

渐开线内啮合 圆柱齿轮传动

张 展 朱景梓 秦立高 编著

国防工业出版社

82.417

350971

渐开线内啮合圆柱齿轮传动

张 展 朱景梓 秦立高 编著



國防工業出版社

DW 02 / 30

内 容 简 介

本书对渐开线内啮合圆柱齿轮传动的啮合原理、直齿与斜齿圆柱齿轮传动的变位与几何计算、各种干涉与对策、对少齿差和零齿差的设计与制造、齿轮测量参数与传动效率的计算、齿廓修形与齿向修形、内齿轮的加工与工艺等方面都作了详细的分析与论述。书中编入了国内外最新资料，是大量实践经验和科研成果的总结。附录中附有127幅内啮合齿轮传动的封闭图，可供科研、工程设计人员查用。

本书可供广大科研工作者与工程技术人员阅读，也可供工院校师生参考。



(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(邮政编码 100044)

新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168 1/32 印张10³/₄ 282千字

1991年7月第一版 1991年7月第一次印刷 印数：0,001—4,000册

ISBN 7-118-00656-4/TH·45 定价：8.10元

前 言

齿轮是使用量大面广的传动元件，齿轮的生产水平是一个国家工业水平的象征之一。

渐开线齿轮自 18 世纪 60 年代发明以来，已有 200 多年的历史，至今仍广泛地使用着，一直保持其强大的生命力。主要原因在于传动可靠、传动比恒定、好加工，便于使用与推广。

渐开线齿轮的原理自 1765 年欧拉 (L. Euler) 提出渐开线齿形以来有很大的发展。1837 年英国 威里 斯 (R. Willis) 提出了渐开线齿轮中心距变动不影响传动比的理论，并提出 $14\frac{1}{2}^{\circ}$

压力角齿形制。1873 年德国霍普 (Hoppe) 提出变位齿轮概念，以及 20 世纪变位齿轮又得到广泛而深入地研究，直到 50 年代苏联加夫里连科 (В. А. Гавриленко) 提出封闭图概念，又经格罗曼 (М. Б. Громан)、鲍洛托夫斯卡娅 (Т. П. Болотовская)、鲍洛托夫斯基 (И. А. Болотовский) 等绘制了大量实用的封闭图，从而圆满地解决了变位系数的选择问题。当今工业上 90% 以上的齿轮是采用变位齿轮，使其承载能力有很大的提高。

本书对内啮合圆柱齿轮传动的变位与几何计算、各种干涉与对策、对少齿差和零齿差的设计与制造、传动效率的确定、齿廓修形和齿向修形、内齿轮的加工与工艺等方面作了详细的分析与论述。并提供了 127 幅内啮合齿轮传动的封闭图，供设计时参考使用。本书可供教学、生产和科研工作者参考。

限于编者水平，书中不妥之处，敬希读者批评指正。

编 著 者

目 录

主要符号	1
第一章 概论	5
§ 1.1 渐开线齿廓啮合传动的特点	6
§ 1.2 内齿轮副正确啮合及连续传动条件	9
§ 1.3 内啮合齿轮传动的特点	11
第二章 内啮合直齿圆柱齿轮传动	13
§ 2.1 齿轮各部分名称和代号	13
§ 2.2 基准齿形和基本参数的选择	15
一、渐开线圆柱齿轮基准齿形 (GB1356-78)	15
二、渐开线圆柱齿轮的模数	16
三、基本参数的选择	20
§ 2.3 内啮合直齿轮传动的几何计算	24
第三章 内啮合传动变位与干涉	26
§ 3.1 插齿刀及其齿形	28
§ 3.2 内啮合传动的变位	31
§ 3.3 内齿轮加工时的干涉——顶切现象	34
一、插齿刀齿根在参与切削过程中, 使内齿轮产生齿顶干涉 顶切现象	35
二、插齿刀径向进给时产生切入顶切现象	37
三、插齿刀加工内齿轮时的负啮合角现象	41
§ 3.4 内啮合传动中的干涉	44
一、渐开线干涉	44
二、齿廓重叠干涉	46
三、径向干涉	49
四、过渡曲线干涉	51

