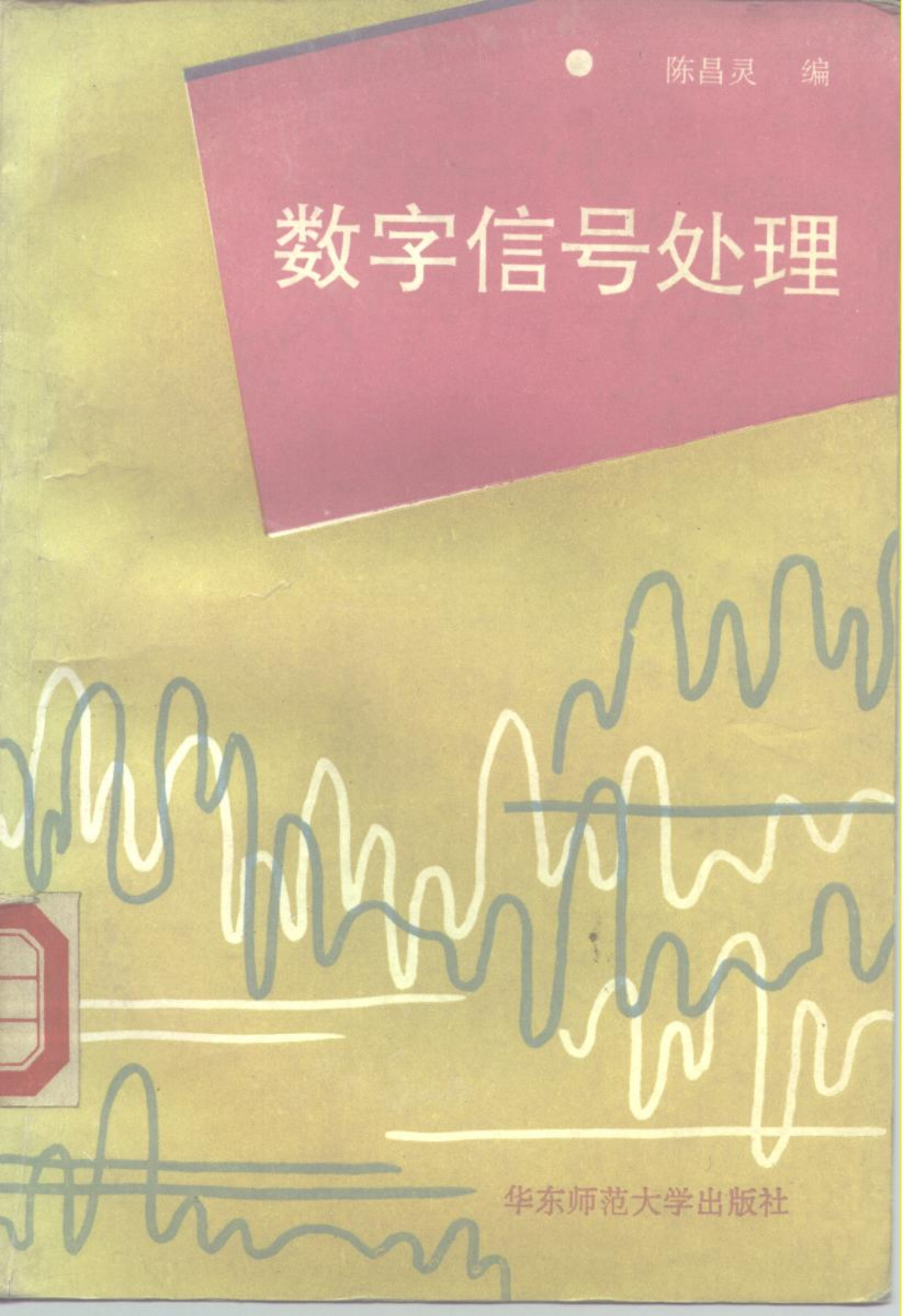


陈昌灵 编

数字信号处理



华东师范大学出版社

(沪)新登字第 201 号

数字信号处理

陈昌灵 编

华东师范大学出版社出版发行

(上海中山北路 3663 号)

新华书店上海发行所经销 上海商务印刷厂印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 10.25 字数: 280 千字

