

## 内 容 提 要

本书系统介绍了电子电路与系统计算机辅助分析与设计中所用的晶体管模型、集成电路宏模型与 SPICE 通用电路模拟程序。第一篇介绍双极型和 MOS 场效应晶体管模型；第二篇介绍用模拟集成电路与数字集成电路宏模型，并详细介绍了构造宏模型的方法及其元件参数的确定；第三篇介绍了 SPICE 通用电路模拟程序的功能、SPICE 源程序的编写方法、非线性时变元件 SPICE 描述语句的确定以及振荡器在 SPICE 时域分析中的加速技术。

本书可作为大专院校有关专业选修课教材或教学参考书，也可供有关科技人员参考。

(津)新登字012号

**电子器件模型与通用电路模拟程序**

赵雅兴 编著

\*

天津大学出版社 出版

(天津大学内)

河北省邮电印刷厂 印刷

新华书店天津发行所发行

\*

开本：787×1092毫米 1/16 印张：15<sup>1</sup>/<sub>2</sub> 字数：387 千字

1992年9月第一版 1992年9月第一次印刷

印数：1—1500

ISBN 7-5618-0370-2

TP·40

73.63  
776

# 目 录

第一章 绪论..... ( 1 )

## 第一篇 晶体管模型

第二章 双极性晶体管模型..... ( 3 )

- § 2-1 概述 ..... ( 3 )
- § 2-2 直流E—M模型 ..... ( 3 )
- § 2-3 E—M<sub>2</sub>模型 ..... ( 7 )
- § 2-4 E—M<sub>3</sub>模型 ..... ( 10 )
- § 2-5 G—P模型..... ( 19 )
- § 2-6 双极性晶体管的噪声模型 ..... ( 30 )

第三章 MOS晶体管模型..... ( 35 )

- § 3-1 概述 ..... ( 35 )
- § 3-2 MOS1模型 ..... ( 35 )
- § 3-3 MOS2模型 ..... ( 46 )
- § 3-4 MOS晶体管的半经验模型(MOS3模型) ..... ( 51 )
- § 3-5 场效应晶体管噪声模型 ..... ( 56 )

## 第二篇 集成电路宏模型

第四章 模拟集成电路宏模型..... ( 59 )

- § 4-1 概述 ..... ( 59 )
- § 4-2 集成运算放大器宏模型 ..... ( 62 )
- § 4-3 MOS运放宏模型..... ( 87 )
- § 4-4 运算跨导放大器宏模型 ..... ( 97 )
- § 4-5 模拟相乘器宏模型 ..... ( 103 )
- § 4-6 比较器宏模型 ..... ( 112 )
- § 4-7 锁相环集成电路的宏模型 ..... ( 116 )

第五章 数字集成电路的宏模型..... ( 132 )

- § 5-1 TTL与非门的宏模型..... ( 132 )
- § 5-2 TTLD触发器的宏模型 ..... ( 136 )

## 第三篇 SPICE通用电路模拟程序的功能及其在计算机上的实现

第六章 SPICE通用电路模拟程序..... ( 139 )

- § 6-1 概述 ..... ( 139 )
- § 6-2 输入格式 ..... ( 140 )
- § 6-3 电路描述——输入文件的结构 ..... ( 141 )

§ 6-4	标题卡、结束卡和注释卡 .....	( 141 )
§ 6-5	元件卡 .....	( 141 )
§ 6-6	半导体器件元件卡与模型卡 .....	( 148 )
§ 6-7	控制卡 .....	( 156 )
§ 6-8	子电路卡 .....	( 164 )
§ 6-9	非线性受控源 .....	( 164 )
§ 6-10	电路分析实例 .....	( 167 )
<b>第七章</b>	<b>非线性时变元件的计算机模拟 .....</b>	<b>( 173 )</b>
§ 7-1	概述 .....	( 173 )
§ 7-2	非线性时变元件特性曲线的拟合 .....	( 173 )
§ 7-3	SPICE的非线性时变元件瞬态分析模型 .....	( 187 )
<b>第八章</b>	<b>SPICE求解非线性振荡器稳态解的加速技术 .....</b>	<b>( 193 )</b>
§ 8-1	概述 .....	( 193 )
§ 8-2	加速技术 .....	( 193 )
<b>第九章</b>	<b>PSPICE 程序在IBM PC或长城0520微机上的实现 .....</b>	<b>( 197 )</b>
§ 9-1	概述 .....	( 197 )
§ 9-2	PSPICE源程序的输入 .....	( 197 )
§ 9-3	PSPICE作业的提交和运行 .....	( 200 )
<b>第十章</b>	<b>HSPICE在DPS-8 机上的实现 .....</b>	<b>( 204 )</b>
§ 10-1	概述 .....	( 204 )
§ 10-2	HSPICE源程序的输入 .....	( 204 )
§ 10-3	HSPICE作业的提交、运行和查看 .....	( 213 )
<b>附录</b>	.....	<b>( 218 )</b>
附录一	行编辑程序EDLIN .....	( 218 )
附录二	PE全屏幕编辑系统 .....	( 227 )
<b>参考文献</b>	.....	<b>( 243 )</b>

# 第一章 绪 论

自从50年代晶体管逐步取代电子管以来,经历了由晶体管组成的分立元件级电子电路到SSI(小规模集成电路,集成度约1~10个晶体管)、MSI(中规模集成电路,集成度约10~100个晶体管)和LSI(大规模集成电路,集成度约100~1000个晶体管)阶段。到80年代,仅30年的时间就进入了VLSI(超大规模集成电路,集成度在10 000个晶体管以上)阶段。数字集成电路的集成度在10 000个晶体管以上。难以扩大集成度的模拟集成电路,以彩色电视接收机的二片机的集成电路为代表的模拟集成电路也跨入了大规模集成电路的时代。而且CAA(Computer-Aided Analysis)与CAD(Computer-Aided Design)技术已经成为研制和设计半导体器件、电子电路与系统以及各种集成电路的必要手段。因此学习与掌握电子电路CAA与CAD技术已成为当代从事电子技术方面工作工程技术人员迫切的需要。因此对大学学生进行这方面的培养必须高度重视。

