

科学出版社

刘叙华 著

基于归结方法的自动推理

基于归结方法的自动推理

刘叙华 著

科学出版社

1994

(京)新登字 092 号

内 容 简 介

本书以定理机器证明中著名的逻辑方法之一——归结方法为主线,介绍在经典逻辑、模糊逻辑、非单调逻辑和模态逻辑中的自动推理方法。

全书分两部分。第一部分在介绍了基本的归结方法之后,介绍国内外关于这一方面的重要研究成果。第二部分介绍了作者提出的算子模糊逻辑和 λ -归结推理方法以及 λ -调解方法,最后介绍了非单调逻辑和模态逻辑中的归结推理方法。

本书可供计算机科学有关专业大学高年级学生和研究人员参考。

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1994年2月第 一 版	开本: 850×1168 1/32
1994年2月第一次印刷	印张: 16
印数: 1—1400	字数: 419 000

ISBN7-03-003927-0/TP·315

定价: 16.90元

谨以此书纪念我的老师

王湘浩 教授

(1993. 5. 12)

前 言

1977 年秋,我参加学部委员王湘浩教授领导的关于归结方法的讨论班,并于 1978 年春首次发表关于归结方法的研究论文。此后,我在这一领域中不间断地耕耘了 15 年。不仅在经典逻辑中努力去发展这一著名方法,并且将这种方法扩展到了非标准逻辑,例如模糊逻辑中。15 年来在这一领域发表了 60 余篇论文,写出过三本学术著作。将我和我的合作者在 15 年中所做的研究工作,系统地总结出来,介绍给国内学术界,一直是我的一个强烈心愿,但是鉴于目前正处于重经济效益的时代,我的这个心愿几乎是一种奢望。

90 年代初,一向是中国学术界基础理论研究堡垒的中国科学院设立了科学出版基金,并成立了科学出版基金专家委员会,来支持国内那些甘于寂寞地从事基础理论研究的学者们。无疑,这是中国科学院极有远见的一个举措。

1990 年末,我受到我尊敬的学长,中国科学院数学所陆汝钤教授的鼓励,于 1991 年 1 月 20 日申请了这项基金。

1992 年 3 月 4 日我收到了中国科学院科学出版基金专家委员会技字 004 号公函,通知我:经同行专家评议,专家组评审,专家委批准,我的申请正式列为基金资助项目。

在整整一年的时间里(1992 年),我收集了有关归结方法研究的国内外论文,写成了共有十四章的这本书。

本书的大部分结果都是作者及其合作者的研究成果。除此以外,国内仅有的一些研究结果也被我收集在本书中,例如陆汝钤教授等人的研究成果。作者不敢保证没有漏掉国内在这方面的研究工作,不过,作者已经尽力了。

本书不仅仅凝集着作者一人的心血,在它问世之际,作者应

该向支持、帮助过他的老师、学长及学生们和一些团体表示他的谢意。

我首先向我的老师王湘浩教授表示我的衷心的感谢和尊敬。我大学毕业以后在学问之道上，一直受到王湘浩教授的关怀和指导，没有他的教诲，显然不会有本书问世。

我向陆汝钤教授表示我的诚挚的谢意。没有他的鼓励和推荐，也不会有这本书。陆教授的学风和治学态度始终积极地影响着我写完这本书。

我要特别感谢国家自然科学基金委员会的支持，从1982年设立基金至今，我的两个研究课题连续六次获得基金的支持（“定理机器证明”课题连续四次，“模糊推理”课题连续两次），没有国家自然科学基金的支持，我的这种基础理论研究是很难坚持下来的。从1987年开始，作者还受到国家教委博士点基金，国家高科技863计划，国家基础性研究重大项目（首席科学家吴文俊教授）的支持。作者对国家给予的这些支持表示深深的谢意。