1993 年 12 月第一版

1993 年 12 月第一次印刷

印数: 001—2,000 本

ISBN 7-5617-0969-2/T·006

定价: 12.80 元

前 言

信号处理有模拟处理、数字处理和数模结合处理三种方式,所谓数字信号处理包括数字信号的处理、模拟信号的数字处理和信息的数字处理三种含义。自 60 年代中期开始,数字信号处理技术得到了飞速的发展,目前数字处理已成为信号处理的主要方式。

现在数字信号处理技术不仅广泛应用于军事、工业和医学,而且已经广泛应用于电话、电视、录音、音响和录像等家用电子设备,数字信号处理技术大普及的时代已经来到。今天,数字信号处理与电子计算机和微电子一起成为电子科学技术的三个支柱。同时在大专院校中开设数字信号处理课程的专业也越来越多。

本书可作为师范、理、工、医科大中专院校有关专业授课 30~70 学时的数字信号处理课程教材,也可作为广大科技人员自学参考书之用。本书的特点有以下四个方面。

(1) 适应面宽。本书着重介绍数字信号处理的最基本内容,但也兼顾到其他内容。例如以离散傅里叶变换及其快速算法为主,兼顾沃尔什变换和哈尔变换;以 FIR、IIR 数字滤波为主,兼顾同态滤波;以一维信号处理为主,兼顾二维信号处理。各类不同的专业选用本书作教材可酌情选读。

(2) 理论联系实际。本书较广泛地介绍数字滤波、数字频谱分析和数字相关分析的应用,但不对某一应用作十分详尽的介绍。

(3) 篇幅小。本书内容简明扼要、数学推导简明,与一般的同类书籍相比篇幅小得多。

(4) 例题多,便于自学。全书包含几十道例题,使读者通过例题掌握基本概念和基本公式的运用。全书还附有不少习题,供读者选做。

本书由万嘉若教授审阅，他提出了不少宝贵意见。本书的插图由潘音同志绘制。在此一并致以衷心的感谢。

限于作者水平，书中不妥之处在所难免，望读者批评指正。

作 者

1992年7月于华东师范大学

目 录

第一章 离散傅里叶变换	1
§1.1 数字处理系统的组成	1
§1.2 离散傅里叶变换的基本概念	11
§1.3 离散傅里叶变换的基本性质	25
§1.4 离散傅里叶变换用于信号的频谱分析	27
§1.5 离散傅里叶变换用于信号的滤波	36
§1.6 二维离散傅里叶变换	45
习题一	45
第二章 快速傅里叶变换	49
§2.1 基2快速傅里叶变换算法	49
§2.2 基4快速傅里叶变换算法	61
§2.3 N 为合成数的快速傅里叶变换算法	68
§2.4 快速傅里叶反变换算法	70
§2.5 快速傅里叶变换的软件实现	71
§2.6 快速傅里叶变换的硬件实现	74
§2.7 快速傅里叶变换计算的有限字长效应	81
§2.8 二维快速傅里叶变换	86
§2.9 快速傅里叶变换算法的发展	87
习题二	91
第三章 沃尔什变换和哈尔变换	97
§3.1 拉德马赫函数	98
§3.2 沃尔什函数	99
§3.3 沃尔什级数和沃尔什谱(序谱)	107
§3.4 沃尔什变换	111
§3.5 快速沃尔什变换	114
§3.6 二维沃尔什变换	123
§3.7 哈尔函数和哈尔变换	125
§3.8 图像变换和图像压缩	130

习题三	133
第四章 无限长单位脉冲响应数字滤波器	136
§4.1 数字滤波器概述	137
§4.2 无限长单位脉冲响应数字滤波器的结构	140
§4.3 无限长单位脉冲响应数字滤波器的特性	146
§4.4 无限长单位脉冲响应数字滤波器的设计方法	150
§4.5 几种典型的 IIR 低通滤波器的设计	162
§4.6 IIR 高通、带通和带阻数字滤波器的设计	172
§4.7 IIR 数字滤波器的最优设计	177
§4.8 IIR 滤波器的零输入极限循环振荡	181
习题四	183
第五章 有限长单位脉冲响应数字滤波器	186
§5.1 从 IIR 滤波器到 FIR 滤波器	186
§5.2 有限长单位脉冲响应数字滤波器的结构	189
§5.3 有限长单位脉冲响应数字滤波器的特性	194
§5.4 有限长单位脉冲响应数字滤波器的设计方法	206
§5.5 FIR 数字滤波器的最优设计	225
§5.6 FIR 滤波器与 IIR 滤波器的比较	229
§5.7 数字滤波器的误差分析	230
习题五	243
第六章 数字滤波器的发展和应用	247
§6.1 同态滤波	247
§6.2 波形数字滤波器	257
§6.3 抽取和内插(采样率转换)	269
§6.4 二维数字滤波器	272
习题六	274
第七章 数字频谱分析和相关分析	277
§7.1 数字频谱分析概述	278
§7.2 FFT 型数字频谱分析	280
§7.3 滤波器型数字频谱分析	293
§7.4 数字相关分析方法及其实现	296

