干例外,各章末均附有习题。

在编写过程中深感自己水平有限,虽然认真查阅了有关的教科书和部分文献资料,但缺点和错误仍在所难免,恳请广大读者指教,以使本书质量能不断提高。笔者曾用本书的初稿对上海交通大学动力机械工程系82和83届研究生进行教学(40学时),他们反映该书着重于解题的思路和方法,基本概念比较清晰,学习后收效较大,并指出了初稿中一些不当之处。在此,谨对他们的热情支持表示感谢。

本书可作为研究生和师资提高班学员的教学参考用书,亦可供有关科技工作者参考。本书由华中工学院程尚模教授主审,并于1983年11月热工教材编委会武汉会议上由传热学编审小组审查通过。程尚模教授仔细阅读了原稿,指出了原稿中一些不妥之处,并提出了许多修改意见,编委们也提出了许多宝贵意见。笔者据此对原稿作了进一步修改。在此,谨向程尚模教授和热工教材编委会传热学编审小组的编委们致谢。

最后,对田长霖教授在百忙之中审阅本书的编写大纲,并提供宝贵意见深表感谢。

杨强生

于上海交通大学热工教研室

一九八四年一月

## 主要符号表

$A$	面积, 表面积, $m^2$	$F_x$	外力在 $x$ 方向的分量, $N$
$A_c$	横截面积, $m^2$	$f$	无量纲流函数
$a$	分子热扩散率 (导温系数) $m^2/s$ ; 当地音速, $m/s$	$f_b$	汽泡跃离频率, $s^{-1}$
$Bo$	沸腾数	$G$	质流量, $kg/s$ ; 质流率或质速度, $kg/(m^2 \cdot s)$
$Bu$	浮升力数	$Gr$	葛拉晓夫数
$B_c$	传热势函数	$Gr_m$	传质葛拉晓夫数
$B'$	修正传热势函数	$Gr^*$	修正葛拉晓夫数
$B_m$	传质势函数	$g$	重力加速度, $m/s^2$ ; 无量纲温度
$B'_m$	修正传质势函数	$g_h$	传热的传导系数, $kg/(m^2 \cdot s)$
$b$	平行平板间半宽度, $m$	$g_m$	传质系数, $kg/(m^2 \cdot s)$
$Co$	无量纲凝结数	$g_m^*$	壁面 $m \rightarrow 0$ 时的传质系数, $kg/(m^2 \cdot s)$
$C_j$	局部阻力系数	$H$	边界层形状系数; 高度, $m$
$C_{f,m}$	平均阻力系数	$h$	焓, 混合物焓, $J/kg$
$c_p$	定压比热容, $J/(kg \cdot K)$	$h_{a,w}$	绝热壁焓, $J/kg$
$D$	圆管内径, $m$	$h_c$	管内沸腾临界点的焓, $J/kg$
$D_b$	汽泡跃离直径, $m$	$h_j$	组成物 $j$ 的焓, $J/kg$
$D_c$	燃料的质扩散率, $m^2/s$	$h_L$	液态水的焓, $J/kg$
$D_d$	当量直径, $m$	$h^*$	滞止焓, $J/kg$ ; 以主流焓值为计算始点的焓, $J/kg$
$D_j$	组成物 $j$ 的质扩散率, $m^2/s$	$J$	扩散的质流率, $kg/(m^2 \cdot s)$
$D_o$	氧化物的质扩散率, $m^2/s$	$Ja$	雅可布数
$D_g$	生成物的质扩散率, $m^2/s$	$J_j$	组成物 $j$ 扩散的质流率, $kg/(m^2 \cdot s)$
$E$	由内能和动能组成的总能量, $J/kg$	$k$	紊流动能, $J/kg$
$Ec$	埃克特数	$L$	从进口开始计算的距离, $m$
$F$	两相流的雷诺数参数		
$F_B$	体积力, $N$		
$F_a$	表面力, $N$		

