

463

力学名著译丛

超声速流与冲击波

R. 柯朗 K. O. 弗里德里克斯 著



科学出版社

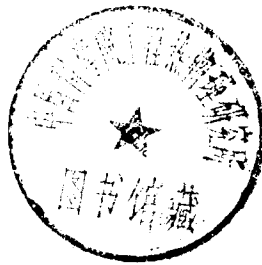
力学名著译丛

超声速流与冲击波

R. 柯朗 K. O. 弗里德里克斯 著

李维新 徐华生 管楚淦 译

孙和生 校



科学出版社

1986

101915

内 容 简 介

本书是一经典名著,侧重理论分析,系统建立可压缩流体力学的数学理论,特别是与气体动力学有关的非线性理论.自1948年出版到1976年重印,几次印刷,内容都不变.三十多年来它一直是流体力学方面的一本重要参考书,其中所涉及的不少问题至今仍是重要研究课题.

全书六章.一、二章是基础部分;三、四章分别论述一维不定常流动和二维定常流动,是本书的精华和中心;五、六章分别扼要论述射流和三维对称流.

本书第三、四章分别由李维新、管楚涇翻译,其余由徐华生翻译.

本书可供高等学校数学、力学专业的教师、研究生和高年级大学生,以及有关科技领域的研究、教学、设计人员阅读.

R. Courant, K. O. Friedrichs

SUPERSONIC FLOW AND SHOCK WAVES

Springer-Verlag, 1976

力学名著译丛

超声速流与冲击波

R. 柯朗 K. O. 弗里德里克斯 著

李维新 徐华生 管楚涇 译

孙和生 校

责任编辑 晏名文

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1986年11月第 一 版 开本:850×1168 1/32

1986年11月第一次印刷 印张:12 7/8

插 1—1,406 插页:稿 3 平 2

印数: 册 1—1,350 字数:338,000

统一书号:13031·3326

本社书号:4653·13—2

定价: 布脊精装 4.45 元
平 装 3.65 元

2757/01

序

本书脱胎于 1944 年由 (美国) 科学研究与发展署主持发表的一份报告。对原报告几乎已全部重写, 并新增了许多材料。本书从数学上讨论可压缩流体动力学的基本问题, 试图提供特别与气体动力学有关的非线性波传播的系统理论。本书写成高等教材的形式, 不仅介绍了一些近代的发展, 也论述了经典的内容。作者希望它能反映出这一学科在深化方面的一些进展; 但是, 作者不打算涉及非线性波传播理论的整个领域, 也不想汇集各种可用以解决专门工程问题的结果。

本书是由数学家写的。作者力求用纯理论方法来探究物理实际中的一个诱人的领域, 同时也认可经验处理方法。作者希望本书对工程师、物理学家和数学家均有裨益; 并希望它既不会因太多的物理假定而被数学家所拒绝, 也不至因数学上的过份严密性而为其他人所不取。

正如那些基本方程的非线性特征在其中起决定性作用的课题一样, 可压缩流体动力学离 Laplace 作为数学理论的目标所设想的完备性还相距甚远。经典力学及数学物理是根据普遍的微分方程和具体的边界条件、初始条件来预言现象的; 可是, 本书的课题却远没能达到这种要求。气体动力学的一些重要分支还集中于若干特殊类型的问题上, 而与之相应的理论, 其普遍性并非总是很鲜明的。尽管如此, 作者仍力求尽量发挥并强调这些普遍性观点, 并希望这种努力对这方面的进展有所促进。

在这个近年来吸引了众多研究者且显示出如此广泛的实际和理论意义的领域内, 作者发现要作面面俱到的论述是不可能的, 所以我们就走了一条主要受个人的兴趣和经验所决定的道路。那些作者有幸与之较多接触的科学家, 书中经常提及他们的名字, 而其

他人的名字则可能被疏漏。对许多近代研究成果的评价也许不甚公允,特别是对各机构在战时发表的,而至今仍不能随便见到的大量报告,评价就更是如此。为了不再拖延,我们未对文献作全面的调研就进行了本书的出版工作。