§7.5 相关分析的应用	306
习题七	314
主要参考书目	317

第一章 离散傅里叶变换

§1.1 数字处理系统的组成

图 1.1 表示一个基本数字处理系统的组成框图, 在这个系统中包括下列几个环节:

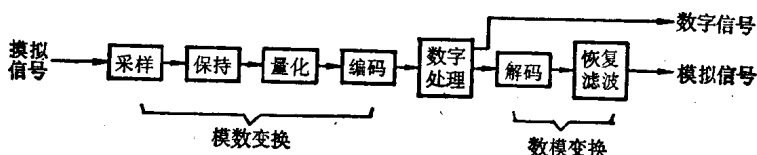


图 1.1 一个基本数字处理系统的组成

采样: 把连续时间信号(通称模拟信号)变换为时间离散、幅度连续的采样数据信号。

保持: 把采样得到的采样数据信号保持一个短时期, 以便完成量化。

量化: 按量化级大小对采样数据信号的幅度作舍入或截尾处理, 量化后的信号成为时间离散、幅度量化的采样数据信号。

编码: 把量化后的采样数据信号按一定的编码规则变换成数字信号。

数字处理: 对数字信号作变换、滤波、识别、相关等处理。经数字处理的数字信号可直接以数字形式输出, 也可再经解码和低通滤波, 以模拟形式输出。

解码: 把数字信号按一定规则重新变换为采样数据信号。

恢复滤波: 对解码后的采样数据信号滤波, 将其变换为连续时间信号。

采样、保持、量化和编码常在同一个模数(A/D)变换器中完成;解码和恢复滤波常在同一个数模(D/A)变换器中完成。

图 1.1 所示的数字处理系统是最基本的。对时分复用系统,同一个系统处理几个乃至几十个信号,还需加多路输入开关和多路输出开关。在需远距离传送数字信号时,还需加数字调制和数字解调。

(一) 采样

(1) 理想采样。图 1.2 表示一个最简单的采样器,实际上就是一个开关,每隔 T 时间闭合一次。所谓理想采样就是假设开关闭合持续时间很短、趋于零,也就是说认为由一个冲激序列 $\delta_T(t)$ 对 $x(t)$ 采样,组成冲激序列的各个冲激函数的冲激强度为 1,它们等间距地出现在各个采样瞬时。得到的离散时间信号是用 $x(t)$ 加权的冲激序列,也可把 $\hat{x}(t)$ 看作是 $x(t)$ 对 $\delta_T(t)$ 调幅的结果,如图 1.3 所示。

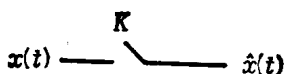


图 1.2 最简单的采样器

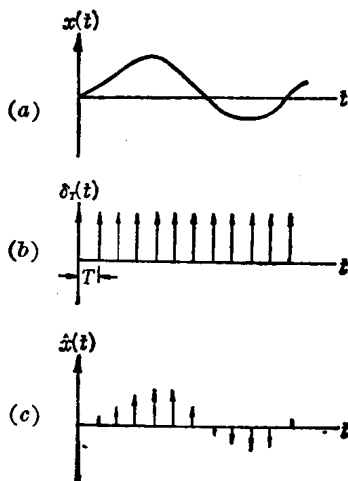


图 1.3 理想采样

- (a) 连续时间信号,
- (b) 冲激序列,
- (c) 离散时间信号

$$\begin{aligned}
 \hat{x}(t) &= x(t)\delta_T(t) \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-nT) \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\delta(t-nT)
 \end{aligned}$$

若 $x(t)$ 的频谱为 $X(j\Omega)$, 则采样后所得的 $\hat{x}(t)$ 的频谱 $\hat{X}(j\Omega)$ 是由 $X(j\Omega)$ 以 Ω_s 为间隔的周期谱, 即

$$\begin{aligned}
 \hat{X}(j\Omega) &= \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\Omega - jn\Omega_s) \\
 &= \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(j\Omega - jn\frac{2\pi}{T}\right), \quad (1.1)
 \end{aligned}$$