我还要特别感谢中国科学院科学出版基金专家委员会的专家们以及我不知道姓名的评审专家们，感谢他们对我的工作的承认和支持。

我还要感谢我的学生们，他们不仅帮助我进行了有成效的研究工作，从而丰富了此书，而且还帮助我写了此书的某些章节，他们是：博士研究生孙吉贵（§ 7.3, § 7.5, § 14.4, § 14.5）、唐日崑（§ 14.1, § 14.2, § 14.3）、欧阳丹彤（§ 6.7, § 8.4, § 8.5, § 8.6）、邓安生，硕士研究生刘瑞胜（§ 6.9）、周萍、程晓春等。

最后向我的妻子司徒芊表示谢意，没有她深深的理解和长期的操劳，我就不会享受到一个安宁的研究环境，这本书也就不会诞生。

刘叙华

1992年12月18日完稿于长春，吉林大学

目 录

前言

绪论	1
----	---

第一部分 古典逻辑中的归结推理

第一章 一阶(谓词)逻辑	9
--------------	---

§ 1.1 引言	9
----------	---

§ 1.2 谓词与量词	11
-------------	----

§ 1.3 公式及解释	15
-------------	----

§ 1.4 等价和蕴涵	17
-------------	----

§ 1.5 范式	18
----------	----

§ 1.6 形式推理	27
------------	----

第二章 归结原理	31
----------	----

§ 2.1 子句集的 Herbrand 域	31
-----------------------	----

§ 2.2 Herbrand 定理	36
-------------------	----

§ 2.3 合一算法	43
------------	----

§ 2.4 归结原理及其完备性定理	55
-------------------	----

§ 2.5 将 Resolution Principle 翻译成归结原理的 原因	64
---	----

§ 2.6 删除策略	66
------------	----

第三章 语义归结、线性归结、锁归结	75
-------------------	----

§ 3.1 语义归结	75
------------	----

§ 3.2 线性归结	85
------------	----

§ 3.3 锁归结	102
-----------	-----

§ 3.4 输入归结与单元归结	107
-----------------	-----

第四章 处理等词的调解法	113
--------------	-----

§ 4.1 引言	113
----------	-----

§ 4.2	相等公理与 E -恒假	116
§ 4.3	调解与 E 蕴涵	119
§ 4.4	P 超调解	121
§ 4.5	RUE-NRF 归结及其 strong 形的反例	124
§ 4.6	对称调解	138
§ 4.7	线性对称调解的完备性	143
§ 4.8	RUE-NRF 归结与调解的关系	150
第五章	归结方法间的相容性问题	159
§ 5.1	线性归结和语义归结不相容	160
§ 5.2	锁归结和语义归结的相容性	161
§ 5.3	锁归结与线性归结的相容性	170
§ 5.4	用约化代替取因子	174
§ 5.5	着色归结	179
第六章	广义归结	191
§ 6.1	广义归结	192
§ 6.2	广义锁归结	196
§ 6.3	广义线性归结	199
§ 6.4	广义语义归结	205
§ 6.5	广义线性半锁归结	207
§ 6.6	广义删除策略	211
§ 6.7	NC 归结	222
§ 6.8	广义归结与 NC 归结	228
§ 6.9	广义归结施行删除策略的结果——NC 归结	236
§ 6.10	排除自归结的归结原理	245
第七章	广义调解	247
§ 7.1	1 型广义调解	247
§ 7.2	2 型广义调解和广义线性对称调解	252
§ 7.3	NC 调解与 NC 线性对称调解	256
§ 7.4	广义 RUE-NRF 归结	263
§ 7.5	NC-RUE-NRF 归结	268

第八章 Horn 集上的归结方法	274
§ 8.1 正单元有序归结	275
§ 8.2 强有序输入归结	283
§ 8.3 输入半锁归结和单元锁归结	293
§ 8.4 输入对称调解和单元对称调解	297
§ 8.5 输入有向调解和单元有向调解	308
§ 8.6 广义 Horn 集	313