此书的出版准备工作,是在纽约大学数学力学研究所工作人员的协作下进行的。Cathleen Syngé Morawetz 承担了编辑 R. Shaw 的原始报告的主要任务,并在许多细节上提出了建设性意见,她的学识和有利的协助极为宝贵;L. J. Savage 积极协作重写了原始报告的第一章和其它一些部分;D. A. Flanders 阅读了部分原稿并提出了许多重要改进,对我们帮助很大;W. Y. Chen, W. M. Hirsch, E. Isaacson, A. Leitner, S. C. Lowell 和 M. Sion 在本书的出版工作中协助审阅了校样,同时提出了有益的意见;绘图是由 G. W. Evans 和 J. R. Knudsen 完成的;很多图例都代表着实际情况;手稿的准备工作是由干练的 Edythe Rodermund 和 Harriet Schoverling 完成的。

我们由衷地感谢海军研究局。该局根据 1 号任务 N6ori-201 合同给予了慷慨支持,致使本书的准备工作得以进行;该局的成员在此项工作进行中的热情关心,使我们深受鼓舞。

我们还要向 Interscience 出版社致谢,感谢其职员们的合作态度及其官员们对推动科学出版事业的极大关注。

本书谨献给 Warren Weaver。他作为战时应用数学小组委员会的负责人,不仅为数学科学当时的任务,而且更为其持续的发展付出了巨大的劳动。他对我们这项工作始终如一的关心,对于我们乃是一种连续不断的鼓励。因此,谨献本书,既是对一位为我国应用数学近代的发展贡献了大量智慧和精力的人物的赞颂,也是一种友谊的纪念。

R. 柯朗

K. O. 弗里德里克斯

1948. 8.

目 录

序

第一章 可压缩流体	1
§ 1 线性波与非线性波的定性差别.....	2
A. 流动的一般方程·热力学概念	3
§ 2 介质.....	3
§ 3 理想气体·多方气体和内能可分离的介质.....	5
§ 4 理想气体的数学表述.....	7
§ 5 不遵循 Hooke 定律的固体.....	9
§ 6 离散介质.....	10
§ 7 运动的微分方程.....	11
§ 8 能量守恒.....	14
§ 9 焓.....	15
§ 10 等熵流·定常流·亚声速流和超声速流.....	16
§ 11 声学近似.....	17
§ 12 流动方程的矢量形式.....	17
§ 13 环量守恒·无旋流·位势.....	18
§ 14 Bernoulli 定律.....	19
§ 15 极限速度和临界速度.....	21
B. 特殊类型流动的微分方程	23
§ 16 定常流.....	23
§ 17 非定常流.....	26
§ 18 一维流和球形流的 Lagrange 方程.....	27
附录 浅水中波的运动	29
§ 19 浅水理论.....	29
第二章 二元函数的双曲型流动方程的数学理论	32
§ 20 包含两个二元函数的流动方程.....	32
§ 21 二阶微分方程.....	33

§22	特征曲线及特征方程	34
§23	一些特殊问题的特征方程	40
§24	初值问题·依赖域·影响区	42
§25	间断沿特征线的传播	47
§26	作为不同类型区域之间的分界线的特征线	48
§27	特征初值	49
§28	关于边界值的补充	50
§29	简单波·与常状态区毗邻的流动	52
§30	速度图变换及其奇点·极限线	55
§31	多于两个微分方程的方程组	62
附录	67
§32	两个以上自变量的函数的微分方程概述·特征 曲面	67
第三章 一维流动	71
§33	一维流动问题	71
A. 连续流动	72
§34	特征线	72
§35	依赖域·影响区	74
§36	更一般的初值	75
§37	Riemann 不变量	77
§38	等熵流动的积分	79
§39	关于 Lagrange 表示法的评述	81
B. 稀疏波和压缩波	82
§40	简单波	82
§41	简单波中波形的畸变	86
§42	简单波中的质点轨迹和贯穿特征线	88
§43	稀疏波	89
§44	逃逸速度·完全和不完全稀疏波	91
§45	中心稀疏波	93
§46	中心稀疏波的显式公式	93
§47	关于 Lagrange 坐标中简单波的评述	96
§48	压缩波	97
B 部分附录	99