第四章 内啮合斜齿圆柱齿轮传动	56
§ 4.1 斜齿轮形成原理及其啮合的基本条件	56
一、斜齿轮齿面的形成	56
二、内啮合斜齿轮啮合的基本条件	56
§ 4.2 斜齿轮传动的计算特点及计算公式	57
一、斜齿轮传动的计算特点	57
二、内啮合斜齿轮传动的几何计算	80
三、斜齿轮的重合度计算	63
§ 4.3 斜齿轮的法面齿形与当量齿数	64
第五章 内啮合变位齿轮传动的几何计算	67
§ 5.1 内啮合圆柱齿轮变位系数的选择原则	67
一、变位对内啮合齿轮强度的影响	67
二、变位对顶切、干涉和重合度的影响	67
§ 5.2 内啮合传动变位系数的选择方法	68
一、查表法	68
二、线图法	70
三、封闭图法	85
四、变位系数选择与分配	88
五、用简化方法计算变位齿轮参数	90
§ 5.3 内啮合传动的几何计算	101
一、角度变位内啮合齿轮传动几何参数的特点	101
二、插齿刀加工齿轮几何尺寸计算的特点	104
三、齿根圆与齿顶圆直径的计算	104
四、顶隙混合制	105
§ 5.4 传动质量指标	113
一、内啮合齿轮传动的滑动率	113
二、渐开线齿廓的几何压力系数	117
第六章 内啮合副中的几种典型传动	124
§ 6.1 增大端面重合度 ε_a 的传动	124
§ 6.2 小啮合角传动	130
§ 6.3 少齿差内啮合传动	133
一、概述	133

二、少齿差内啮合传动设计时应考虑的因素	134
三、变位系数的选择	143
四、少齿差内啮合齿轮传动的几何计算	145
§ 6.4 零齿差内啮合传动	148
一、啮合方程式及传动特性	149
二、零齿差内啮合传动应满足的条件	152
三、综合界限曲线图	156
四、数值实例	157
五、对零齿差输出机构的要求及其几何计算	159
六、零齿差齿轮副的加工	163
第七章 齿根过渡曲线的几何形状	167
§ 7.1 齿根过渡曲线	167
§ 7.2 内齿轮齿形系数	174
一、包络条件方程	175
二、载荷作用于单齿对啮合上界点时的齿形系数 y_F	178
三、载荷作用于齿顶时的齿形系数 y_{Fa}	179
第八章 齿廓修形和齿向修形	183
§ 8.1 齿廓修形	183
一、齿廓修形的原因	183
二、修形量的确定	185
三、齿廓修形的方法	188
§ 8.2 齿向修形	192
一、齿向修形的原因	192
二、齿向修形量的确定	193
三、齿向修形的方法	202
第九章 齿轮测量参数的计算	203
§ 9.1 任意半径圆周上的弧齿厚	203
§ 9.2 分度圆弦齿厚及固定弦齿厚	205
一、分度圆弦齿厚 $\bar{s}$ 和弦齿高 $\bar{h}$	205
二、固定弦齿厚 $\bar{s}_c$ 和固定弦齿高 $\bar{h}_c$	209
§ 9.3 公法线长度的计算	212
§ 9.4 量柱(球)距 M 的计算	225

一、内齿轮的量柱(球)距 M 的计算	225
二、外齿轮的量柱(球)距 M 的计算	227
三、齿轮副的侧隙与齿厚的极限偏差的确定	231
§ 9.5 齿轮加工时进刀量的确定	233
一、滚齿加工	234
二、插齿加工	236
第十章 齿轮传动效率的计算	241
§ 10.1 齿轮传动啮合效率 η_m 的计算	242
一、渐开线变位外齿轮副的啮合效率	242
二、渐开线变位内齿轮副的啮合效率	247
三、渐开线少齿差内啮合变位齿轮副的啮合效率	251
四、零齿差渐开线变位内啮合齿轮副的啮合效率	256
§ 10.2 轴承传动效率 η_B	260
§ 10.3 计及油阻损失传动效率 η_l 的确定	261
第十一章 行星齿轮传动机构	263
§ 11.1 没有惰轮的机构	264
§ 11.2 具有惰轮的机构	265
第十二章 内齿轮的加工与精度分析	272
§ 12.1 齿轮的精度与测量	272
一、齿轮的精度	272
二、齿轮量仪	272
三、齿轮刀具	273
四、齿面粗糙度	277
§ 12.2 内齿轮的加工	278
一、直齿内齿轮的加工	278
二、斜齿内齿轮的加工	280
§ 12.3 内齿轮加工中产生误差的原因及其对策	282
一、机床运动误差	282
二、刀具误差和刀具安装误差	283
三、工件误差和工件安装误差	284
四、机床、刀具和工件的综合误差	285
五、加工过程中引起的工件误差	285