$Le_j$	刘易士数		径, $m$ ; 气体常数, $J/(kmol \cdot K)$
$l$	距离, $m$ ; 紊流的混合长, $m$		
$M$	质量流量, $kg/s$ ; 动量, $kg \cdot m/s$ ; 马赫数; 混合气体分子量	$Ra$	雷莱数
$m$	质量, $kg$	$Re$	雷诺数
$m_f$	燃料的质量百分数	$Re_{cr}$	临界雷诺数
$m_j$	组成物 $j$ 的质量百分数	$Re_{TP}$	两相流动雷诺数
$m_o$	氧化物的质量百分数	$Re_{\delta_2}$	动量厚度雷诺数
$m_p$	生成物的质量百分数	$Re_{\Delta_2}$	焓厚度雷诺数
$\dot{m}$	壁面法向质流率, $kg/(m^2 \cdot s)$	$r$	汽化潜热, $J/kg$
$\dot{m}_j$	组成物 $j$ 的壁面法向质流率, $kg/(m^2 \cdot s)$	$r_c$	恢复系数
$Nu$	努谢尔特数	$r_o$	圆管半径, $m$
$n_\alpha$	元素 $\alpha$ 的质量百分数	$r^*$	内外径比
$n_{\alpha,j}$	元素 $\alpha$ 在物质 $j$ 中的质量百分数	$r^+$	无量纲径向距离
$Pr$	普朗特数	$S_c$	过热度比
$Pr_t$	紊流普朗特数	$Sc_j$	施密特数
$p$	压力, $N/m^2$ , $bar$	$Sh$	薛伍德数
$p_j$	组成物 $j$ 的分压力, $N/m^2$ , $bar$	$Si$	斯坦顿数
$p^+$	无量纲压力	$St_m$	传质斯坦顿数
$Q$	热流量, $W$	$s$	化学当量比常数
$q$	热流(率)、热负荷, $W/m^2$	$t$	温度, $^{\circ}C$
$q_c$	沸腾换热的临界热负荷, $W/m^2$	$T$	绝对温度, $K$ ; 边界层形状系数
$q_t$	分子传递热流, $W/m^2$	$T_{aw}$	绝热壁温, $K$
$q_r$	辐射热流, $W/m^2$	$T_f$	流体温度, $K, ^{\circ}C$
$q_t$	紊流热流, $W/m^2$	$T_R$	参考温度, $K, ^{\circ}C$
$q_w$	壁面热流, $W/m^2$	$T_s$	饱和温度, $K, ^{\circ}C$
$R$	圆柱坐标的径向距离(有时为 $r$ ), $m$ ; 汽泡半径, $m$ ; 曲率半	$T^*$	滞止温度, $K$
		$t_{in}$	流体进口温度, $K, ^{\circ}C$
		$t_m$	流体混合平均温度, $K, ^{\circ}C$
		$t_w$	壁温、分界面温度, $K, ^{\circ}C$
		$t_{\infty}$	边界层外的主流温度, $K, ^{\circ}C$
		$t^+$	紊流的无量纲温度, $K, ^{\circ}C$