§ 49	压缩波中包络及其尖点的位置	99
C.	冲击波	104
§ 50	作为一种不可逆过程的冲击波	104
§ 51	关于非线性流动的历史回顾	106
§ 52	间断面	107
§ 53	不连续运动的基本模型·管道中的冲击波	108
§ 54	跳跃条件	109
§ 55	冲击波	113
§ 56	接触间断	114
§ 57	冲击波的描述	114
§ 58	冲击波运动的模型	117
§ 59	冲击波的力学条件的讨论	118
§ 60	作为弱冲击波极限的声波	119
§ 61	冲击波的力学条件足以确定冲击波的情形	119
§ 62	Lagrange 表示法中的冲击波条件	120
§ 63	从粘性和导热流体的微分方程导出的冲击波关系式	121
§ 64	Hugoniot 关系式·冲击波过渡的确定性	125
§ 65	冲击波过渡的基本性质	128
§ 66	多方气体的临界速度和 Prandtl 关系式	132
§ 67	多方气体的冲击波关系式	134
§ 68	多方气体中由冲击波阵面一边的状态所决定的另一边的状态	136
§ 69	由均匀压缩运动产生的冲击波	136
§ 70	冲击波在固壁上的反射	138
§ 71	多方气体的冲击波强度	140
§ 72	弱冲击波·与简单波过渡的比较	141
§ 73	非均匀冲击波	146
§ 74	中等强度的非均匀冲击波的近似处理	146
§ 75	衰减冲击波·N形波	149
§ 76	冲击波的形成	153
§ 77	关于非均匀强冲击波的说明	155
D.	相互作用	157
§ 78	有代表性的相互作用	157

§ 79	结果概述	160
§ 80	Riemann 问题·激波管	163
§ 81	分析方法	165
§ 82	稀疏波的穿过程程	172
§ 83	用有限差分法处理相互作用	177
E.	爆轰波和爆燃波	183
§ 84	反应过程	183
§ 85	假定	186
§ 86	各类过程	187
§ 87	Chapman-Jouguet 过程 (C-J 过程)	190
§ 88	Jouguet 法则	193
§ 89	包含反应阵面的气体流动的确定性	196
§ 90	包含爆轰过程的流动问题的解	200
§ 91	包含爆燃的流动问题的解	202
§ 92	爆轰作为被冲击波激发的爆燃	203
§ 93	有限宽度的爆燃区	204
§ 94	有限宽度的爆轰区·Chapman-Jouguet 假说	208
§ 95	反应区的宽度	208
§ 96	反应过程的内部机理·燃烧速度	209
附录	弹塑性介质中波的传播	211
§ 97	介质	211
§ 98	运动方程	214
§ 99	撞击加载	215
§ 100	卸载冲击波	218
§ 101	相互作用和反射	219
第四章	等熵无旋定常平面流	221
§ 102	分析背景	221
A.	速度图方法	222
§ 103	速度图变换	222
§ 104	用速度图方法所得到的特殊流动	225
§ 105	极限线和过渡线的作用	230
B.	特征线和简单波	232