§ 12.4 齿轮工艺	286
一、材料与热处理	286
二、齿坯加工	287
三、齿形加工方案选择	288
四、精基准的修整	289
附录 内啮合齿轮传动的封闭图	292
参考文献	335

主要符号

a —— 中心距, 标准齿轮、 高度变位齿轮中心距 (mm)	d_f —— 齿根圆直径
a' —— 实际工作中心距, 角 度变位齿轮中心距	d_{f1} —— 小齿轮齿根圆直径
a'_0 —— 用插齿刀切齿时的中 心距	d_{f2} —— 内齿轮齿根圆直径
a'_{01} —— 用插齿刀切制小齿轮 时的切齿中心距	d_y —— 任意圆直径
a'_{02} —— 用插齿刀切制内齿轮 时的切齿中心距	d' —— 节圆直径
b —— 齿宽 (mm)	d'_1 —— 小齿轮节圆直径
b' —— 工作齿宽	d'_2 —— 内齿轮节圆直径
c —— 顶隙	d_1 —— 小齿轮分度圆直径
c^* —— 顶隙系数 (对斜齿轮 系指法向顶隙系数)	d_2 —— 内齿轮分度圆直径
c_i^* —— 端面顶隙系数	d_0 —— 插齿刀分度圆直径
d —— 直径, 分度圆直径	h —— 齿高 (mm)
d_a —— 齿顶圆直径	h_a —— 齿顶高
d_{a0} —— 插齿刀顶圆直径	h_{a1} —— 小齿轮齿顶高
d_{a1} —— 小齿轮顶圆直径	h_{a2} —— 内齿轮齿顶高
d_{a2} —— 内齿轮顶圆直径	h_a^* —— 齿顶高系数 (对斜 齿轮系指法向齿顶 高系数)
d_b —— 基圆直径	h_{a1}^* —— 端面齿顶高系数
d_{b1} —— 小齿轮基圆直径	h_{a0} —— 刀具齿顶高
d_{b2} —— 内齿轮基圆直径	h_{a0}^* —— 刀具齿顶高系数
	$\bar{h}_a$ —— 分度圆齿厚弦齿高
	$\bar{h}_c$ —— 固定弦齿顶
	h_f —— 齿根高
	h_{f1} —— 小齿轮齿根高
	h_{f2} —— 内齿轮齿根高

- h' ——工作齿高
 h_1 ——小齿轮齿高
 h_2 ——内齿轮齿高
 i ——传动比
 j ——侧隙
 j_a ——齿轮副的法向侧隙
 j_r ——齿轮副的径向侧隙
 j_f ——齿轮副的圆周侧隙
 k ——跨测齿数 (对内齿轮为跨测齿槽数)
 $\text{inv } \alpha$ ——渐开线函数
 M ——量柱 (球) 距
 m ——模数 (斜齿轮系指法向模数)
 m_e ——端面模数
 p ——齿距, 周节 (mm)
 p_p ——基圆齿距, 基圆齿距 (对于斜齿轮为法向基圆齿距)
 p_{pe} ——端面基圆齿距
 p_r ——端面齿距
 p_x ——导程
 r ——半径, 分度圆半径 (mm)
 s ——齿厚, 分度圆齿厚
 $\bar{s}$ ——分度圆弦齿厚
 s_a ——齿顶厚
 s_{ar} ——端面齿顶厚
 $\bar{s}_e$ ——固定弦齿厚
 s_f ——齿根圆齿厚
 s_r ——任意圆齿厚
 $u = \frac{z_2}{z_1}$ ——齿数比
 v ——速度, 分度圆的圆周速度, (m/s)
 w_k ——公法线长度 (斜齿轮为法面公法线长度)
 W^* —— $m = 1$ 时的公法线长度
 W_r ——端面公法线长度
 x ——径向变位系数
 $x_{\min}$ ——不产生根切的最小变位系数
 x_e ——端面变位系数
 x_r ——切向变位系数
 $x_2 = x_2 \pm x_1$ ——变位系数和 (“+”号用于外啮合, “-”号用于内啮合)
 y ——中心距变动系数
 y_r ——端面中心距变动系数
 y_0 ——用插齿刀加工

