生活与科学文库

(日) 堀场芳数 著

从圆周率到统计

3.14

3.14

3.1415926535…

π的奥秘

生活与科学文库

π的历史

π的展开

利用π计算

弧度法

扇形

三角函数

π的计算方法

π可用于统计

科学出版社

生活与科学文库

π的奥秘

从圆周率到统计

[日] 堀场芳数 著
朴 玉芬 译

科 学 出 版 社

堀場芳数
円周率 πの不思議
講談社　1989

DV95/11

图字：01-97-1746 号

图书在版编目（CIP）数据

π的奥秘/（日）堀场芳数著；朴玉芬译.
-北京：科学出版社，1998
ISBN 7-03-006038-5

Ⅰ.π… Ⅱ.①堀… ②朴… Ⅲ.圆周率-普及读物
Ⅳ.O123.6-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字（97）第 07214 号

科学出版社出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

定价：7.00 元

前　言

对于“最关心的数是什么?”,“最使人感兴趣的数是什么?”这类问题，你将如何回答?

可能有第一位的1,(棒球竞赛时)幸运的第七局的7,有发展含义的8等，以及0、3.14等等，如果从数学的角度上讲，你对哪个感兴趣?

3.14这个数，毫无疑问，是圆周率π的近似值。

小学高年级的算术教科书中，在关于圆的面积这一问题中，猛然冒出了这么一个意义深远而且非常有名的数。

π实在是个不可思议的、极美妙的数，而且是个无理数。

特别令人惊奇的是，这个数在距今天4000年前，也就是在公元前2000年左右的巴比伦王国已经被发现。π是巧妙地隐藏在自然界中的无理数，并不像负数和虚

数那样是人们创造出来的。

在数学史上，关于圆周率的计算，许多的数学家付出了难以形容的艰苦劳动。

从公元前至今，几千年漫长的岁月中，大部分数学家都曾亲自动手计算过 π，都体会到了 π 值计算的艰辛。

今天，随着计算机的发明和发展，已可以计算到几亿位数。然而，在计算机出现之前，有多少人流过泪和汗！

为了计算到 707 位，耗费了许多人的劳动和几千年的时间。

其中，为了计算 π，还有奉献出一生精力的数学家。

可是，所谓的圆周率，无非是圆周长度除以直径的长度。

测量直径的长度是相当容易的，而测量圆周的长度，则非常艰难。

为了使各位读者理解老一辈数学家艰苦劳动的过程，本书从公元前开始，按时间的先后顺序，从各种角度叙述了有关圆周率的人和事。

如果阅读本书，会使你理解如何得到今天的圆周率的近似值，或者如何利用 π；了解在数学的整个领域中活跃的 π 的精采、有趣和不可思议，那我将感到十分荣幸。

堀场芳数

1989 年夏

目　录

第一章

很久以前就知道了π

1.1　公元前的太阳也是圆的!

从人类祖先的祖先诞生在这个地球上算起，经历了几千万年的时间。我们看见的太阳几乎总是圆的，而月亮由于地球的遮挡，有圆有缺。

椭圆、抛物线、双曲线等都是很晚才发现的曲线。地球诞生之前，太阳就是圆形的。月亮大概是和地球同时诞生的。

在使用工具和火不久，人类对太阳和月亮，或者对动物和鱼类的眼睛是圆的，也就是说对圆这种形状一定感到很奇妙。

以后，随着文明的逐渐发达，到了公元前3世纪．古希腊的欧几里得整理了几何学后，对于如何计算圆的周长和它的面积这类问题，即使不是数学家，也会解决。

在埃及的罗赛达碑(解读古埃及文字的钥匙的石碑)和林德纸莎草纸上记载的数学史料以前，估计一定

图 1-1 古代人觉得，圆很奇妙

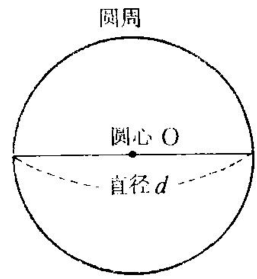

图 1-2

也有人在砂地上立起木棒，并在长度确定的绳子前面缠另一根木棒，像圆规那样划圆。

1.2 圆周与直径成比例

无论圆的大小如何，其周长与直径的比是一定的。人们从什么时候起想到这个问题？

远古，数刚诞生时，肯定只在 1 个和许多个之间有区别。而且，在很早以前，就只考虑 1 和 2 这两个数。

以后，因为 1 个人有 2 只脚和 2 只手，2 个人就有 4 只脚和 4 只手；1 头家畜有 4 只脚，2 头家畜就有 8 只脚，等等。不久，就知道了比例的概念。