$U$	内能, J/kg; 湿边周长, m		空隙度
$U_b$	气泡上升速度, m/s	$\alpha_r$	辐射换热系数, W/(m <sup>2</sup> ·K)
$u$	速度矢量在 $x$ 方向上的分量, m/s	$\alpha_{TP}$	两相流的换热系数, W/(m <sup>2</sup> ·K)
$u_c$	管中心流速, m/s	$\beta$	楔状流锥角; 容积膨胀系数, K <sup>-1</sup> ; 接触角; 蒸汽容积干度
$u_m$	管内流动的平均流速, m/s	$\beta_m$	传质的容积膨胀系数
$u_r$	剪切速度, m/s	$\Gamma_j$	组成物 $j$ 单位容积的质量产生率, kg/(m <sup>3</sup> ·s)
$u_w$	边界层外的主流速度, m/s	$\Delta$	热(温度)边界层厚度, m
$\bar{u}$	紊流脉动速度的时均值, m/s	$\Delta_2$	边界层焓厚度, m
$u'$	紊流脉动速度的脉动分量, m/s	$\Delta_1$	边界层换热厚度, m
$u^+$	无量纲速度	$\delta$	动力(速度)边界层厚度, m; 凝结液膜厚度, m
$V$	容积, m <sup>3</sup> ; 容积流量, m <sup>3</sup> /s; 来流速度, m/s	$\delta_1$	边界层排量厚度, m
$v$	速度矢量在 $y$ 方向上的分量, m/s; 流体比容, m <sup>3</sup> /kg	$\delta_2$	边界层动量厚度, m
$v_r$	速度矢量的径向分量, m/s	$\delta_4$	边界层剪切厚度, m
$v_w$	壁面喷注(吸入)速度, m/s	$\delta_m$	传质边界层厚度, m
$w$	速度矢量在 $z$ 方向上的分量, m/s	$\epsilon$	紊流动能的粘性耗散, W/kg
$X$	单位容积的体积力在 $x$ 方向的分量, N/m <sup>3</sup>	$\epsilon_d$	紊流质扩散率, m <sup>2</sup> /s
$X_{ii}$	马蒂内利参数	$\epsilon_h$	紊流热扩散率, m <sup>2</sup> /s
$x$	空间坐标; 沿壁面的距离, m; 蒸汽干度	$\epsilon_m$	紊流动量扩散率, m <sup>2</sup> /s
$x_j$	组分 $j$ 的摩尔百分数	$\eta$	无量纲距离; 膜冷却效率; 相似参数
$x^+$	无量纲距离	$\theta$	无量纲温度(有时用 $\theta_i$ ); 倾角
$y$	空间坐标	$\theta_{aw}$	无量纲绝热壁温
$y^+$	紊流边界层的无量纲距离	$\theta_h$	无量纲焓
$Z$	管长	$\theta_m$	无量纲质量百分数
$z$	空间坐标	$x$	混合长常数; 绝热指数
$\alpha$	换热系数, W/(m <sup>2</sup> ·K); 蒸汽	$\lambda$	导热系数, W/(m·K); 当地参数
		$\mu$	(动力)粘性系数, kg/(m·s)

$\nu$	分子动量扩散率, $\text{m}^2/\text{s}$
$\xi$	无量纲距离; 无量纲变量
$\rho$	密度, $\text{kg}/\text{m}^3$
$\sigma$	应力, $\text{N}/\text{m}^2$ ; 表面张力, $\text{N}/\text{m}$
$\tau$	剪应力, $\text{N}/\text{m}^2$ ; 时间, $\text{s}$ ; 无量纲温度
$\tau_i$	层流剪应力, $\text{N}/\text{m}^2$

$\tau_i$	紊流剪应力, $\text{N}/\text{m}^2$
$\tau_w$	壁面剪应力, $\text{N}/\text{m}^2$
$\phi$	空间角坐标; 能量粘性耗散函数, $\text{W}/\text{m}^3$
$\psi$	流函数, $\text{m}^2/\text{s}$ ; 无量纲液膜厚度

### 角 注

$aw$	绝热壁状态
$b$	沸腾分量
$cp$	定物性
$c$	管中心线, 对流分量
$cr$	临界值
$f$	流体
$i$	圆环内表面
$ii$	圆环内表面单独加热时的内表面
$in$	管进口状态
$j$	混合物中某一组成物
$l$	层流状态; 液体
$m$	传质计算的有关量; 流体的混合平均状态; 平均值
$o$	圆环外表面
$oo$	圆环外表面单独加热时的外表面

$R$	按参考温度确定流体的物性参数
$s$	饱和状态
$sub$	液体过冷状态
$T$	远离壁面的外界
$t$	紊流状态
$v$	蒸气
$w$	壁面
$x$	和距离有关的局部量(区别于平均值); 物理量在坐标 $x$ 上的分量
$y$	物理量在坐标 $y$ 上的分量
$z$	物理量在坐标 $z$ 上的分量
$\alpha$	组成物的某一元素
$\infty$	边界层外主流状态
$q$	定热流
$T$	定壁温