齿轮时的中心 距变动系数	角
y_{01} ——用插齿刀加工 小齿轮时的中 心距变动系数	α_y ——任意圆压力角
y_{02} ——用插齿刀加工 内齿轮时的中 心距变动系数	α_s ——端面压力角
y_F ——齿形系数	α' ——啮合角
Δy ——齿顶高变动系 数(以往称反变 位系数或齿顶 高缩短系数)	α'_{01} ——用插齿刀切制 小齿轮时的啮 合角
z ——齿数	α'_{02} ——用插齿刀切制 内齿轮时的啮 合角
$z_{\min}$ ——不产生根切的 最少齿数	β ——螺旋角, 分度 圆螺旋角
z_1 ——小齿轮齿数	β_b ——基圆螺旋角
z_2 ——内齿轮齿数	β_1 ——小齿轮螺旋角
$z_z = z_2 \pm z_1$ ——齿数和(“+”号 用于外啮合, “-”号用于内 啮合)	β_2 ——内齿轮螺旋角
z_0 ——插齿刀齿数	e ——重合度
z_v ——当量齿数	ε_α ——端面重合度
α ——齿形角, 分度 圆压力角, 基 本齿条齿形角	ε_β ——纵向重合度
α_a ——齿顶压力角	ε_v ——总重合度
α_M ——量柱(球)中心 所在圆的压力	η ——滑动率
	$\eta_{1\max}$ ——小齿轮齿根处 的最大滑动率
	$\eta_{2\max}$ ——内齿轮齿根处 的最大滑动率
	φ ——齿宽系数
	$\varphi_a = b/a$ ——对中心距的齿 宽系数
	$\varphi_m = b/m$ ——对模数的齿宽 系数
	$\varphi_d = b/d$ ——对分度圆直径

的齿宽系数	半径
ρ ——曲率半径	ρ_f ——齿根圆角曲率半径
ρ_a ——齿顶圆角曲率半径	ρ_{fo} ——刀具齿根圆角半径
ρ_{a0} ——刀具齿顶圆角	ρ_f^* ——齿根圆角半径系数

第一章 概 论

所谓内啮合齿轮传动就是一个内齿轮和一个外齿轮相啮合的传动。内啮合传动和外啮合传动有许多类似的地方，内啮合时有很多规律与外啮合时相同，但亦有其特殊的规律。内啮合传动中存在很多干涉，尤其是少齿差内啮合传动更为如此，因此，几乎在所有情况下，内啮合齿轮都是变位齿轮。就少齿差内啮合传动而言，往往会产生齿廓重迭干涉和径向干涉，在装配和加工内齿轮时，会导致致命的恶果。因此用插齿刀加工内齿轮，或使内齿轮与外齿轮相啮合时，必须对这些干涉进行充分的研究，校核有无这些干涉，以及避免这些干涉所采取的措施。这对齿轮设计者和现场插齿技术工作者来说是个很重要的问题，弄清这些问题是齿轮行业的一大研究课题。迄今为止，关于标准渐开线内啮合齿轮干涉的文章发表了不少，实用上最重要的变位内齿轮的干涉问题，则研究得不多。其原因是，解这些干涉界限的理论公式时，不论那一种都必须采用试凑法去解其超越方程式。其变量由外齿轮齿数 z_1 、内齿轮齿数 z_2 和各自的变位系数 x_1 、 x_2 等组合而成的，而且需要进行许多位数的精确计算，作出变位内齿轮的干涉界限线图，或是变位系数选择的封闭图，是一件很困难的工作。因此，对渐开线变位内齿轮的加工和啮合时所产生的齿廓重迭干涉、渐开线干涉、径向干涉和其他问题应作理论探讨，用所得结果进行精确数值计算，并用电子计算机求解，从而作出刀具压力角 $\alpha_0 = 20^\circ$ 的渐开线变位内齿轮的设计和加工时，可应用的干涉界限线图或内啮合传动的“封闭图”，选择比较合理的变位系数，用标准齿插齿刀，制造出重合度大于 1、完全没有干涉的一齿差渐开线内啮合齿轮副。对上述问题的研究是十分有意义的，现就这些方面作一论述。