器件级模型与各种规模集成电路的宏模型是CAA与CAD技术的重要内容。它们是对电子电路与系统进行计算机辅助分析与设计的基础。构造器件级模型,一则可以对含有器件的各种分立元件级电子电路进行计算机辅助分析与设计,再则又可对集成电路进行元件级电路的各种特性的计算机模拟。因此应用CAA、CAD技术离不开器件级模型。从目前情况看,人们已模拟了大量的器件级模型,并建立了一定数量的模型库。例如,双极型晶体管的E-M模型和G-P模型、结型场效应晶体管模型、MOS型场效应管模型、晶体二极管和肖特基二极管模型、变容二极管模型、隧道二极管模型、齐纳二极管模型、单结晶体管模型以及可控硅整流器模型等。在本书中,由于篇幅所限,仅适当介绍双极型晶体管与MOS型场效应晶体管的模型,突出介绍建立模型的方法、模型的拓朴结构及模型参数的物理意义。对所用到的公式仅以应用的角度加以说明,不作严密推导。

建立集成电路宏模型的目的,是当对含有集成电路的电子电路系统进行计算机辅助分析与设计时,可以大大减少占用计算机的内存与时间。这是一项很有实际意义的工作,因此得到了国内外专家、学者的高度重视。因为集成电路内部一般都含有大量的晶体管有源器件,若采用元件级电路模拟,再加上集成电路的外围电路,势必占用大量的计算机内存和相当长的计算时间,所以很不经济。若采用集成电路的宏模型,则可避免。例如对MC1741运算放大器的特性进行计算机模拟分析,采用宏模型计算时,所需的CPU时间仅为元件级模拟的 $\frac{1}{10}$ 到 $\frac{1}{5}$ (由分析类型而定)。结点数降为元件级模拟的 $\frac{1}{5}$ ,支路数降为元件级模拟的 $\frac{1}{7}$ 。

建立集成电路宏模型还有另一实际意义。采用集成电路元件级模拟需知集成电路内部每支晶体管的模型参数,但此参数无法在器件手册中查到。它必须由生产厂家提供。用户往往得不到精确的集成电路内部每支晶体管的模型参数,所以也很难对其进行精确的模拟分析。而集成电路的宏模型参数仅需根据集成电路的端口特性就可以确定,所以使用起来非常方便。

集成电路的宏模型可分为两大类:一是模拟集成电路宏模型;二是数字集成电路宏模型。从应用角度来说又分为通用集成电路宏模型和专用集成电路宏模型。由于篇幅所限,本

书仅介绍通用集成电路的宏模型的构模方法。但应该指出，专用集成电路的宏模型的构模问题目前已经提到日程上来，并出了不少研究成果。例如，立体声专用集成电路的宏模型、彩色电视集成电路宏模型等。无疑，这对于推动整机系统的CAA与CAD具有积极作用。另外需要提及的是，目前国内外大规模、超大规模集成电路的计算机模拟已在电路与系统学科中成为相当活跃的领域之一。

当前，为了用各种模型分析电子电路及系统，已有多种电路模拟分析程序。以隐式积分算法、改进的牛顿算法、改进的节点分析法和稀疏矩阵技术为主要标志的SPICE通用电路模拟分析程序（美国加利福尼亚大学在1975年推出）作为第二代电路模拟技术的代表，已被世界各国公认并被广泛采用，而且还在不断完善和开发新的应用领域。该程序能以较高的精度解决相当复杂的电路模拟问题。本书将详细介绍SPICE程序的输入语句、编写SPICE源程序的方法和技巧。为了便于学生上机实习，针对IBMPC/XT或长城0520型微机介绍PSPICE程序对电子电路及系统进行电路模拟分析的实现，同时还结合DPS-8大型计算机介绍HSPICE程序对电子电路及系统进行电路模拟分析的实现。

1976年以后进入超大规模集成电路时期。在此时期内，为了保证从LSI向VLSI发展，要求能以更高的工作速度对大规模电路进行模拟，因而引入了在逻辑模拟中使用的方法。目前已提出许多以保证解的严密性为前提的分割解法，并逐步进入实用阶段。作为第三代电路模拟技术的代表是1979年由加利福尼亚大学提出的SPLICE程序。它包括了逻辑模拟的混合模拟，是一个很好的电路模拟程序。由于本书篇幅所限也不再作介绍。表1-1列出了各个阶段具有代表性的电路模拟程序，供读者了解电路模拟程序的发展过程。

表 1-1 电 路 模 拟 程 序

程 序 名 称	完 成 单 位	完 成 时 间	特 点
NETI	加利福尼亚大学	1964	状态变量分析
ECAP	IBM公司	1965	节点分析
ASTAP	IBM公司	1973	表格法，码生成法
SPICE	加利福尼亚大学	1975	节点分析
ANAP	日本电气	1975	表格法，分段线性分析
MOTIS	贝尔研究所	1979	事件驱动方式
SPCICE	加利福尼亚大学	1979	包含有逻辑模拟的混合模拟
MACRO	IBM公司	1979	多级牛顿法

# 第一篇 晶体管模型

晶体管模型是表示晶体管电学特性的数学公式、模型参数和等效电路。它是晶体管电路与集成电路计算机模拟的基础。本篇将分别讨论常用的双极型晶体管模型与MOS场效应管模型。

## 第二章 双极性晶体管模型

### § 2-1 概 述

1954年, Ebers-Moll首先提出双极型晶体管的E-M模型。该模型是基于正向和反向晶体管叠加的概念, 在发射结与集电结处皆用一个二极管代替, 基区传输载流子特性用和频率有关的电流源代替, 发射区、基区和集电区符合空间电荷中性条件。这种方法对小注入, 也就是在靠近发射极的基区中, 少数载流子浓度比杂质浓度小得很多时, 才是比较好的近似。其不足之处在于该模型对计算晶体管中的电荷存贮效应和瞬态过渡特性不便。该模型采用的独立变量为电流。

在此之后, 由Bcaufoy-Sparkes提出以少数载流子电荷为独立变量的电荷控制模型, 由Linwill提出以少数载流子浓度为独立变量的集总模型。这些模型在数学上具有相同的近似程度。

在50年代, E-M模型已成为双极型晶体管的主要模型。以后, 人们针对其不足之处相继提出E-M<sub>2</sub>、E-M<sub>3</sub>模型。1970年又发表了Gummel-Poon模型(简称G-P模型)。该模型是一种在大注入下也与实际测量结果符合得较好的模型, 因此被广泛采用, 并在SPICE-II通用电路模拟程序的模型库里存放着E-M模型和G-P模型。G-P模型是建立在电荷控制模型基础上, 被控制电流*i<sub>b</sub>*由基区控制电荷和基区渡越时间来确定, 其数学推导比较完整。