§ 106	特征线·Mach 线和 Mach 角	232
§ 107	速度图平面上的特征线——外摆线	235
§ 108	(u, v) 平面上的特征线	236
§ 109	简单波	239
§ 110	简单波中流线和贯穿 Mach 线的显式表达式	243
§ 111	统一弯曲部或一拐角的流动·简单波的结构	245
§ 112	压缩波·在凹形曲壁中的和绕一凸起部的流动	251
§ 113	二维管道中的超声速流动	253
§ 114	简单波的相互作用·在固壁上的反射	257
§ 115	射流	259
§ 116	多方气体中简单波的过渡公式	260
C.	斜冲击波	263
§ 117	定性描述	263
§ 118	斜冲击波关系式·接触间断	266
§ 119	对多方气体的冲击波关系式·Prandtl 公式	270
§ 120	冲击波过渡的一般性质	272
§ 121	多方气体的冲击波极线	273
§ 122	利用冲击波极线对斜冲击波的讨论	278
§ 123	在拐角处或绕楔形物的流动	283
D.	相互作用·冲击波反射	285
§ 124	冲击波的相互作用·冲击波反射	285
§ 125	冲击波在固壁上的正规反射	285
§ 126	正规反射(续)	292
§ 127	对多方气体正规反射的解析处理	294
§ 128	几个冲击波汇合的结构·Mach 反射	297
§ 129	通过一点的三冲击波结构	297
§ 130	Mach 反射	299
§ 131	驻定的, 正的和反的 Mach 结构	300
§ 132	定量讨论结果	303
§ 133	压力关系式	306
§ 134	修正和推广	307
§ 135	三冲击波结构的数学分析	309
§ 136	图解法	310

E.	相互作用的近似处理·翼型流	313
§ 137	包含弱冲击波和简单波的问题	313
§ 138	弱冲击波和简单波的比较	314
§ 139	衰减冲击波	316
§ 140	绕一凸起部或一机翼的流动	319
§ 141	用扰动法(线性化)处理绕机翼的流动	320
§ 142	对机翼的另一扰动法	326
F.	关于定常流动边值问题的评述	328
§ 143	关于边界条件的事实和推测	328
第五章	喷管与射流中的流动	337
§ 144	喷管流动	337
§ 145	通过圆锥的流动	337
§ 146	Laval 喷管	339
§ 147	各种类型的喷管流动	342
§ 148	喷管和射流中的冲击波图像	345
§ 149	推力	350
§ 150	理想喷管	352
第六章	三维流动	354
A.	柱对称定常流动	354
§ 151	柱对称·流函数	354
§ 152	细长回转体的超声速绕流	355
§ 153	阻力	360
B.	锥型流	362
§ 154	定性描述	362
§ 155	微分方程	364
§ 156	锥面冲击波	366
§ 157	其它包含锥型流的问题	369
C.	球面波	371
§ 158	概述	371
§ 159	解析公式	372
§ 160	行波	373
§ 161	特殊类型的行波	375

§ 162	球面拟简单波.....	378
§ 163	球面爆轰波与爆燃波.....	382
§ 164	其它球面拟简单波.....	384
§ 165	球面反射冲击波.....	384
§ 166	结束语.....	386
参考文献.....		387

第一章 可压缩流体

大扰动——诸如炸药爆轰、火箭喷管中的流动、发射体的超声速飞行、与固体碰撞等所产生的扰动——与声、光或电磁信号的“线性”现象极不相同。其差别在于：大扰动的传播受非线性微分方程的支配，因而人们熟知的叠加、反射和折射等规律不再成立，但却出现更为新颖的特性，其中以冲击波阵面的出现最为突出。介质的速度、压力和温度穿过冲击波阵面时发生突然的，往往是相当大的变化。即使运动开始时是完全连续的，后来却可能自动地产生冲击波间断；然而，在另一些条件下，也可能出现正好相反的情况，初始间断会立即消失。上述两种可能性本质上都与基本方程的非线性有关。

自然界呈现出大量非线性现象，它不仅出现在可压缩流体的流动中，而且也在其它许多有实际意义的情况中存在。与上面提到的现象颇为不同的一个例子是：在一群冲向一个狭窄出口或别的障碍物的惊恐的人中间所产生的灾难性挤压。倘若这群人前进的速度超过警报往后传递的速度，就会出现一个极象从固壁反射的冲击波阵面后边的压力波。一些有关的现象，如交通拥塞，实质上似乎都可归因于类似的条件。然而，在本书中我们主要着眼于可压缩流体的理论。