§ 1.1 渐开线齿廓啮合传动的特点

一个渐开线齿轮的齿廓，是由同一基圆画出的两条对称的渐开线组成的。用这样的齿形做成的齿轮，啮合传动时有如下一些特点：

1. 传动比恒定不变

在图 1-1 所示的内啮合传动中，当两个齿轮的一对渐开线齿廓在任意点啮合时，过该点可作该两齿廓的公法线 N_1N_2 ，根据渐开线性质之一，法线切于基圆，此公法线 N_1N_2 必分别与两基圆相切而成为其公切线。若在齿轮 1 的推动下，该两齿廓转至任意点啮合，过此点仍可作两齿廓的公法线，它必然仍与两基圆相切。由于该两基圆的大小、位置均已确定，其在一个方向上的外

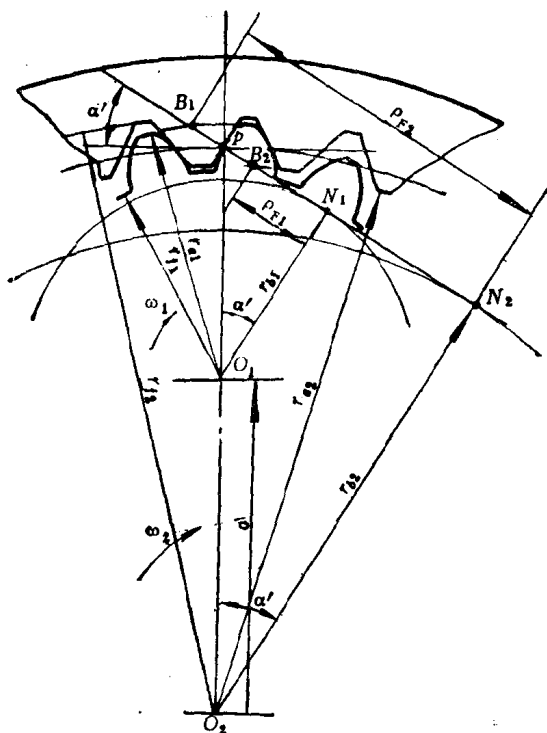


图1-1 直齿内齿轮的啮合

公切线只有一条，因而不论该两齿廓在任何处啮合，其啮合点的公法线必为两基圆的外公切线 $\overline{N_1N_2}$ 。因此， $\overline{N_1N_2}$ 与中心线 $\overline{O_1O_2}$ 的交点也只有一个，即为 p 点。也就是说， p 点的位置是固定不变的。根据三心定理， p 点为两齿轮的相对瞬心，即 p 点为齿轮 1 和齿轮 2 上速度相同的点。设齿轮 1（外齿轮）上 p 点的速度 v_{p1} ，齿轮 2（内齿轮）上 p 点的速度为 v_{p2} ，则有：

$$\begin{aligned} v_{p1} &= v_{p2} = v_p \\ \text{而 } v_{p1} &= \overline{O_1p} \omega_1, \quad v_{p2} = \overline{O_2p} \omega_2, \quad \text{故} \\ \overline{O_1p} \omega_1 &= \overline{O_2p} \omega_2 \end{aligned}$$