式中 $\Omega_s = \frac{2\pi}{T}$ 为采样角频率, 为了简单起见常把 $f_s \left(= \frac{1}{T} \right)$ 和 Ω_s 都称为采样频率。

理想采样产生的频谱周期延拓情况如图 1.4 所示, 在 $\Omega_s > 2\Omega_{\max}$ 条件下 $\hat{X}(j\Omega)$ 的频谱是由 $X(j\Omega)$ 一个个地周期重复而形成的。在 $\Omega_s < 2\Omega_{\max}$ 条件下 $\hat{X}(j\Omega)$ 相邻周期的频谱彼此重叠, 不再是 $X(j\Omega)$ 简单的周期重复, 这种现象称为频谱混叠。在图 1.4 中把 $\hat{X}(j\Omega)$ 和 $X(j\Omega)$ 都作为标量处理, 一般情况下都是复数, 如有频谱混叠现象, 就要作复数相加。

(2) 实际采样。每次采样器闭合时间为 τ , 周期仍为 T 。这时可认为由一个周期矩形脉冲 $p(t)$ 对 $x(t)$ 采样, 每个矩形脉冲的幅度为 1、宽度为 τ 。得到的离散时间信号 $\hat{x}(t)$ 是用 $x(t)$ 加权的周

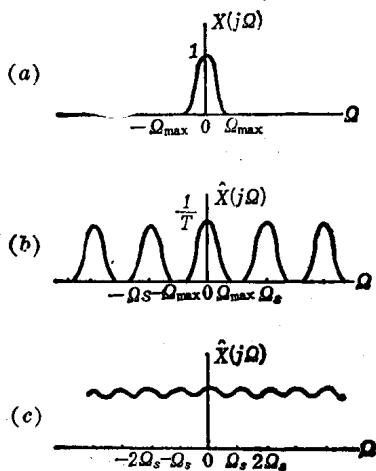


图 1.4 频谱周期延拓

- (a) $x(t)$ 的频谱 $X(j\Omega)$,
 (b) 在 $\Omega_s > 2\Omega_{\max}$ 条件下的 $\hat{X}(j\Omega)$,
 (c) 在 $\Omega_s < 2\Omega_{\max}$ 条件下的 $\hat{X}(j\Omega)$

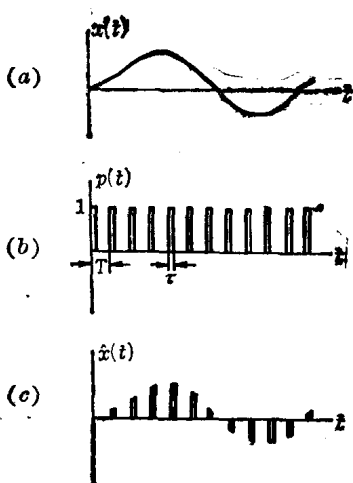


图 1.5 实际采样

- (a) 连续时间信号,
(b) 周期矩形脉冲
(c) 离散时间信号

期脉冲,也可把 $\hat{x}(t)$ 看作是 $x(t)$ 对 $p(t)$ 调幅的结果,如图 1.5 所示。考虑采样时间 $\tau \neq 0$,便要进一步讨论下列几个问题:

第一, $\hat{X}(j\Omega)$ 不再是周期函数,在理想采样所得的 $\hat{X}(j\Omega)$ 上附加一个 $\sin x/x$ 的包迹,如图 1.6 所示。因为

$$\hat{x}(t) = x(t)p(t)$$

以及 $p(t)$ 的傅里叶级数表示式

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n\pi} \sin \frac{n\pi\tau}{T} \exp[jn\pi(2t + \tau)/T],$$

所以

$$\hat{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{x(t)}{n\pi} \sin \frac{n\pi\tau}{T} \exp[jn\pi(2t + \tau)/T].$$

如果不考虑延时因子 $\exp(jn\pi\tau/T)$,便可得 $\hat{x}(t)$ 的频谱

$$\hat{X}(j\Omega) = \frac{\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{T}{n\pi\tau} \sin \frac{n\pi\tau}{T} X\left(j\Omega - jn\frac{2\pi}{T}\right), \quad (1.2)$$