另外，人们知道了大的石头重，小的石头轻，比例的概念就发展到比例常数。

到了这个阶段，自然而然会关顾圆周的长度与圆的直径之间一定的比例常数。尽管圆有大有小，但对一个圆来说，其周长 l 与直径 d 之间的比例常数就是圆

周率 π。

1.3 公元前就有了圆周率

根据远古的记载，圆周率 p 是圆周长 l 除以直径 d 的值，也就是说“p 是 l 除以 d”。改成现在的表示方法是 $p=l\div d$。

那时肯定已经知道了加法、减法和乘法等计算方法。

不过，恐怕还没有圆周率这个词和表示圆周率的符号。

公元前 2000 年的巴比伦人认为圆周率的值是 3 或 $3\frac{1}{8}$。另外，稍后时代的埃及人将圆周率的值定为 $p=4\times\left(\frac{8}{9}\right)^2$（当然已经修改成了现在的表示形式）。此公式原式表示在有名的林德纸莎草纸上，写成小数就是 3.16049。

当时列出的式子大概是 $p=4\times\frac{8}{9}\times\frac{8}{9}$ 吧，根据现代数学工作者的想像，也就是这样。

远古时代，尼罗河经常发生洪水，因而土地的界限变得不清楚了。这是土地测量活动频繁的原因。测量师在尼罗河边的平坦砂地上立桩子，拴上一定长度的绳子，在绳子的前端捆上另一根短棒，在砂地上划圆。用该短棒划地面，即形成圆周。

因此，使用绳子测量直径的长度，再用直径测量在砂地上形成的圆周的长度，此长度是直径的 3 倍多。

如果不考虑余数的话，圆周率大概为 3 不是也不

错吗？然而由于是粗略的数，所以不太让人感兴趣。

以余下部分的长度为单位，测量直径的长度时，是7倍加少量的余数。假设直径的长度为1，则圆周的长度是比3和$\frac{1}{7}$加在一起要小的数。这样想像的话，圆周率肯定是在$3\frac{1}{7}$和$3\frac{1}{8}$之间。

由此，大概远古时代的圆周率是$3, 3\frac{1}{7}, 3\frac{1}{8}$。它们起了相当大的作用。

1.4 圆面积问题

自公元前的远古时代以来，对圆周率就有了各种各样的考虑，圆周率的计算方法也多种多样。在此期间流传着一个有趣的故事。人们称其为“圆面积问题”。

大约2600年以前，希腊的印欧学派活跃的时候，有位叫做阿那克梅内斯的天文学家。在其弟子中，有一位非常优秀的青年，叫阿那克萨哥拉(Anaxagoras，B. C. 500—B. C，428)。该人有聪明的头脑，能够正确地判断，解释了天文学上的许多现象。

但是，因为当时都认为天文学上的事是上天的旨意，因此没有人进行科学的测量。

然而，阿那克萨哥拉已经对太阳的运行，昼夜的变化，月圆月缺，星的运行等进行了调查研究，并试图对各种天地变化加以解释说明。他反复进行了各种各样的研究，在当时，一般人认为他是亵渎神明的不法之徒，因而受到了很大的非难。

最后，他被逮捕入狱，而且把他的书全部没收。但

即使在监狱中他仍然继续考虑能做的事,他考虑了一个几何学的问题,这就诞生了有名的“圆面积问题”。

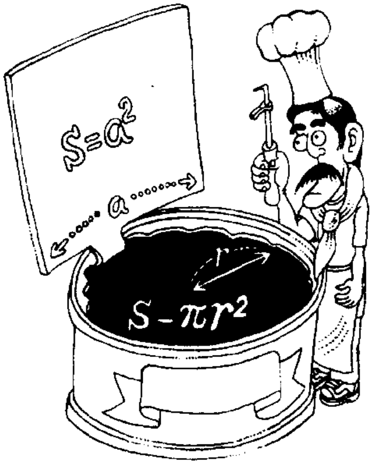

图 1-3　如何作与圆面积相等的正方形?