第二部分 非标准逻辑中的归结推理

第九章 模糊逻辑	325
§ 9.1 引言	325
§ 9.2 真值取在格上的模糊逻辑	329
§ 9.3 模糊归结	340
第十章 算子模糊逻辑(算子格上)	347
§ 10.1 引言	347
§ 10.2 算子格	348
§ 10.3 算子格上的逻辑系统	349
§ 10.4 λ -归结方法	356
§ 10.5 λ -弱蕴涵和 λ -强蕴涵	361
§ 10.6 对算子模糊逻辑的解释	368
§ 10.7 结合算子格及 λ_α -归结	374
§ 10.8 广义 λ -归结及其删除策略	386
第十一章 算子模糊逻辑(布尔代数上)	399
§ 11.1 引言	399
§ 11.2 布尔代数上的 Fuzzy 算子运算	400
§ 11.3 布尔算子模糊逻辑	403
§ 11.4 λ -归结方法	408
§ 11.5 BOFL 系统的一个简单解释	412
第十二章 处理模糊相等的 λ-调解法	417
§ 12.1 引言	417

§ 12.2	模糊相等公理集	418
§ 12.3	锁 λ -调解法和线性 λ -调解法.....	420
§ 12.4	广义 λ -调解.....	427
第十三章	非单调逻辑	433
§ 13.1	引言	433
§ 13.2	缺省理论及其扩充	434
§ 13.3	正规缺省理论	439
§ 13.4	证明理论	443
§ 13.5	非单调逻辑中的归结方法	448
第十四章	模态逻辑中的归结推理	452
§ 14.1	模态逻辑	453
§ 14.2	命题模态归结推理	455
§ 14.3	一阶模态归结推理	468
§ 14.4	一阶模态归结系统 FMRD.....	480
§ 14.5	命题模态归结弱包含删除策略	486
参考文献.....		495

绪 论

从 1956 年 Newell, Shaw 和 Simon 发表他们的著名论文《逻辑理论机》(The Logic Theory Machine) 算起, 自动定理证明 (Automated Theorem Proving, 简称 ATP) 这个研究领域已经有 30 多年的历史了。上述这篇论文, 不仅是 ATP 领域中的第一篇论文, 而且促使了 1965 年 Dartmouth 人工智能讨论会的召开。这次会议标志着人工智能的诞生。

逻辑理论机的目标是想机械地模仿人类在证明命题逻辑定理时所用的推导过程, 它成功地证明了《数学原理》一书中的 38 个定理。这项研究工作提出了表处理这个人工智能技术的概念, 开创了 ATP 研究领域。

1959 年 Gelernter 等人做出了几何定理证明机 (Geometry Theorem-Proving Machine, 简称 GTM)。这个系统采用“反向链”的推理方法, 亦即, 从目标开始向前提产生新的子目标, 这些子目标逻辑蕴涵着最终目标。GTM 能够证明直线图形中的大部分高中考试的问题, 而且运行时间也常常与高中学生做题时间差不多。例如, 一个困难的问题, 大约需 20 分钟。

在 GTM 产生的同时, 出现了在逻辑上建立定理证明机器的第一次努力, 即 Paul Gilmore 和王浩的研究工作。他们的工作不同于 Newell 和 Simon 的启发式方法, 而是从经典逻辑的证明过程中总结出推导规则, 机械地去证明谓词演算中的定理。

1959 年 Gilmore 发表的证明程序, 是对谓词演算的第一个可用的机械证明程序。促使 Gilmore 进行这次研究工作的一个动机是: 他想了解计算机程序是什么样的。他在满足了所有的愿望后就引人注目地退出了这一研究领域(除了 1970 年又发表了一篇对 GTM 的富有启发的分析论文)。

王浩于1958年在IBM开始,并于1959—1960年在Bell实验室继续关于ATP的研究工作。他研制出三个程序:第一个程序是关于命题演算的;第二个程序是关于谓词演算中的可判定部分;1959—1960年研制出的第三个程序是对整个谓词演算的。其中第一个程序用37分钟(实际计算时间仅有3分钟)就证明了《数学原理》中的220个定理。王浩的这一工作说明了让机器拥有人类的技巧已不再是一种游戏。