把(1.2)式与(1.1)式比较,看到有一个 $\sin \frac{n\pi\tau}{T} / \frac{n\pi\tau}{T}$ 的包络线叠加于原频谱上。

在(1.2)式中如令 $\tau \rightarrow 0$,则因

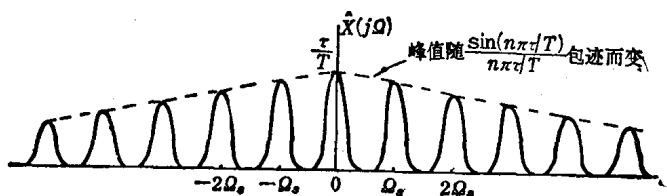


图 1.6 实际采样所得的频谱

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{T}{n\pi\tau} \sin \frac{n\pi\tau}{T} = 1,$$

故除常数 τ 以外, (1.2) 和 (1.1) 式完全相同。在 (1.2) 式出现常数 τ 是因为 $p(t)$ 每一个矩形脉冲的面积为 τ 。

第二, 采样的中心位置发生偏离, 采样时刻为 $\left(nT + \frac{\tau}{2}\right)$ 而不是 nT , 采集到的信号值也有些不同, 出现抖动误差。信号 $x(t)$ 随 t 变化越快, 抖动误差就越大。这个抖动误差实际上就是在 (1.2) 式出现的延时因子 $\exp(jn\pi\tau/T)$ 所造成的。

在实际采样时, 还要考虑怎样使频谱不混叠, 往往采取下列两个措施:

第一, 在采样前加一个前置低通滤波器, 如图 1.7 所示。我们知道任何一个非时限信号都不可能同时是一个频限信号, 所以采样前最好进行低通滤波, 限制信号的通频带。这个前置低通滤波器对大于 $\Omega_s/2$ 的频率成分衰减 40dB 以上, 同时对杂散干扰和噪声也起了抑制的作用。

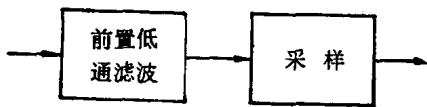


图 1.7 采样前加前置低通滤波器

第二, 适当选择采样频率。必须使 $\Omega_s > 2\Omega_{\max}$, 实际上常常使 $\Omega_s = 3 \sim 4\Omega_{\max}$, 这可进一步减轻频谱混叠现象。

(二) 保持

不少采样器接有保持电路, 尤其是多路采样器必须接保持电路, 以使量化编码器通过多路开关轮流对各路采样信号作量化和编码, 如图 1.8 所示。最简单的保持电路就是在采样器的输出端对地接一个电容器。考虑实际采样器的内阻, 整个采样保持电路的等效电路如图 1.9 所示。当信号频率较高时, 在每次采样持续时间内对电容器 C 的充电就不可能使输出电压等于或接近输入电压, 这时就产生了跟踪误差。 RC 乘积越大, 跟踪误差就越大。保持电容 C 的选择一方面要足够大, 以便有足够的保持时间; 另一方面不能

太大, 以免产生较大的跟踪误差。

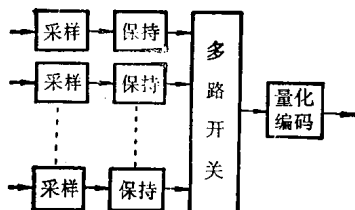


图 1.8 多路采样

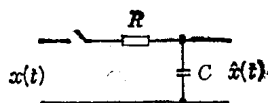


图 1.9 采样保持电路的等效电路

(三) 量化

图 1.10 是截断式量化器的特性, Q 是量化间距, 量化特性表示量化器输入序列 $x(n)$ 幅度与输出序列 $x_q(n)$ 幅度的关系。当输入序列幅度等于整数倍 Q 加不足一个 Q 时, 输出序列幅度取整, 略去不足一个 Q 的尾数。量化器的误差绝对值