了解和掌握非线性波的运动有着明显的重要意义。在差不多一百年前开始的一段时期中，Stokes, Earnshaw, Riemann, Rankine, Hugoniot, Lord Rayleigh 及后来的 Hadamard 等人写下了开创这一研究领域的奠基性论文；嗣后的发展主要落在力学与工程领域中一小批有才能的人身上。然而，近几年来，随着应用科学与纯粹科学之间壁垒的拆除，非线性波，特别是冲击波和膨胀波引起了广泛的注意。

本书目的在于使非线性波的数学理论更易为人接受，与此同时，对某些近代发展也给予特别的注意¹⁾。

§ 1 线性波与非线性波的定性差别

非线性波的一些特性一般地说是能够描述的。在线性波里，例如在声音的传播过程中，扰动总以确定的速度(相对于介质)传播，这速度在介质内部可以不均匀。这个“声速”是介质本身的局部性质，它对该介质中各种可能的线性波运动来说都是相同的。在非线性波中这一声速也起作用，使给定的初始波的运动发生微小变化的小扰动或“子波”，以一定的速度传播，这速度也称为声速，尽管在这种情况下声速不仅依赖于在介质中所处的位置，而且还和初始运动所造成的介质状态有关。

然而，非线性波的显著特点是同未必很小的扰动或间断相联系的。在线性波运动里，横跨曲面的任何初始间断，始终保持为间断且以声速传播。非线性波的表现却不同。假设在具有不同压力、密度和流速的两个区域间存在着初始间断，则有下面两种不同的可能性：或者初始间断立即分解，扰动在传播中变为连续的；或者初始间断以一个或两个冲击波阵面的形式传播，这冲击波阵面不是以声速而是以超声速的速度相对波前而向前运动。如前所述，冲击波是非线性波传播中所出现的最引人注目的现象。即使没有初始间断作为导因，冲击波也可能出现并传播。这个现象的数学依据是，非线性偏微分方程不同于线性偏微分方程，它在微分方程本身保持正则的地方，常常给不出可以连续延拓的解。

非线性波与线性波的另一明显不同点涉及相互作用现象：叠加原理对线性波成立，但对非线性波不成立。因而，例如几个相干声波的超压只要彼此相加，而非线性波的相互作用和反射则可导致压力的剧增。

1) 关于可压缩流动的理论可参阅[3, 4, 5]; Sauer^[6], Liepmann 和 Puckett^[7] 给出了另一些不同的方法。

A. 流动的一般方程·热力学概念

§ 2 介 质

我们将主要讨论运动流体，然而很多结果也适用于其它的运动介质(例如，以纵波形式运动的固体板)。本节将陈述介质的一些性质，这些性质是全书将采用的，同时将对一些有特殊兴趣的理想介质加以说明。此外，由于气体动力学与热力学概念完全交织在一起，因而在这里以适当的数学形式引进一些热力学的基本概念是合适的¹⁾。

除了在运动发生间断的地方外，我们将忽略介质的粘性、热传导以及介质状态(在任何时刻和任何点)相对于热力学平衡态的偏离。关于这些现象的忽略，我们将在以后几章中加以评述，特别是将要证明，粘性及热传导对于形成和维持冲击波间断起着重要作用。

每一时刻，流体中的每一点都存在一个由以下各量所定义的(热力学平衡的)确定状态：

- p 压力，
- T 温度，
- τ 比容(单位质量所占体积)，
- ρ 密度， $\rho\tau = 1$ ，
- S 比熵，
- e 比(内)能，
- i 比焓²⁾，定义为 $i = e + p\tau$ 。

由热力学知道，对于任何给定介质，参量 p ， T ， τ ， e 和 S 中只有两个是独立的。实际上，这些量全可看作是 τ 和 S 的函数。

介质从一个状态变到另一状态时所获得的内能，等于介质所

1) 有关热力学的著作可参看 Epstein^[20]和 Zemansky^[21]。

2) 焓的概念将在 § 9 中讨论。

吸收的热量与压力对介质所做的压缩功之和。当介质从一个状态变到紧邻的状态时,上述基本现象可以用下式表示:

$$de = Tds - pdr. \quad (2.01)$$

在可逆过程中, Tds 是通过热传导所获得的热量; 在不可逆过程中, Tds 大于上述所得热量。假如不可逆过程可描述为粘性作用所决定的过程, 那么 Tds 超过由热传导所得热量的部分, 可以解释为粘性产生的热。