# 目 录

主要符号表	1
第一篇 无相变时的对流传热与传质	1
第一章 对流传热与传质的基本方程组	1
1-1 质量守恒定律和连续性方程式	2
1-2 动量守恒定律和动量方程式	4
1-3 能量守恒定律和能量方程式	10
1-4 质量组分方程式	15
1-5 边界层动量方程式、能量方程式和质量组分方程式	13
1-6 传递过程的无量纲参数	28
1-7 边界层积分方程式	30
习题	41
第二章 管内(槽内)层流换热	42
2-1 管内充分发展区的层流流动	42
2-2 管内充分发展区的层流换热	48
2-3 二侧热流不等的同心圆环形管道内层流流动 充分发展区的换热	56
2-4 已知壁温时圆管热进口段的对流换热	64
2-5 已知热流时圆管热进口段的对流换热	78
2-6 某些非圆形管道的热进口段的对流换热	85
习题	87
第三章 外掠物体层流换热	90
3-1 外掠平壁层流流动的相似解	90
3-2 外掠平壁层流换热的相似解	99
3-3 具有轴向压力梯度的外掠物体的层流换热	104
3-4 变物性流体外掠平壁时的对流换热	115
3-5 具有未加热初始段的外掠平壁的对流换热—— 边界层积分方程式的应用之一	121

3-6 $u_{\infty}$ 任意变化时的对流换热——边界层 积分方程式的应用之二	127
习题	136
<b>第四章 紊流换热</b>	138
4-1 紊流的基本概念(一)	138
4-2 紊流的基本概念(二)——雷诺类似律	146
4-3 管内紊流流动	148
4-4 圆管紊流充分发展区的对流换热	158
4-5 定壁温条件下外掠平壁的紊流换热	169
4-6 具有未加热初始段的外掠平壁的紊流换热	176
4-7 流过任意形状物体的紊流换热	180
习题	184
<b>第五章 考虑能量粘性耗散的对流换热 高速气流换热</b>	187
5-1 平行平板间充分发展区具有能量粘性耗散的层流换热	187
5-2 高速气流外掠平壁的层流换热	194
5-3 高速气流紊流边界层的换热	207
5-4 膜冷却紊流边界层	210
习题	213
<b>第六章 传质计算</b>	216
6-1 传质的基本概念和术语	216
6-2 边界层传质方程组及其简化形式	223
6-3 壁面 $m$ 趋于零时的层流边界层的传质计算	229
6-4 壁面 $m \neq 0$ 时的层流边界层的传质计算	233
6-5 平壁紊流传质边界层	243
6-6 传质计算应用举例	245
习题	253
<b>第七章 自然对流</b>	256
7-1 自然对流的支配方程组	256
7-2 竖壁层流边界层方程组的相似解(定壁温)	258
7-3 竖壁层流边界层方程组的相似解(变壁温)	266
7-4 边界层积分方程式及其应用	271

7-5 具有传质的自然对流(竖壁层流定壁温).....	275
习题.....	278
<b>第二篇 有相变时的对流换热</b> .....	<b>280</b>
<b>第八章 沸腾换热</b> .....	<b>280</b>
8-1 沸腾换热曲线.....	280
8-2 加热表面上汽泡的形成和跃离.....	282
8-3 大容器核态沸腾换热.....	287
8-4 大容器饱和膜态沸腾换热.....	297
8-5 管内两相流动和受迫对流沸腾.....	299
8-6 定热流条件下的管内过冷核态沸腾.....	304
8-7 管内饱和沸腾换热.....	314
8-8 管内沸腾临界热负荷.....	318
习题.....	325
<b>第九章 凝结换热</b> .....	<b>327</b>
9-1 努谢尔特层流膜状凝结理论.....	327
9-2 层流膜状凝结分析的改进.....	337
9-3 实验结果.....	341
9-4 珠状凝结.....	348
习题.....	348
<b>附录</b> .....	<b>350</b>
附表 1 空气的热物理性质( $p=1.01325\text{bar}$ , $M=28.966$ ).....	350
附表 2 氧气的热物理性质( $p=1.01325\text{bar}$ , $M=31.999$ ).....	351
附表 3 氮气的热物理性质( $p=1.01325\text{bar}$ , $M=28.018$ ).....	351
附表 4 二氧化碳气的流物理性质( $p=1.01325\text{bar}$ , $M=44.010$ ).....	352
附表 5 氢气的热物理性质( $p=1.01325\text{bar}$ , $M=2.016$ ).....	352
附表 6 氦气的热物理性质( $p=1.01325\text{bar}$ , $M=4.003$ ).....	353
附表 7 氨气的热物理性质( $p=1.01325\text{bar}$ , $M=31.042$ ).....	353
附表 8 一氧化碳气的热物理性质( $p=1.01325\text{bar}$ , $M=28.010$ ).....	353
附表 9 干饱和水蒸气的热物理性质.....	354
附表 10 饱和水的热物理性质.....	356
附表 11 饱和液态氧( $\text{O}_2$ )的热物理性质.....	358