Gilmore方法的理论基础是Herbrand定理,亦即,为了证明谓词演算中某一公式的恒假性,转化为去证明一个命题公式的恒假性。而证明一个命题公式的恒假性时,Gilmore采用了最原始的“乘法方法”。

1960年,Martin Davis和Hilary Putnam对Gilmore方法做了改进,提出所谓的D-P过程。D-P过程仍以Herbrand定理为基础,只是在证明一个命题公式的恒真性时,采用了一些技巧。如:Tautology规则,单文字规则,纯文字规则,分裂规则等等。

但是,D-P过程对Gilmore方法的这种改进不是本质的,因为这两种方法,都需要枚举基替换,去产生恒假的命题公式。

1960年Dag Prawitz发表论文,指出了D-P过程的这个致命弱点,并给出了改进。Prawitz方法不再是枚举替换去产生恒假的命题公式,而是主动去寻找产生这个恒假命题公式的那个替换。Prawitz的“直接寻找替换,从而避免产生公式的组合爆炸”这个思想是深刻的,这里使用了人工智能中的匹配技术。但是Prawitz在实现这种想法时,却很不理想。

1960年前后的三年间,是ATP领域中逻辑方法的一段重要时间。基于Herbrand定理的Gilmore方法,D-P过程,尤其是D-P过程中的单文字规则和Prawitz的匹配思想,最终导致了归结原理(Resolution Principle)的产生。

1964年J. A. Robinson推出了简洁而漂亮的归结原理。被Robinson用归结原理所形式化的逻辑里,没有公理,只有一条使

用合一 (unification) 替换的推导规则。而如此简洁的逻辑系统,却是谓词演算中的一个完备系统,亦即,任意一个恒真的一阶公式,在 Robinson 的逻辑系统中都是可证的。

归结原理漂亮的简单性使许多研究者投入到归结原理的改进工作中。重要的改进工作有如下一些:

1964 年 Wos, Carson 和 G. Robinson 提出了单文字子句优先策略和支撑集策略。

1965 年 J. A. Robinson 提出超归结方法 (Hyper-resolution)。

1967 年 J. R. Slagle, 提出语义归结。

1968 年 Loveland 和 Luckham 提出线性归结。

1970 年 Boyer 提出锁归结。

1970 年 Kowalski 和 Kuehner 提出 SL-归结。这种归结在早期版本的 PROLOG 语言中被使用。

1970 年 C. L. Chang 提出输入归结,并且证明了它和单元归结是等价的。

1982 年 N. V. Murray 提出了 NC (Non-Clausal) 归结。

1968 年, Wos, G. Robinson 提出了一种和归结方法相容的处理等式的方法,亦即 Paramodulation (调解)方法。

1978 年到 1992 年,吉林大学的研究者提出了一些改进,如锁语义归结,线性半锁归结,输入锁归结,单元锁归结,输入对称调解,输入有向调解,广义归结,广义调解和广义 Horn 集上的归结,以及算子模糊逻辑中的 λ -归结, λ -调解,广义 λ -归结和广义 λ -调解等。中国科学院数学所陆汝钐教授提出了正单项有序归结和有序输入归结。上海交通大学陆汝占等人提出了着色归结。

逻辑方法在 60 年代早期受到很大关注,而在 60 年代后期,得到了最大的重视。当然,其他 ATP 方法也有人注意,例如,跨越 1963 到 1967 年的半自动数学 (SAM) 的研究。尽管这项研究的大部分成果,没有发表在科技文献上,但是建立起来的与数学家交互证明定理的能力却引人注目。由 W. E. Gould 参与建造的

SAM 系统已经从 SAMI 发展到 SAMV. SAMI 系统开始只是一个证明检查器,发展到 SAMV 时,证明能力已大大提高. 1967 年该系统在与一位数学家关于模格的交互过程中,自动地得出了数学家还没发现的所谓 SAM 引理,并且该引理是一个未解问题 (open question) 的关键.