### § 2-2 直流E-M模型

直流E-M模型又称为E-M<sub>1</sub>模型。它分两种: 第一种叫注入型模型, 是以发射结和集电结注入少数载流子电流为自变量导出的模型。第二种为传输型模型, 是以基区中传输的少数载流子电流为自变量导出的模型。这两种模型是等效的, 但传输型模型用起来更为方便, 所以使用的人多些。下面分别介绍。

#### 一、注入型模型

该模型是在一维小注入条件下, 并且忽略基区宽度随集电极电压*V<sub>b'c'</sub>*变化的影响得出的。反映双极型晶体管电流—电压关系的Ebers-Moll方程为

$$\begin{cases} I_E = -I_{ES} \left[ \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{kT}\right) - 1 \right] + \alpha_R I_{CS} \left[ \exp\left(\frac{qV_{b'c'}}{kT}\right) - 1 \right] \\ I_C = \alpha_F I_{ES} \left[ \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{kT}\right) - 1 \right] - I_{CS} \left[ \exp\left(\frac{qV_{b'c'}}{kT}\right) - 1 \right] \end{cases} \quad (2-1)$$

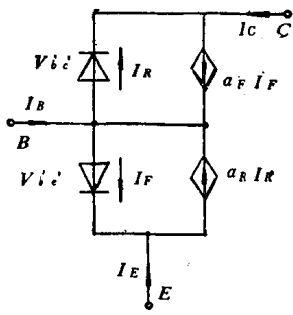


图 2-1 E—M<sub>1</sub>注入型模型

若令

$$\begin{cases} I_F = I_{ES} \left[ \exp \left( \frac{qV_{b'e'}}{kT} \right) - 1 \right] \\ I_R = I_{CS} \left[ \exp \left( \frac{qV_{c'b'}}{kT} \right) - 1 \right] \end{cases}$$

则式(2-1)可改写为

$$\begin{cases} I_E = -I_F + \alpha_R I_R \\ I_C = \alpha_F I_F - I_R \end{cases} \quad (2-2)$$

式中  $I_F$ ——为发射结正偏时的发射结正向注入电流；  
 $I_R$ ——为集电结正偏时的集电结正向注入电流。

因此，根据式(2-2)所得的双极型晶体管模型，称为“注入型模型”。该模型的拓扑结构如图2-1所示。

该模型可以看成是由工作在正向有源区的三极管（由EB结二极管电流 $I_F$ 和受控电流源 $\alpha_F I_F$ 组成）和工作在反向有源区的三极管（由BC结二极管电流 $I_R$ 和受控电流源 $\alpha_R I_R$ 组成）叠加组成的。其中基极电流为

$$I_B = -(I_E + I_C) = -(1 - \alpha_F)I_F + (1 - \alpha_R)I_R \quad (2-3)$$

该模型的模型参数共有四个： $I_{ES}$ 表示集电结短路时发射结的饱和电流； $I_{CS}$ 表示发射结短路时集电结的饱和电流； $\alpha_F$ 表示发射结电流的正向传输系数； $\alpha_R$ 表示集电结电流的反向传输系数。

根据互易定理，有

$$\alpha_R I_{CS} = \alpha_F I_{ES} = I_S \quad (2-4)$$

式中， $I_S$ 为晶体管的饱和电流。由此可知，这样可以把四个模型参数减为三个模型参数，即 $I_S$ 、 $\alpha_F$ 、 $\alpha_R$ 。也就是说用三个模型参数就可以确定E—M<sub>1</sub>的注入型模型。

## 二、传输型模型

传输模型是在注入模型基础上经过数学推导得出的。下面介绍其演变过程。

由互易定理得

$$\begin{cases} I_{ES} = \frac{I_S}{\alpha_F} \\ I_{CS} = \frac{I_S}{\alpha_R} \end{cases} \quad (2-5)$$

将式(2-5)代入式(2-1)得

$$\begin{cases} I_E = -\frac{I_S}{\alpha_F} \left[ \exp \left( \frac{qV_{b'e'}}{kT} \right) - 1 \right] + I_S \left[ \exp \left( \frac{qV_{c'b'}}{kT} \right) - 1 \right] \\ I_C = I_S \left[ \exp \left( \frac{qV_{b'e'}}{kT} \right) - 1 \right] - \frac{I_S}{\alpha_R} \left[ \exp \left( \frac{qV_{c'b'}}{kT} \right) - 1 \right] \end{cases} \quad (2-6)$$

此时定义

$$\begin{cases} I_{CC} = I_S \left[ \exp \left( \frac{qV_{c'b'}}{kT} \right) - 1 \right] \\ I_{EC} = I_S \left[ \exp \left( \frac{qV_{b'e'}}{kT} \right) - 1 \right] \end{cases} \quad (2-7)$$

则又得

$$\begin{cases} I_{CC} = \alpha_F I_{ES} \left[ \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{kT}\right) - 1 \right] = \alpha_F I_F \\ I_{EC} = \alpha_R I_{CS} \left[ \exp\left(\frac{qV_{b'c'}}{kT}\right) - 1 \right] = \alpha_R I_R \end{cases} \quad (2-8)$$

式中,  $I_{CC}$  为因发射结正偏引起的集电极电流;  $I_{EC}$  为因集电结正偏引起的发射极电流。显然  $I_{CC}$  和  $I_{EC}$  皆为传输电流。

由式(2-8)可将式(2-6)改写为

$$\begin{cases} I_E = -\frac{I_{CC}}{\alpha_F} + I_{EC} \\ I_C = I_{CC} - \frac{I_{EC}}{\alpha_R} \end{cases} \quad (2-9)$$

该式所选自变量为传输电流  $I_{CC}$  和  $I_{EC}$ , 所以由此所得模型称为传输型模型。传输型模型的拓朴结构如图 2-2 所示。其中基极电流应为

$$\begin{aligned} I_B &= -(I_E + I_C) \\ &= \left(\frac{1}{\alpha_F} - 1\right) I_{CC} + \left(\frac{1}{\alpha_R} - 1\right) I_{EC} \\ &= \frac{I_{CC}}{\beta_F} + \frac{I_{EC}}{\beta_R} \end{aligned} \quad (2-10)$$