附表 12	饱和液态氨(NH <sub>3</sub> )的热物理性质	358
附表 13	饱和液态二氧化碳(CO <sub>2</sub> )的热物理性质	358
附表 14	饱和液态氟里昂 R-12(CCl <sub>2</sub> F <sub>2</sub> )的热物理性质	359
附表 15	钙氯共晶溶液(29.9%CaCl <sub>2</sub> )的热物理性质	359
附表 16	甘油[C <sub>3</sub> H <sub>5</sub> (OH) <sub>3</sub> ]的热物理性质	359
附表 17	未使用过的润滑油的热物理性质	360
附表 18	汞(Hg)、钠(Na)、钠(22%)钾(78%)合金和钾(K)的热物理性质	360
附表 19	大气的热物理性质	361
附表 20	一些物质在双组分稀混合物中扩散时的施密特数 Sc <sub>j</sub> (普通大气条件)	361
附表 21	双组分气体混合物的热物理性质( $p=1.01325\text{bar}$ , $T=290\text{K}$ )	362
附表 22	饱和空气中水蒸气的分压力和水蒸气的质量百分数( $p=1.1325\text{bar}$ )	363
附表 23	一些物质的质扩散率 $D$	363
附表 24	一些非金属材料的热物理性质	364
参考文献		365
索引		374

# 第一篇 无相变时的对流传热与传质

## 第一章 对流传热与传质的基本方程组

研究对流传热<sup>①</sup>和传质时，通常把流体看作连续流体(稀薄气体除外)，因此力学和热力学的一些基本定律均适用。分析时常取流体中的某一微元容积(称为控制容积)作为研究对象，直角坐标系中的控制容积可参看图 1-1。

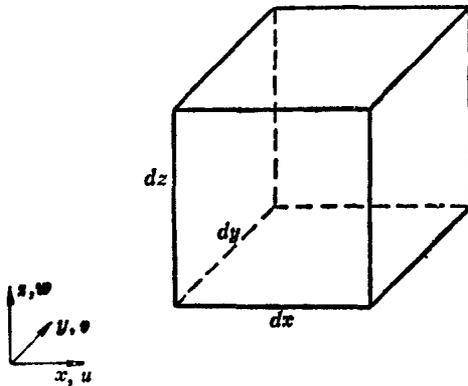


图 1-1 直角坐标系中的控制容积

本章从基本的守恒定律出发，考虑流体在控制容积中的流体力学、换热和传质的特点，推导出普遍适用的基本微分方程组，

① 传热学教科书中把热量由热流体经过壁面传给冷流体的热量传递过程称为传热过程，而把流体和壁面之间的热量传递过程叫做对流换热。本书研究的是后一种情况，但为了统一起见，把对流换热和传质统称为对流传热和传质。

该方程组由连续性方程式、动量方程式、能量方程式和质量组分方程式等组成。由于这些方程式的普遍形式比较复杂，通常要根据具体情况引入一些简化假定使其简化，而对简化后的方程组求解。

1904年，普朗特(Prandtl)在研究流体流过壁面时发现速度梯度主要集中在近壁区域中，从而引入速度边界层的概念。随后又发展得出换热的热边界层。流体在边界层中的行为对流动、换热和传质常起着决定性的作用。

本章将介绍边界层的动量方程式、能量方程式和质量组分方程式。最后阐述边界层动量方程式、能量方程式的积分形式，以及它们在工程近似计算中的重要意义。

### 1-1 质量守恒定律和连续性方程式

质量守恒是自然界的一条基本规律。根据质量守恒定律，流体流入和流出控制容积(图 1-1)的质流量差应等于该容积的质量变化率。速度矢量  $\vec{V}$  在直角坐标系中的三个分量的大小分别是  $u$ 、 $v$  和  $w$ 。先看  $x$  方向，流入和流出控制容积的质流量分别是

$$G_x dydz = \rho u dydz$$

和 
$$\left(G_x + \frac{\partial G_x}{\partial x} dx\right) dydz = \left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx\right] dydz$$