假设对某介质我们已知比能 e 如何依赖于 τ 及 S , 则根据关系式(2.01)的意义立即可以求出压力 p 和温度 T 。它们是

$$p = -e_{\tau}, \quad T = e_s, \quad (2.02)$$

式中下标表示偏微商¹⁾。

在流体的流动理论中, 常常将 p 表成 S 和 ρ (或 τ) 的函数, 这个函数我们总是写为

$$p = f(\rho, S); \quad p = g(\tau, S). \quad (2.03)$$

将习惯用语稍加扩展, 我们把上面方程都称为介质的热状态方程。

忽略粘性和热传导相当于假定: 当介质的质点四处运动时, 运动质点的比熵保持不变, 也就是说, 质点状态的变化是绝热的。所以, 我们经常感兴趣的是, 固定比熵 S , 而将 $f(\rho, S)$ 和 $g(\tau, S)$ 分别看成是 ρ 和 τ 的函数。确实, 在某些情况下将这些函数就简写为 $f(\rho)$ 和 $g(\tau)$ 。因此, 方程 $p = f(\rho) = g(\tau)$ 称作绝热方程。

这里, 等熵这一名词也许比绝热更确切。例如, 若无热传导而有粘性, 那么状态变化就会是绝热的(质点上无热量流入和流出), 然而并不等熵(质点的熵一般要增加)。但是, 我们将留下等熵这一名词以表示另一概念: 介质中的熵处处相同。

所有实际介质的一个基本特性是, 在熵保持不变的情况下, 压力随密度的增加(或随比容的减小)而增加, 即

$$f_{\rho}(\rho, S) > 0; \quad g_{\tau}(\tau, S) < 0, \quad (2.04)$$

1) 本书几乎总以下标表示偏微商。

其中极限情况 $\rho = 0$ 除外,这时 $f_\rho = 0$ 。由于 (2.04), 我们可以定义一个具有速度量纲的正量 c :

$$c^2 = \frac{dp}{d\rho} = f_\rho(\rho, S), \quad \rho^2 c^2 = -g_\tau(\tau, S). \quad (2.05)$$

这个重要量 c 称为声速。在第二章 §35 中我们将解释这一名称的来由;量 ρc 通常称为声阻抗。

对于任何 S 值,函数 $g(\tau, S)$ 一般是向下凸的。所以,除了注明出现相反的情况以外,全书都将假定

$$g_{\tau\tau}(\tau, S) > 0. \quad (2.06)$$

注意到以下一点是有用的,即结合 (2.04),由 $f_{\rho\rho}(\rho, S) \geq 0$ 可导出 (2.06)。

我们再添加一个假定: 在常比容时压力随熵增加,即

$$g_S(\tau, S) > 0. \quad (2.07)$$

从方程 (2.02) 看出,这个假定等价于如下假定: 当熵不变时,温度随密度增加而增加。

对于气体,其密度可趋近于零,我们添加下面的假定:

$$\text{当 } \rho \rightarrow 0 \text{ 时, } e \rightarrow 0, \tau p \rightarrow 0, T \rightarrow 0, c \rightarrow 0. \quad (2.08)$$

至此,无需再对介质作更多的假定,就能大大向前发展非线性波运动的理论。然而,存在各种物理上有特殊兴趣的介质,我们将在 §3—6 中加以介绍 (比以后数学处理所需的内容略为详尽一些)。

§3 理想气体·多方气体和内能可分离的介质

在把理论用于气体的所有实际应用中,可以相当精确地假定介质是理想气体,即一种遵从 Boyle 和 Gay-Lussac 定律的介质,这两个定律通过下列状态方程表示:

$$p\tau = RT, \quad (3.01)$$

式中常数 R 可以取为普适气体常数 R_0 。除以具体气体的有效分子量。