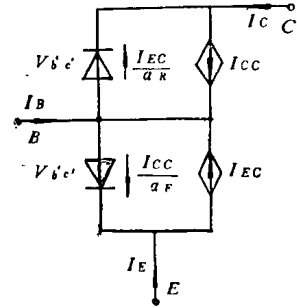


图 2-2 E-M<sub>1</sub> 传输型模型

从得到的传输型模型可以看出, 在数学上, 它与注入型模型等价, 且皆为双极型晶体管的直流模型, 也可作为大信号非线性模型。但从实验角度看, 由于传输电流是靠扩散和漂移运动通过基区的载流子组成, 成分比较单纯。例如, 当双极型晶体管工作在正向有源区, 而且,  $V_{b'c'} = 0$  时, 有

$$\begin{aligned} I_F &= -I_E = I_C + I_B \\ I_{CC} &= I_C \end{aligned}$$

注入型模型中的注入电流  $I_F$  中包括基极电流。而  $I_B$  是由各种非理想分量组成, 其成分复杂, 所以用起来不方便。对于传输型模型来说,  $I_{CC}$  与  $I_C$  相等, 此时  $I_C$  为传输电流, 是理想分量。因此用  $I_{CC}$  作为自变量比用  $I_F$  作为自变量要方便得多, 所以人们更愿意采用传输型模型。

在传输型模型中  $I_{EC}$  和  $I_{CC}$  对结电压的依赖关系相同, 皆表示为

$$I = I_S \left[ \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right] \quad (2-11)$$

当  $I$  为  $I_{EC}$  时,  $V = V_{b'c'}$ ; 当  $I = I_{CC}$  时,  $V = V_{b'e'}$ 。显然两条  $I-V$  特性曲线形状完全相同。并且不管发射结和集电结的面积比如何,  $I_{EC} \sim V_{b'c'}$  和  $I_{CC} \sim V_{b'e'}$  的两条关系曲线显然仍重合。这是因为, 和发射结面积相比, 集电结面积越大, 集电结反向电流  $I_{CS}$  也越大, 但反向电流增益  $\alpha_R$  也就越小, 且  $\alpha_R \cdot I_{CS} = I_S$ 。即, 发射结面积一定时, 增加集电结面积对  $I_{CS}$  的影响被  $\alpha_R$  的减少抵消, 所以  $I_S$  保持不变,  $I_S$  只受发射结面积的影响, 而不受集电结面积的影响。



### 三、E—M<sub>1</sub>的两种变型模型

为了使用方便，这里给出了两种变型的E—M<sub>1</sub>模型。

#### 1. 非线性π型模型

以前大家学过而且习惯使用的是线性化π型模型，下面给出非线性π型模型的拓朴结构及其推导过程。

由于

$$I_E = -\frac{I_{CO}}{\alpha_F} + I_{EO}$$

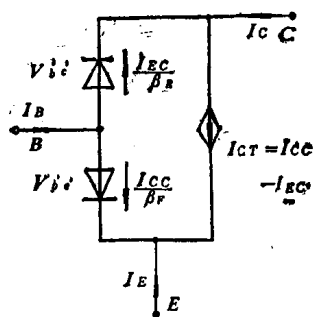
则

$$\begin{aligned} I_E &= -\frac{I_{CO}}{\alpha_F} + I_{CC} + I_{EC} - I_{CO} \\ &= -\left(\frac{1}{\alpha_F} - 1\right)I_{CO} - (I_{CO} - I_{EC}) \\ &= -\frac{1}{\beta_F}I_{CC} - I_{CT} \end{aligned} \quad (2-12)$$

式中  $\beta_F$ ——共发射极正向电流增益的最大值，

$$\beta_F = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F};$$

$I_{CT}$ ——发射结电压 $V_{b'e'}$ 和集电结电压 $V_{c'e'}$ 共同控制的电流源， $I_{CT} = I_{CO} - I_{EO}$ 。



同理可得

$$\begin{aligned} I_C &= I_{CO} - \frac{I_{EC}}{\alpha_R} + I_{EC} - I_{EO} \\ &= I_{CT} - \frac{I_{EC}}{\beta_R} \end{aligned} \quad (2-13)$$

式中  $\beta_R$ ——共发射极反向电流增益的最大值，

$$\beta_R = \frac{\alpha_R}{1 - \alpha_R}。$$

图 2-3 双极型晶体管的非线性π型模型

根据式(2-12)和(2-13)可得出双极型晶体管的非线性π型模型如图2-3所示。

该模型的模型参数共有三个，即 $I_S$ 、 $\beta_F$ 和 $\beta_R$ 。在此应该注意，该模型中的两个二极管已不再代表发射结和集电结二极管，它们仅表示双极型晶体管基极电流中的两个分量。基极电

$$I_B = -(I_E + I_C) = -\frac{I_{CO}}{\beta_F} + \frac{I_{EO}}{\beta_R} \quad (2-14)$$

#### 2. 简化的非线性模型

为了尽量减少模型中的元件，将进一步简化模型，现在将式(2-12)和式(2-13)进一步演变为

$$\begin{cases} I_{CT}' = I_{CC} - I_{EC} - \frac{I_{EC}}{\beta_R} \\ I_B = -\frac{I_{CC}}{\beta_F} + \frac{I_{EC}}{\beta_R} \end{cases} \quad (2-15)$$

由式(2-15)可得如图2-4所示的简化形式的非线性模型。

该模型的模型参数为 $I_S$ 、 $\beta_F$ 和 $\beta_R$ 。

### § 2-3 E—M<sub>2</sub>模型

E—M<sub>2</sub>模型即双极型晶体管的瞬态模型，它是在克服E—M<sub>1</sub>模型缺点的基础上提出来的。因为E—M<sub>1</sub>模型是由Ebers-Moll方程出发考虑基区中的载流子传输效应，所以E—M<sub>1</sub>模型只能模拟晶体管的直流特性。

在E—M<sub>2</sub>模型中进一步考虑影响模型精度的因素有以下二点：①双极型晶体管的发射区、基区和集电区的体电阻的影响；②双极型晶体管中存储电荷对晶体管交流特性及瞬态特性的影响。由此可得E—M<sub>2</sub>模型的拓朴结构如图2-5所示。