即传动比 i_{12} 为

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2p}}{\overline{O_1p}} \quad (1-1)$$

由于两齿轮的中心距 O_1O_2 长度固定不变， p 点的位置也固定不变。因此，传动比 $i_{12} = \overline{O_2p} / \overline{O_1p}$ 应等于常数。这就是说，一对渐开线齿廓不论在任何处啮合，两齿轮角速度之比（传动比）均等于 $\overline{O_2p} / \overline{O_1p}$ ，恒定不变。

以两齿轮的回转中心为圆心，分别以 $\overline{O_1p}$ 和 $\overline{O_2p}$ 为半径的圆，称为节圆（pitch circle），点 p 称为节点（pitch point），节圆半径分别用 r'_1 和 r'_2 表示，节圆直径用 d'_1 、 d'_2 表示。两齿轮啮合传动，就相当于直径为 d'_1 和 d'_2 的两摩擦轮的纯滚动传动。

2. 中心距变动不影响传动比

在图 1-1 中，连接 O_1N_1 和 O_2N_2 得 $\triangle O_1pN_1 \sim \triangle O_2pN_2$ ，于是有

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2p}}{\overline{O_1p}} = \frac{\overline{O_2N_2}}{\overline{O_1N_1}} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} \quad (1-2)$$

式中 r_{b1} 、 r_{b2} ——分别为两齿轮的基圆半径。

这就是说，一对渐开线齿轮的传动比等于其基圆半径的反比。由于两齿轮已经加工完成，其基圆（base circle）半径不会改变，因此，不论该对齿轮中心距（centre distance） O_1O_2 如何改变，

其传动比 (Transmission ratio) i_{12} 总等于其基圆半径的反比且为恒定值。这种中心距改变, 而其传动比不变的性质, 称为渐开线齿轮的可分性。根据这一性质, 可以适当放宽渐开线齿轮的中心距公差和切深公差, 以便于加工和装配。

此外, 还可以利用渐开线齿轮的可分性, 做成在一定范围内可调中心距的齿轮传动。例如, 自动焊接机中带动送丝滚轮的传动, 在保证传动比不变的条件下, 可调节齿轮中心距以适应不同直径焊丝的要求。

3. 啮合线是过节点的直线

一对齿轮啮合过程中, 轮齿啮合点 (接触点) 的轨迹称为啮合线 (path of contact)。

前面已经论及一对渐开线齿廓不论在何处啮合, 其啮合点的公法线 $\overline{N_1N_2}$ 恒为两齿轮基圆的外公切线, 所以轮齿只能在 $\overline{N_1N_2}$ 线上啮合, 故直线 $\overline{N_1N_2}$ 即为啮合点的轨迹, 并称为渐开线齿轮的理论啮合线, 切点 N_1 和 N_2 称为极限啮合点。

啮合线 $\overline{N_1N_2}$ 与中心线 $\overline{O_1O_2}$ 的垂直线间的夹角称为啮合角 (working pressure angle), 用 α' 表示, 它就是渐开线齿廓在节点 P 处的压力角 (见图 1-1)。

当不计摩擦时, 渐开线齿轮的齿廓间的作用力是沿着接触点的公法线方向作用的, 即沿着啮合线的方向作用。因为啮合线是直线, 故齿廓不论在何处啮合, 其所传递力的方向总是沿着啮合线方向不变的, 因而使渐开线齿轮传动平稳, 这是渐开线齿轮传动一大优点之一。因此, 直线 $\overline{N_1N_2}$ 有五条线之称, 即啮合线、压力线、公法线、两基圆的公切线、 P 点齿廓的发生线。

4. 可与直线齿廓的齿条相啮合

当渐开线齿轮的齿数为无穷多, 基圆为无穷大时, 其齿形就由渐开线变成直线。用这种直线作齿形曲线的无穷大的齿轮称为齿条。显然, 这种特殊形式的渐开线齿轮——齿条是能与一般渐开线齿轮啮合传动的。可以利用这一性质, 把渐开线齿轮的转动转化为齿条的移动。同时, 还可以利用直线齿形的刀具 (如齿轮