作为自动定理证明的类人方法(有时也叫自然推导法)的堡垒——MIT,在 60 年代中期也做过很好的工作. 1966 年 MIT 的 L. M. Norton 建造了一个系统 ADEPT, 该系统是一个关于群论的启发式 (heuristic) 定理证明系统. 该系统使用了很多有效的启发式规则,这个系统的能力界限是: 若 $x^2 = e$, 则群是 Abel 群.

把归结方法作为自动定理证明的基础,在 60 年代后期形成了压倒一切的优势. 毫无疑问, L. Wos 是最成功的实现归结系统的研究者之一,为此他获得了首届 ATP 奖. 不仅如此,甚至人工智能其他领域的研究者,也把归结方法看做是有效的推理手段. 在问题解答和机器人这两个领域中就是如此.

60 年代后期对归结方法的彻底推崇,在进入 70 年代却受到了挑战. W. W. Bledsoe 对归结方法的能力产生怀疑,特别是对集合论和分析数学. 对一个包括一系列集合的交的简单问题的证明,使用归结方法就非常笨拙. 但如果用类人 (human simulation) 的推导方法却很简单. 于是,以 Bledsoe 为首的集体开始了关于类人方法的 ATP 的最有成就、最持久的努力. 1977 年 Bledsoe 发表了重要论文《非归结定理证明 (Non-Resolution Theorem Proving)》.

1970 年 Knuth 和 Bendix 提出了重写规则 (rewrite rules). 所谓重写规则就是代换规则,亦即将一个等式右端出现的规则去代替左端出现的规则. 例如 $x + (-x) \Rightarrow 0$ 就是算术理论中的一条重写规则. 重写规则法处理等式中的推理问题特别有效, Knuth 和 Bendix 使用重写规则法,解决了群论中一些等式的证明问题. 70 年代末, Lankford 等人建立了布尔代数的标准

重写系统，解决了重写规则法在命题逻辑中的应用。80年代初，Hsiang 等人建立了对于一阶逻辑的使用重写规则法的定理证明系统。L. Wos 的等式调解法，实际上也是一种重写规则。因此，重写规则法基本上属于 ATP 中的逻辑方法。

在1972年前后，以 Overbeek, Wos, Winker 等人为首的集体，建立了 AURA 系统 (Automated Reasoning Assistant)。这个系统使用了单元归结、支撑集策略、等式调解、超归结等方法。这基本上还是属于逻辑方法的系统。这个系统已经用于有限数学、线路设计和程序正确性验证以及形式逻辑中的问题，为这些领域中的疑难问题的解决提供了帮助。

1972年 R. Boyer 和 J. Moore 开始建造与 Wos 等基于归结方法的证明器完全不同的证明器，亦即，基于类人方法的证明器。这个证明器集中于归纳领域，使用一阶逻辑语言，将归结原理与重写规则结合在一起，把已证的等式，按用户的选择转变为重写规则，以便以后使用。该系统的重要功能是能够提出归纳方案，然后对归纳方案进行分析、比较、整理，得出对所证问题适用的归纳方案。它使用了启发式策略和强有力的人机交互方式，同时保存了一个定理表，对于已经证明的定理可存入表中，以备以后使用。因此，系统的证明能力越来越强，但不幸的是证明速度却越来越慢。该系统已经能够证明一些比较困难的定理，例如，质因子分解唯一定理，简单优化编译程序的正确性等等。

80年代初，西德就在建立一个定理证明器。这是一个非常有意思的证明器，它包含一个启发式的管理者，管理着一个逻辑机。通过数据银行 (bank) 可以得到领域的特别知识，其第一版选中的领域是自动机理论。

在70年代末，与归结方法、重写规则、类人方法不同，人们研究了一些决策过程 (decision procedure)。所谓决策过程是指：判断一个理论中的某个公式的有效性 (validity)。例如，1980年 Eevvo 等人提出的关于使用 $\cup, \cap, -, =, \in$ 的集合理论的决策过程；1980年 Nelson 等人提出的带有不解释函数符号的等式理论