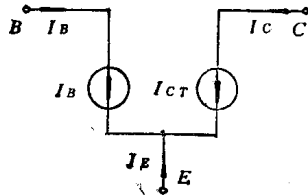


图 2-4 简化非线性模型

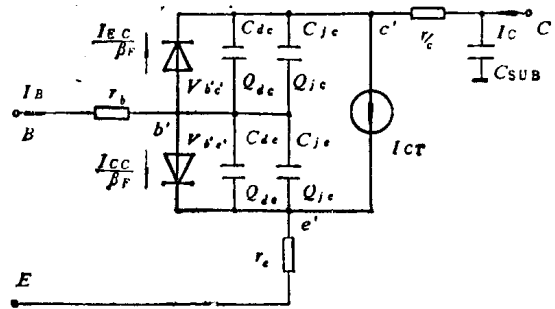


图 2-5 E-M<sub>2</sub>模型

在图2-5中电阻 $r_e$ 、 $r_b$ 和 $r_c$ 表示发射区、基区和集电区体电阻的影响。而电容 $C_{je}$ 和 $C_{jc}$ 表示发射结和集电结上的势垒电容。由半导体物理的PN结理论可知

$$C_{je} = \frac{C_{je0}}{\left(1 - \frac{V_{b'e'}}{\phi_e}\right)^{m_e}} \quad (2-16)$$

$$C_{jc} = \frac{C_{jc0}}{\left(1 - \frac{V_{c'e'}}{\phi_c}\right)^{m_c}} \quad (2-17)$$

式中  $\phi_e$ 、 $\phi_c$ ——发射结和集电结的自建势；

$m_e$ 、 $m_c$ ——发射结处和集电结处的梯度系数；

$C_{je0}$ 、 $C_{jc}$ ——在零偏置下和任意偏置下的发射结电容；

$C_{je0}$ 、 $C_{je}$ ——在零偏置下和任意偏置下的集电结电容。

电容 $C_{de}$ 和 $C_{dc}$ 分别用来表示发射极和集电极的扩散电容。它们描述少数载流子的电荷贮存效应。由少数载流子存储的电荷分为两部分。一部分是正向存储电荷( $Q_{DE}$ )，它与传输电流 $I_{CC}$ 成正比，即

$$Q_{DE} \approx \tau_F \cdot I_{CC} \quad (2-18)$$

式中,  $\tau_F$  为正向渡越时间。另一部分是反向存贮电荷 ( $Q_{DC}$ ), 它与传输电流  $I_{EC}$  成正比, 即

$$Q_{DC} \approx \tau_R I_{EC} \quad (2-19)$$

式中  $\tau_R$  为反向渡越时间。

存贮电荷  $Q_{DE}$  对应扩散电容  $C_{de}$ , 且

$$\begin{aligned} C_{de} &= \frac{d Q_{DE}}{d V_{b'e'}} = \frac{d}{d V_{b'e'}} (\tau_F \cdot I_{CC}) \\ &= \tau_F \frac{q I_{CC}}{kT} = \frac{q Q_{DE}}{kT} \end{aligned} \quad (2-20)$$

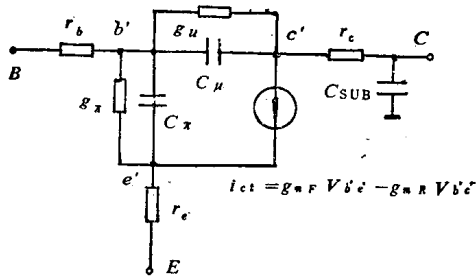


图 2-6 E-M<sub>2</sub> 的交流小信号模型

存贮电荷  $Q_{DC}$  对应扩散电容  $C_{dc}$ , 且

$$\begin{aligned} C_{dc} &= \frac{d Q_{DC}}{d V_{b'e'}} = \frac{d}{d V_{b'e'}} (\tau_R \cdot I_{EC}) \\ &= \tau_R \frac{q I_{EC}}{kT} = \frac{q Q_{DC}}{kT} \end{aligned} \quad (2-21)$$

模型中的电容  $C_{s,b}$  表示集成电路中晶体管的衬底电容。该电容为势垒电容。

模型中 E、B 和 C 为双极型晶体管的外部结点,  $e'$ 、 $b'$  和  $c'$  为其内部结点。

若将图 2-5 所示大信号非线性 E-M<sub>2</sub> 模型的诸项对电压求偏导, 就可以得出如图 2-6 所示的交流小信号 E-M<sub>2</sub> 模型。其中各模型参数分别定义如下

$$g_x = \left. \frac{\partial I_B}{\partial V_{b'e'}} \right|_{\text{在工作点处}} \quad \text{为正向输入电导}$$

$$g_\mu = \left. \frac{\partial I_R}{\partial V_{b'e'}} \right|_{\text{在工作点处}} \quad \text{为反向输入电导}$$

$$g_{mF} = \left. \frac{\partial I_{CC}}{\partial V_{b'e'}} \right|_{\text{在工作点处}} \quad \text{为正向跨导}$$

$$g_{mR} = \left. \frac{\partial I_{EC}}{\partial V_{b'e'}} \right|_{\text{在工作点处}} \quad \text{为反向跨导}$$

$$C_x = \left. \frac{\partial}{\partial V_{b'e'}} (Q_{ie} + Q_{de}) \right|_{\text{在工作点处}} \quad \text{为发射结电容}$$

$$C_\mu = \left. \frac{\partial}{\partial V_{b'e'}} (Q_{jc} + Q_{dc}) \right|_{\text{在工作点处}} \quad \text{为集电结电容}$$

按照上面各参数的定义分别可求得各个模型的参数如下:

$$\begin{aligned} g_{mF} &= \frac{\partial I_{CC}}{\partial V_{b'e'}} = \frac{\partial}{\partial V_{b'e'}} \left\{ I_S \left[ \exp \left( \frac{q V_{b'e'}}{kT} \right) - 1 \right] \right\} \\ &= \frac{q}{kT} I_{CO} \end{aligned} \quad (2-22)$$

$$g_{mR} = \frac{\partial I_{EC}}{\partial V_{b'c'}} = \frac{\partial}{\partial V_{b'c'}} \left\{ I_S \left[ \exp\left(\frac{qV_{b'c'}}{kT}\right) - 1 \right] \right\}$$

$$= \frac{q}{kT} \cdot I_{EC} \quad (2-23)$$

$$g_x = \frac{\partial I_B}{\partial V_{b'c'}} = \frac{\partial}{\partial V_{b'c'}} \left( \frac{I_{CC}}{\beta_F} + \frac{I_{EC}}{\beta_R} \right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial V_{b'c'}} \left( \frac{I_{CC}}{\beta_F} \right) + 0 = \frac{1}{\beta_F} \frac{\partial I_{CC}}{\partial V_{b'c'}}$$