$$|e(n)| < Q,$$

量化器的动态范围为 $-E_{\max} \sim +E_{\max}$ 。

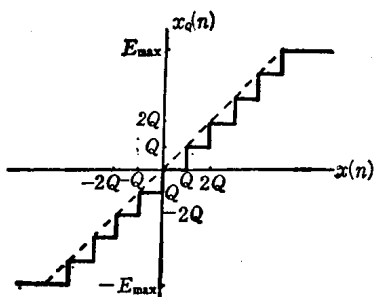


图 1.10 截断式量化特性

$x(n)$ ——输入序列幅度
 $x_q(n)$ ——输出序列幅度

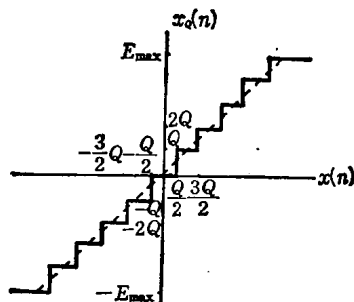


图 1.11 舍入式量化特性

$x(n)$ ——输入序列幅度
 $x_q(n)$ ——输出序列幅度

图 1.11 是舍入式量化器的特性, 当输入序列幅度的尾数小于 Q 而大于 $\frac{Q}{2}$ 时作为一个 Q 处理; 当尾数小于 $\frac{Q}{2}$ 时作为 0 处理。量化器的误差绝对值

$$|e(n)| < \frac{Q}{2},$$

由于舍入式量化器的量化误差 $e(n)$ 较小, 所以在大多数情况下采用舍入式量化器。

不论舍入式量化器还是截断式量化器都满足

$$x_q(n) = x(n) + e(n),$$

所以输到编码器以及数字处理器中的信号是 $x_q(n)$, 它等于原来的输入序列 $x(n)$ 加上一个量化误差 $e(n)$ 。该信号通过数字处理系统的模型如图 1.12 所示。该系统的输出序列 $y(n)$ 等于 $x_q(n)$ 与脉冲响应 $h(n)$ 的卷积

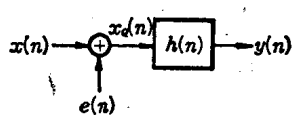


图 1.12 信号与量化噪声通过数字系统的模型

$$\begin{aligned} y(n) &= x_q(n) * h(n) \\ &= x(n) * h(n) + e(n) * h(n). \end{aligned}$$

量化误差是一个随机噪声, 它不与 $x(n)$ 成正比关系, 譬如 $x(n)$ 增加一倍, $e(n)$ 并不一定增加一倍。所以当 $x(n)$ 增加一倍时, $y(n)$ 并不一定增加一倍。我们通常所说的线性数字系统是在忽略 $e(n)$ 的情况下才成立, 当考虑 $e(n)$ 存在时, 任何数字系统都不能算作线性系统。

(四) 编码

编码器把量化后的采样数据信号(PAM 信号, PAM 是 Pulse Amplitude Modulation 的缩写)变换成二进制数字信号(PCM 信号, PCM 是 Pulse Code Modulation 的缩写)。每个数字信号由一定个数(称为字长)的脉冲所组成。

(1) 编码器的字长。编码器的字长就是输出数字信号的字长, 一般说来字长越长, 精确度越高。但若原来的模拟信号信噪比不高, 则用字长很长的数字信号去表示它时, 并不能得到很高的精度。所以应根据具体的情况恰当地选取字长。例如: 数字电话系统中对语音信号作 8 位编码; 数字电视系统中对视频信号作 8 位

编码;数字音响系统对音乐信号作 16 位编码。

(2) 数据压缩。字长越长,每秒传送的脉冲个数越多,对传输和处理的要求也越高。对视频电视信号,常用 13MHz 的采样频率采样和 8 位字长,每秒需传输和处理 104×10^6 个脉冲。这样高的码率对于数字系统的要求非常高。数据压缩就是在保持原有信息的前提下减少码率的方法。数据压缩可在时域中进行,也可在变换域中进行。差分脉冲编码调制(DPCM)是一种常用在时域中进行数据压缩的方法。

DPCM 是一种线性预测编码法,它利用数字信号相邻序列值有较强的相关特性,把前 N 个信号都存贮起来,然后预测第 $N+1$ 个信号值。第 $N+1$ 个预测值与第 1、2、 $\dots$ 、 N 个信号值之间满足线性关系

$$\hat{x}_{N+1} = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_N x_N,$$

式中 $a_1, a_2, \dots, a_N$ 为常数,由信号的自相关系数、幅度分布等求得,其值满足预测误差的均方值最小的条件。预测误差是信号实际值与预测值之差

$$e_{N+1} = x_{N+1} - \hat{x}_{N+1},$$

一般情况 e_{N+1} 比 x_{N+1} 小得多,编码器对 e_{N+1} 进行编码比对 x_{N+1} 进行编码可压缩近一半的字长。如对视频电视信号作 4~5 位 DPCM,就可获得良好的效果。