决策过程；1978年我国著名数学家、计算机科学家吴文俊教授提出的关于平面几何和微分几何的定理机器证明方法，在国际上被称为吴方法，得到国际上定理机器证明学术界的赞扬，被认为是当前定理机器证明和决策中最好的一种方法。吴文俊教授的这个方法，已经证明和发现了平面几何中一些较为困难和有趣的定理。

从80年代开始，和定理机器证明紧密相关的另一个研究领域，即自动推理领域引人注目地发展起来了，很多自动定理证明的研究者转入这一领域。自动推理领域的倡导者，就是首届自动定理证明奖的获得者 L. Wos 教授。自动定理证明和自动推理，正以崭新的面貌活跃在人工智能领域内。

在60年代中期以前，对自动定理证明器的注意力还仅仅限于数学方面。从60年代后期开始，ATP 领域的研究者已开始将注意力转向数学以外的其他领域，诸如程序自动生成，逻辑程序设计，问题解答，以及更一般的智能系统中的自动推理问题。

什么是自动推理呢？按照国际自动推理学会主席 L. Wos 的说法：自动推理就是研究用计算机帮助人们进行推理，而这些推理是问题求解时所需要的那些推理。

L. Wos 说，1980年前后形成的自动推理这个研究领域，是令人兴奋和富有挑战性的领域。

很自然，定理机器证明是自动推理领域中的先驱性工作。自动定理证明在300年前就成了人们追求的梦想（Leibnitz 之梦）。这个梦想激励着优秀的科学家们，在几百年中做着不屈不挠的努力，直到近代人工智能的产生。

专家系统和知识工程的出现，使人们认识到，仅仅研究那些从真前提得出真结果的那种古典逻辑推理方法是不够的。因为人类生产和思考在一个充满不确定信息的环境里，人类就是在这种环境里进行着有效的推理。因此，为了建立真正的智能系统，研究那些更接近人类思维方式的非单调推理、模糊推理等，就变得越来越必要了。

目前，自动推理的进展，一方面表现在专家系统中各种面向特

殊问题的推理方式的研究,例如 DENDRAL 系统用于化学合成的推理, PROSPECTOR 用于地质方面的推理, MYCIN 用于医疗诊断的推理,等等。另一方面,在计算机辅助推理的研究上,也取得了进展。例如,以 Wos 为首的集体建立的 AURA 系统。这个系统已经用于数学研究、电路设计和程序验证,为这些领域中的疑难问题的解决提供了帮助。

随之而来的,面向自动推理的程序语言,如 PROLOG,也引起了人们的兴趣。

当然,自动推理的研究还是很初步的。例如,领域知识的表示,推理规则的控制策略,都没有得到解决。明显的例子是:人能进行迅速推理的很多问题,用自动推理程序时,仍要花费大量时间。推理程序与人之间的通讯仍很困难。因此,很多自然语言方面的工作还要去做。

解决自动推理问题的关键,按照 L. Wos 的说法是:利用现在和将来的推理程序,对已经解决和尚未解决的问题进行实验,从而导致新的推理规则 and 有效策略的发现。例如,对数论问题求解的尝试,导致 Wos 发现了 Paramodulation 方法。

自动推理的目标是什么呢?可能最理智的近期目标是得到各种自动推理程序,它们中的每一个都相当于一个自动推理的助手,我们应该能自由而有效地和这个助手“交谈”。

远期目标应该是:当你向这样一个程序提出问题后,你就可以去考虑别的问题了,当你再回来时,原来的问题已经解决了。这一切丝毫没有你的帮助和干涉。

这样的目标似乎超出了人类的能力,但是,任何用现在的观点去想象未来的事情时,都不免带有幼稚的成分。按日本人的体会,未来新一代计算机的特征,是建立在逻辑基础上,其基本操作是推理而不是计算的智能机器。

因此,这是一个有强大生命力的、非常有趣的研究领域。