$$= \frac{1}{\beta_F} \cdot \frac{q}{kT} I_{CC} = \frac{g_{mR}}{\beta_R} \quad (2-24)$$

$$g_\mu = \frac{\partial I_B}{\partial V_{b'c'}} = \frac{\partial}{\partial V_{b'c'}} \left( \frac{I_{CC}}{\beta_F} + \frac{I_{EC}}{\beta_R} \right) = \frac{\partial}{\partial V_{b'c'}} \left( \frac{I_{EC}}{\beta_R} \right) + 0$$

$$= \frac{1}{\beta_R} \cdot \frac{\partial I_{EC}}{\partial V_{b'c'}} = \frac{1}{\beta_R} \cdot \frac{q}{kT} I_{EC} = \frac{g_{mR}}{\beta_R} \quad (2-25)$$

$$C_x = \tau_F g_{mF} + C_{je0} \left( 1 - \frac{V_{b'c'}}{\phi_e} \right)^{-m_e} \quad (2-26)$$

$$C_\mu = \tau_R g_{mR} + C_{jc0} \left( 1 - \frac{V_{b'c'}}{\phi_c} \right)^{-m_c} \quad (2-27)$$

$$C_{SUB} = C_{cs} \left( 1 - \frac{V_{cs}}{\phi_{cs}} \right)^{-m_s} \quad (2-28)$$

在此值得指出的是，在 SPICE 对电路进行交流分析之前，首先自动进行直流分析，求出被分析电路的直流工作点，而后在求得的工作点上，根据上述各公式求出交流小信号模型中各元件值。若双极型晶体管工作在正向有源区时，反向跨导  $g_{mR}$  和反相输入电导  $g_x$  均为零。在模型各元件值确定之后便作交流分析工作。

最后可以总结以下几点：

① E—M<sub>2</sub> 模型比 E—M<sub>1</sub> 模型增加八个元件，即三个恒定电阻（它们使模型更完善地表示出双极型晶体管的直流状态）、四个非线性电容和一个恒定电容（它们提供了模拟双极型晶体管内的电荷贮存效应的一阶模拟）。

② 和 E—M<sub>1</sub> 相比，E—M<sub>2</sub> 的模型参数增加了 12 个。其中直接描述三个电阻的有： $r_c$  表示为集电极欧姆电阻，并假定为常数的集总参数； $r_e$  表示为发射极欧姆电阻，也假定为一个常数的集总参数； $r_b$  表示为基极欧姆电阻，也假定为一个常数的集总参数。描述发射结电容  $C_{jE}$  的有三个模型参数即  $C_{jE0}$ 、 $\phi_E$  和  $m_E$ 。描述集电结电容  $C_{jC}$  的有三个模型参数即  $C_{jC0}$ 、 $\phi_c$  和  $m_{cc}$ 。描述发射区的扩散电容  $C_{de}$  的仅有一个模型参数  $\tau_F$ 。描述集电区扩散电容  $C_{dc}$  的也只有一个模型参数  $\tau_R$ 。

衬底电容  $C_{SUB}$  对 NPN 双极型晶体管为衬底和集电区之间的电容，对于横向 PNP 双极型晶体管则为衬底和基区之间的电容。

③ 在电路分析程序中，如果参与运算的模型不是 E—M<sub>2</sub> 而是 E—M<sub>1</sub> 时，则参数  $r_c$ 、 $r_b$ 、 $r_e$ 、 $C_{jE0}$ 、 $C_{jC0}$ 、 $\tau_F$ 、 $\tau_R$  和  $C_{SUB}$  全部空缺并按零处理，否则必须给予规定。而参数  $\phi_E$ 、 $\phi_c$  和  $m_e$ 、 $m_c$  的空缺值可不必为零。

## § 2-4 E—M<sub>3</sub> 模型

双极型晶体管的E—M<sub>3</sub>模型是在E—M<sub>2</sub>模型的基础上,考虑晶体管中存在的多种二级效应得到的。这些效应有:

- 基区宽度调制效应 (即Early效应);
- 大注入效应 (即Webster效应);
- 小电流效应 (即Sah效应);
- 正向时间常数 $\tau_F$ 随集电极电流 $I_C$ 变化效应(即Kirk效应);
- 空间电荷复合流抗饱和效应;
- 模型参数与温度的关系。

本节讨论的E—M<sub>3</sub>模型包括上述效应,从而模拟了双极型晶体管电流增益 $\beta_F$ 随集电极电流的变化、特征频率 $f_T$ 随集电极电流的变化、有限的双极型晶体管的输出电阻随集电极电流的变化、双极型晶体管存贮时间 $t_s$ 随集电极电流的变化、双极型晶体管参数随温度的变化。下面给出E—M<sub>3</sub>模型如图2-7所示。它与E—M<sub>2</sub>模型相比增加了两个描述PN结中复合电流的二极管 $D_{RC}$ 和 $D_{RE}$ ,但是在E—M<sub>3</sub>模型中的各元件的解析表达式中作了包括上述各效应的改变。下面针对上述二级效应分别说明。

### 一、基区宽度调制效应 (Early效应)

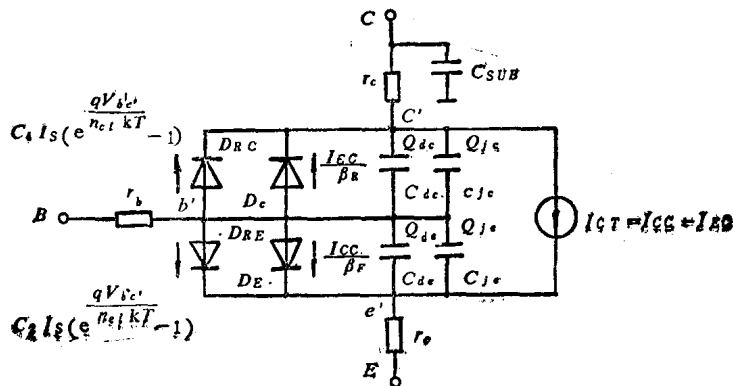


图 2-7 双极型晶体管的E—M<sub>3</sub>模型

基区宽度调制效应指的是当集电结上电压变化时,引起的有效基区宽度发生改变的效应。它直接影响管子的输出电导、电流增益和特征频率,表现在模型参数上有:管子的饱和电流 $I_S$ 是结电压 $V_{b'e}'$ 的函数;电流增益 $\beta_F$ 是结电压 $V_{b'e}'$ 的函数;正向渡越时间 $\tau_F$ 是结电压 $V_{b'e}'$ 的函数。