所谓圆面积问题就是“作与圆相等面积的正方形”。

因此,有的研究者认为,为解决此问题的阿那克萨哥拉是最先研究圆周率的人。

此问题成为世界三大难题之一。

所谓的世界三大难题都是几何问题,而且也都只是作图问题。

作图问题,就是只使用直尺和两脚规,对图形进行描绘,不能使用测量长度的尺和测量角度的分度尺。

“圆面积问题”是三大难题中的一个,其它的第二个、第三个难题如下所述。

第二个难题是“将给定的角三等分”;第三个难题是“作出给定立方体的2倍的立方体”。

关于第三个立方体的问题,流传着下面那样的小

故事。

远古时代，在希腊一个叫做提洛岛的地方，有一位国王。他的儿子，也就是王子，得了一种奇怪的病，很快就去世了。国王非常悲伤，派人去给死去的儿子修一座富丽的坟墓。但是当他看到修好的坟墓以后认为太小了，决定再修建一座稍大一点的坟墓。

因此，国王命令家臣修建一座体积为上座墓的 2 倍的坟墓。家臣们打算将长、宽、高分别增加到原来的 2 倍，这时体积却成了原来的 8 倍。

为了将新坟墓的体积做成原来的 2 倍，必须把一边的长度做成原来的$\sqrt[3]{2}$倍。于是他们便和当时的大数学家柏拉图(Platon，B. C. 429—B. C. 347)商量。柏拉图和弟子们共同进行了研究，最终仍未得到正确的答案。

此后，这个问题，除希腊全国外，还越过了意大利、法国、德国、英国等国扩大到全世界。

在此，离开世界三大难题的话题，稍说一下尚未得到解决的费马大定理。

图 1-4　费马(1601—1665)

皮埃尔·费马(Pierre de Fermat，1601—1665)是

法国图卢兹附近一位皮革商的儿子。他没进过学校，是在家庭中受的教育。1631 年他 30 岁的时候，被选为地方议会议员。此后作为一名忠实的议员活跃在社会上，为当地尽职尽责。他是利用业余时间，出自兴趣研究数学的，并没有发表自己的研究成果。但他死后出版的书信和笔记即称为“费马大定理”。

在他所研读的亚历山大时代的数学家戴芬图斯的整数论的空白处写下了这样一段话，“当 n 为大于 2 的整数时，不存在满足 $x^n+y^n=z^n$ 的正整数组 (x,y,z)。这已被证明，但这里空白太窄。”

这个问题也同世界三大难题一样，在以后 350 多年的长时间里，全世界的数学家们协作研究，但仍未得到解决。

对于这个问题，根据 1908 年德国的叫威尔斯卡尔的人的遗言，到 2007 年完成此证明的人，将得到 10 万马克的奖金。但是，这是 1919 年以前的奖金额，由于第一次世界大战的恶性通货膨胀和随后货币价值的变动，现在这个奖金数已变得很少了。

1988 年 3 月 18 日的朝日新闻的晚报上，刊登了一个日本人参与解决此问题的文章，下面简单介绍一下。

此人就是现在在德国马克·普朗克数学研究所的日本数学家，东京都立大学助理教授宫岡洋一先生。虽然他还没有完成，但已有了相当的进展，说不定再努力一下就成功了。

对 $x^n+y^n=z^n$ 来说，当 $n=2$ 时，有 $x^2+y^2=z^2$。噢，这大概是在什么地方见到过的等式吧！

是的，这就是非常有名的“毕达格拉斯定理（三平

方定理)"。

$n=2$ 时,满足此关系式的整数有无数个。我们知道的有 $3^2+4^2=5^2$,$5^2+12^2=13^2$,$7^2+24^2=25^2$,$9^2+40^2=41^2$,$11^2+60^2=61^2$,……等等。

然而,费马除了整数论中的发现外,还发现了与笛卡儿不同的解析几何学(使用坐标的几何学)。再者,他对微积分的见解也与牛顿和莱布尼兹的不同,是他独自考虑的方法。因此,法国人把费马称为微积分的发明者。

图 1-5　牛顿(1642—1727)

稍微离一下题,微积分学是英国的牛顿(Sir I. Newton,1642—1727)和德国的莱布尼兹(G. W. Leibniz,1646—1716)几乎同时分别研究、发明的。而德国和英国过去一直不友好,长时间争夺领先权,所以不能判决。现在,可以认为是他们二人同时进行了同样的研究,完成了今日的微积分学。

但是,现在使用的微积分符号几乎都是莱布尼兹想出来的。

日本江户时代的数学家関考和也是在同一时期用同样的微积分法求圆面积的。