式中， $G_x$ —— $x$  方向的质流率或质速度， $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ； $\rho$ ——流体的密度， $\text{kg}/\text{m}^3$ 。 $x$  方向的净质流量是上述二式之差：

$$-\frac{\partial G_x}{\partial x} dx dydz = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx dydz$$

三个方向净质流量的和为

$$-\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right] dx dy dz \quad (a)$$

控制容积内流体的质量变化率为

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial \tau} = \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dx dy dz \quad (b)$$

根据质量守恒定律, 式(a)和(b)应该相等。于是

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1-1)$$

这就是流体的连续性方程式。它也可用下列矢量形式表示:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \operatorname{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (1-2)$$

式中,  $\operatorname{div}$  表示散度, 即  $\operatorname{div}(\rho \vec{V}) = \partial(\rho u)/\partial x + \partial(\rho v)/\partial y + \partial(\rho w)/\partial z$ 。又因为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \\ &= \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \left( u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \\ &= \rho \operatorname{div} \vec{V} + \vec{V} \cdot \operatorname{grad} \rho \end{aligned} \quad (c)$$

式中,  $\operatorname{grad}$  表示梯度, 即  $\operatorname{grad} \rho = \{ \partial \rho / \partial x, \partial \rho / \partial y, \partial \rho / \partial z \}$ 。流体密度对时间的全导数可以表示成

$$\begin{aligned} \frac{D\rho}{D\tau} &= \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \\ &= \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \vec{V} \cdot \operatorname{grad} \rho \end{aligned} \quad (d)$$

考虑式(c)和(d), 方程式(1-2)也可写成下列形式:

$$\frac{D\rho}{D\tau} + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (1-3)$$

连续性方程式还可写成直角张量的形式。从式(1-1)出发有

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0 \quad (1-4)$$

式中, 角注  $i$  分别取 1, 2 和 3, 并用它们的和式表示。此时  $x_i$  分别是坐标  $x, y$  和  $z$ , 速度  $v_i$  相应为速度矢量的三个分量  $u, v$  和  $w$ 。因

此式(1-4)和(1-2)完全相同,但表示形式得到简化。

最后,对于不可压缩流体,密度  $\rho$  为常数,  $D\rho/Dt=0$ , 于是连续性方程式可简化成

$$\operatorname{div}\vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1-5)$$

## 1-2 动量守恒定律和动量方程式

动量守恒是根据牛顿第二定律分析物体运动而得出的一条基本定律。用动量守恒定律来分析流体的流动,这就是说。作用于流体控制容积上所有外力的总和应等于该容积中流体动量的变化率(图 1-2)。

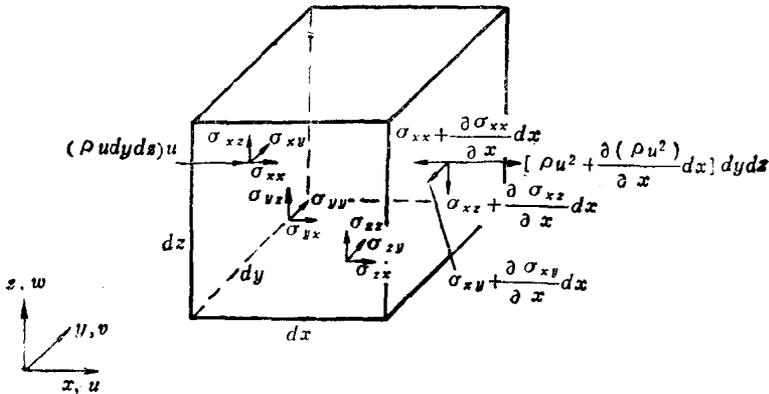


图 1-2 用于推导动量方程式的控制容积

首先,分析流体流入和流出控制容积时的动量变化率。在  $x$  方向上,单位时间内从  $x$  处的微元面流入的动量为  $(\rho u dy dz)u = \rho u^2 dy dz$ ,从  $x+dx$  处微元面流出的动量为  $[\rho u^2 + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} dx] dy dz$ ,二者之差,即动量变化率为

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) dx dy dz$$