#### 1. Early电压

因为基区宽度 $W_b$ 受集电结电压 $V_{c'b}'$ 调制的量很小,所以可以看成是在零偏置下的基区宽度 $W_b(0)$ 上的一个增量,即

$$W_b(V_{c'b}') = W_b(0) + \Delta W_b$$

因此在

$$\Delta W_b = \left. \frac{dW_b}{dV_{c'b}'} \right|_{V_{c'b}'=0} \cdot V_{c'b}'$$

则有

$$W_b(V_{b'c'}) = W_b(0) \left[ 1 + \frac{V_{b'c'}}{W_b(0)} \cdot \frac{dW_b}{dV_{b'c'}} \Big|_{V_{b'c'}=0} \right]$$

若假定

$$V_A = \frac{W_b(0)}{\frac{dW_b}{dV_{b'c'}} \Big|_{V_{b'c'}=0}}, \text{ 且定义为正向Early电压}$$

那么

$$W_b(V_{b'c'}) = W_b(0) \left[ 1 + \frac{V_{b'c'}}{V_A} \right] \quad (2-29)$$

$V_A$ 的物理意义为：基区宽度的调制量为 $W_b(0)$ 时所需加在集电结上的电压 $V_{b'c'}$ 。 $V_{b'c'} > 0$ 为正向偏置， $V_{b'c'} < 0$ 为反向偏置。

Early电压的求法如下：

Early电压 $V_A$ 可根据图2-8中画出的 $I_C$ 随 $V_{CE}$ 变化的特性曲线的斜率求出。

由图2-8可知正向作用区的斜率 $g_0$ （假定 $V_{BE}$ =常数）可表示如下：

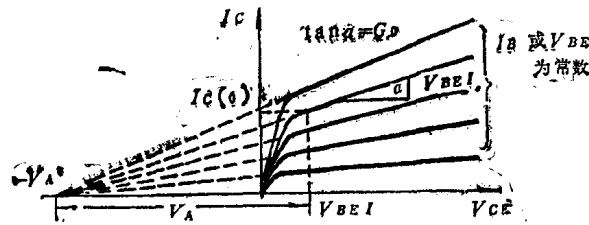


图 2-8 由晶体管的输出特性求Early电压

$$\begin{aligned} g_0 &= \frac{dI_C}{dV_{CE}} \Big|_{V_{BE}=\text{常数}} = - \frac{dI_C}{dV_{BC}} \Big|_{V_{BE}=\text{常数}} \\ &= - \frac{d}{dV_{BC}} \left[ I_S(V_{BC}) \cdot \left( e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right) \right] \\ &= - \left( e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right) \cdot \frac{d}{dV_{BC}} \left[ I_S(0) \cdot \left( 1 - \frac{V_{BC}}{V_A} \right) \right] \\ &= - \left[ \frac{I_S(0) \cdot \left( e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right)}{V_A} \right] \\ &= \frac{I_C(0)}{V_A} \end{aligned} \quad (2-30)$$

显然，只要在 $I_C \sim V_{CE}$ 坐标平面内，由对应某一 $V_{BE1}$ 值的一条特性曲线的斜线延长与 $V_{CE}$ 轴相交于 $-V_A'$ ，便可求得 $V_A$ 值。且

$$V_A = V_A' + V_{BE1} \quad (2-31)$$

$V_A$ 的典型值为50V。

## 2. $I_S$ , $\beta_F$ 和基区渡越时间 $\tau_B$ 的修正

由半导体物理可知，双极型晶体管的饱和电流 $I_S$ 和正向电流增益 $\beta_F$ 都近似和基区宽度成反比，而基区渡越时间 $\tau_B$ 与基区宽度平方成正比，所以考虑基区宽度调制效应以后，上述三

个参数可以写成如下形式:

$$I_s(V_b'c') = \frac{I_s(0)}{\left(1 + \frac{V_b'c'}{V_A}\right)} = I_s(0) \left(1 - \frac{V_b'c'}{V_A}\right) \quad (2-32)$$

$$\beta_F(V_b'c') = \frac{\beta_F(0)}{\left(1 + \frac{V_b'c'}{V_A}\right)} = \beta_F(0) \left(1 - \frac{V_b'c'}{V_A}\right) \quad (2-33)$$

$$\tau_B(V_b'c') = \tau_B(0) \left(1 + \frac{V_b'c'}{V_A}\right)^2 \quad (2-34)$$

另外值得提出的是, 基极电流与基区宽度调制效应无关, 这可以从下面关系式的结果中看出:

$$\begin{aligned} I_B &= \frac{I_{CC}(V_b'c')}{\beta_F(V_b'c')} = \frac{I_s(V_b'c')(e^{\frac{qV_b'c'}{kT}} - 1)}{\beta_F(V_b'c')} \\ &= \frac{I_s(0) \left(1 - \frac{V_b'c'}{V_A}\right) \left(e^{\frac{qV_b'c'}{kT}} - 1\right)}{\beta_F(0) \left(1 - \frac{V_b'c'}{V_A}\right)} \\ &= \frac{I_s(0)}{\beta_F(0)} \left(e^{\frac{qV_b'c'}{kT}} - 1\right) \end{aligned} \quad (2-35)$$

显然, 当  $V_b'c' < 0$ , 且  $|V_b'c'| \gg \frac{kT}{q}$  ( $\frac{kT}{q} = V_T$ ) 时,  $I_B$  是一个常数, 它与  $V_b'c'$  无关。

### 3. 反向Early电压 $V_B$

反向Early电压又称Late电压, 它可表示为

$$V_B = - \frac{W_b(0)}{\left. \frac{dW_b}{dV_b'c'} \right|_{V_b'c'=0}} \quad (2-36)$$

这时

$$W_b(V_b'c') = W_b(0) \left(1 + \frac{V_b'c'}{V_B}\right) \quad (2-37)$$

若综合考虑正、反向Early电压, 则  $I_s$  的表达式为

$$I_s(V_b'c', V_b'c') = \frac{I_s(0)}{\left(1 + \frac{V_b'c'}{V_B} + \frac{V_b'c'}{V_A}\right)} \quad (2-38)$$