差分脉冲编码调制系统的原理见图 1.13,它由 N 个移位寄存器、一个加法器和 N 个系统乘法器组成,它完成了运算

$$e_{N+1} = x_{N+1} - (a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_N x_N)$$

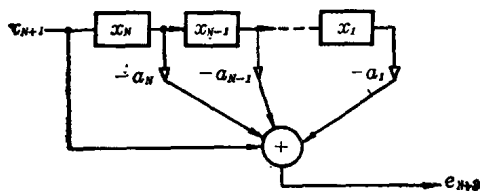


图 1.13 DPCM 系统原理框图

$$= x_{N+1} - \hat{x}_{N+1}$$

在输入信号变化剧烈的部分, e_{N+1} 迅速增大, 出现斜率过负荷噪声。为了降低这种噪声, 采用非线性编码方法, 当预测误差增大时, 量化梯级取大些; 当预测误差减小时, 量化梯级取小些。

(五) 数字处理

自 60 年代中叶以来, 数字处理技术发展迅速, 目前已成为信号处理的主要形式。与模拟处理相比, 数字处理的优点是:

- (1) 精度高。如采用 16 位字长, 精度可达 10^{-5} 以上。
- (2) 抗干扰好。
- (3) 硬件可编程, 机动灵活, 可改变系统参数和性能。
- (4) 可实现时分复用(TDM)和频分复用(FDM)。
- (5) 不存在阻抗匹配问题。
- (6) 可对极低频信号进行处理。
- (7) 数字电路便于集成, 价格也连年下降。
- (8) 不会因温度和时间变化改变系统性能。
- (9) 处理内容丰富。

数字处理的缺点是:

- (1) 速度慢, 只能处理低于几十兆赫的模拟信号。
- (2) 存在量化误差, 对某些数字系统会产生较严重的问题。
- (3) 对于极简单的系统, 性能价格比小。
- (4) 某些数字系统的设计和实现较困难。

(六) 解码

解码的任务是把经过数字处理的数字信号按编码的相反规则变换成采样数据信号。解码是在数模变换器中完成的, 按输入数字信号的极性、码制和正负逻辑, 常用的数模变换器有下列几种形式:

- (1) 单极性二进制。
- (2) 双极性二进制。
- (3) 补码输入双极性二进制。

- (4) 负逻辑输入单极性二进制。
- (5) 负逻辑输入双极性二进制。
- (6) 负逻辑补码输入双极性二进制。
- (七) 恢复滤波

如果恢复滤波器具有如图 1.14 所示的理想低通滤波特性, 就可以不失真地恢复原来的连续时间信号。如果原来的连续时间信号 $x(t)$ 具有如图 1.4(a) 的频谱, 并且当 $x(t)$ 通过一个数字系统时, 该系统不改变其频谱, 那么解码器输出的采样数据信号频谱将是图 1.4(b) 所示的频谱。经理想低通滤波器滤波后就可恢复出原频谱 $X(j\Omega)$ 。

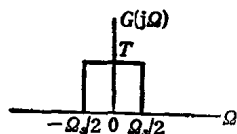


图 1.14 理想低通滤波器的频率响应

图 1.14 所示的理想低通滤波器的频率响应表示式

$$G(j\Omega) = \begin{cases} T & |\Omega| < \Omega_s/2 \\ 0 & |\Omega| \geq \Omega_s/2 \end{cases}$$

理想采样信号 $\hat{x}(t)$ 通过这个滤波器后的频谱为

$$\begin{aligned} & \hat{X}(j\Omega) G(j\Omega) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\Omega - jn\Omega_s) G(j\Omega) \\ &= X(j\Omega). \end{aligned}$$

因为任意信号的时域与频域是唯一对应的, 所以能从频谱恢复得到原信号 $x(t)$ 。

实际所用的恢复滤波器是零阶保持器件, 它的冲激响应如图 1.15(a) 所示。采样数据信号 $y(n)$ 通过该器件后所得的输出信号

$$y(t) = y(n) * h(t),$$

其波形如图 1.15(c) 所示。 $y(t)$ 的频谱

$$Y(j\Omega) = \hat{Y}(j\Omega) H(j\Omega),$$

式中 $H(j\Omega)$ 的模

$$|H(j\Omega)| = \frac{2\sin(\Omega T/2)}{\Omega},$$