通常发射结经常处于正向偏置, 因此反向Early电压  $V_B$  的影响常被忽略不计。

## 二、小电流效应 (sah效应)

### 1. 在双极型晶体管正向有源区

在双极型晶体管正向有源区, 测量基极电流  $I_B$  对发射结电压  $V_b'c'$  的依赖关系可得如图 2-9 曲线。

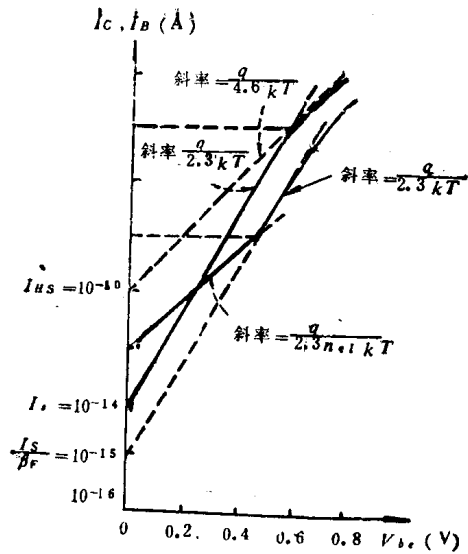


图 2-9  $I_B$  和  $I_C$  对  $V_{be}$  的关系

由图 2-9 可知,  $I_B$  由两部分组成, 用分式表示为

$$I_B = \frac{I_S}{\beta_F} \left[ \exp\left(\frac{qV_{be}'}{kT}\right) - 1 \right] + C_2 I_S \left[ \exp\left(\frac{qV_{be}'}{kTn_{e1}}\right) - 1 \right] \quad (2-39)$$

式中第一项为基区复合电流, 它相当于 E-M<sub>3</sub> 模型中以  $\frac{I_{CC}}{\beta_F}$  表示的  $D_K$  二极管。第二项为发射结空间电荷区中的复合电流, 它相当于 E-M<sub>3</sub> 模型中的  $D_{RB}$  二极管。其中  $C_2$  和  $n_{e1}$  (发射系数) 为所引入的模型参数, 表示发射结空间电荷区复合电流的特性。

### 2. 在双极型晶体管反向有源区

按上述同样办法也可测得双极型晶体管的发射极电流  $I_E$  (即传输电流  $I_{EC}$ ) 和基极电流  $I_B$  对集电结电压  $V_{bc}'$  的关系曲线, 它和图 2-9 的曲线完全类似。  $I_E$  也由两部分组成, 用公式表达为

$$I_E = \frac{I_S}{\beta_R} \left[ \exp\left(\frac{qV_{bc}'}{kT}\right) - 1 \right] + C_4 I_S \left[ \exp\left(\frac{qV_{bc}'}{kTn_{o1}}\right) - 1 \right] \quad (2-40)$$

式中第一项为注入基区或集电区的少数载流子的复合电流, 在 E-M<sub>3</sub> 中以  $D_O$  二极管表示。第二项为集电结空间电荷区中的复合电流, 相当于 E-M<sub>3</sub> 模型中的  $D_{BO}$  二极管。其中  $C_4$  和  $n_{o1}$  (发射系数) 为引入的模型参数。

### 3. 双极型晶体管处于饱和区

这时发射结与集电结都处于正向偏置, 总的基极电流

$$I_B = \frac{I_S}{\beta_F} \left[ \exp\left(\frac{qV_{be}'}{kT}\right) - 1 \right] + C_2 I_S \left[ \exp\left(\frac{qV_{be}'}{kT}\right) - 1 \right] + \frac{I_S}{\beta_R} \left[ \exp\left(\frac{qV_{bc}'}{kT}\right) - 1 \right] + C_4 I_S \left[ \exp\left(\frac{qV_{bc}'}{kT}\right) - 1 \right] \quad (2-41)$$

## 三、大注入效应 (Webster 效应)

由图 2-9 看出, 当集电极电流  $I_C$  较大时,  $I_C$  和  $V_{be}$  的关系为

$$I_C = I_{ns} \exp\left(\frac{qV_{be}'}{2kT}\right) \quad (2-42)$$



式(2-42)就是Webster指出的大注入时集电极电流和发射结电压的关系式。

在上述情况下,集电极电流 $I_C$ 就是传输电流 $I_{CC}$ ,于是

$$\begin{aligned} \frac{1}{I_{CC}} &= \frac{1}{I_{HS} \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{2kT}\right)} + \frac{1}{I_S \left[ \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{kT}\right) - 1 \right]} \\ &= \frac{1}{I_S \left[ \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{kT}\right) - 1 \right]} \times \left[ \frac{I_S \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{kT}\right)}{I_{HS} \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{2kT}\right)} + 1 \right] \end{aligned}$$

即

$$I_{CC} = \frac{I_S \left[ \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{kT}\right) - 1 \right]}{\left[ 1 + \frac{I_S}{I_{HS}} \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{2kT}\right) \right]} \quad (2-43)$$

这样,在E-M<sub>3</sub>模型中的传输电流 $I_{CC}$ 应以式(2-43)表示,它不同于在E-M<sub>1</sub>模型中的传输电流 $I_{CC}$ 的表示式。式(2-43)反映双极型晶体管在小注入和大注入时的传输电流 $I_{CC}$ 与发射结电压 $V_{b'e'}$ 的关系。

当处于小注入状态时,由于

$$I_S \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{kT}\right) \ll I_{HS} \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{2kT}\right)$$

所以

$$I_{CC} = I_S \left[ \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{kT}\right) - 1 \right]$$

当处于大注入时,由于

$$I_S \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{kT}\right) \gg I_{HS} \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{2kT}\right)$$

所以

$$I_{CC} = I_{HS} \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{2kT}\right)$$

#### 四、 $\beta_{FIC}$ 与 $I_C$ 的关系

根据上述模型的电流关系式,可以模拟出直流正向电流增益 $\beta_{FIC}$ 与集电极电流 $I_C$ 的关系,下面针对不同电流注入条件说明。

1. 在大电流时

在大注入条件下,有

$$I_C = I_{CC} = I_{HS} \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{2kT}\right)$$

$$I_B = \frac{I_S}{\beta_F} \left[ \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{kT}\right) - 1 \right] \approx \frac{I_S}{\beta_F} \exp\left(\frac{qV_{b'e'}}{kT}\right)$$

因为在这种情况下定义