

全国高等学校工科电子信息类规划教材

李志能 叶旭同 编著

光电信息处理系统



浙江大学出版社

465382

全国高等学校工科电子信息类规划教材

光电信息处理系统

李志能 叶旭罔 编著

浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

光电信息处理系统/李志能, 叶旭同编著. -杭州:
浙江大学出版社, 1999. 10.
全国高等学校工科电子信息类规划教材
ISBN 7-308-02194-7

I. 光... II. ①李... ②叶... III. 光电子信息处
理系统-高等学校-教材 IV. TP391

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 49892 号

出版发行 浙江大学出版社
(杭州玉古路 20 号 邮政编码 310027)
(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)

责任编辑 李桂云

排 版 浙江大学出版社电脑排版中心
印 刷 杭州金融管理干部学院印刷厂
经 销 浙江省新华书店
开 本 787mm×1092mm 1/16 开
印 张 17
字 数 432 千
版 次 1999 年 10 月第 1 版第 1 次印刷
印 数 0001—1000
书 号 ISBN 7-308-02194-7/TP·187
定 价 21.00 元

内 容 简 介

本书系按电子工业部全国电子信息类教材 1996~2000 年出版规划编写,书中将现代光学信息处理数学基础、技术和电子学的数字、图像处理基础理论融合在一起,统一在线性系统这一基本框架中。参考学时数为 60 学时。主要内容包括光电信息处理数学基础、数字滤波器、电信号转换、光学成像与信息处理系统、小波分析基础,各章后附有习题和思考题。本教材可作为大学高年级本科生和硕士生专业课教材,亦可作为科技工程人员的参考书。

前 言

本书系按电子工业部全国电子信息类教材 1996—2000 年编写出版规划,由全国“物理电子技术”教学指导委员会征稿、评选、审定、推荐出版。责任编委为杨祥林教授。

本书由浙江大学李志能、叶旭同编著。北京理工大学曹根瑞教授担任主审。

本课程将现代光学信息处理数学基础、技术和电子学的数字、图像处理基础理论融合在一起,统一在线性系统这一基本框架中。参考学时数为 60 学时。主要内容包括光电信息处理数学基础、数字滤波器、光电信号转换、光学成像与信息处理系统、小波分析基础,各章后附有习题和思考题。

本教材被列入全国高等学校工科电子信息类“九五”统编教材计划,得到物理电子学专业技术指导委员会张克潜、杨祥林、周文、陈抗生等各位委员的热情支持和推荐。曹根瑞教授作了认真仔细的审阅,并提出了许多宝贵的意见。

在编著过程中,得到陈秀峰、黄达谔、杨冬晓副教授的热诚帮助,对本书的编排提出了许多有益的建议。项章燕小姐绘制了全部插图和文字输入。在出版过程中,得到了浙江大学教材研究科和浙江大学出版社热情的支持,作者在此一并表示衷心的感谢。

本教材可作为大学高年级本科生和硕士研究生专业课教材,亦可作为科技工程人员的参考书。

由于作者水平有限,本书难免还有一些问题和缺点,竭诚希望兄弟学校师生、广大读者提出批评和改进意见。

作者于浙大求是园

1999 年 7 月

目 录

绪 言	(1)
第一章 时空域信号、变换与系统	(3)
§ 1.1 时、空域信号	(3)
§ 1.1.1 概述	(3)
§ 1.1.2 时域、空域信号分类	(3)
§ 1.1.3 信号处理中常用的函数	(4)
§ 1.2 系统的基本性质	(9)
§ 1.2.1 概述	(9)
§ 1.2.2 系统的普遍模型	(10)
§ 1.2.3 系统的类型和性质	(12)
§ 1.2.4 系统脉冲响应	(14)
§ 1.2.5 系统的本征函数	(15)
§ 1.2.6 线性时、空不变系统的输入与输出的普遍关系	(16)
§ 1.3 卷积与相关	(17)
§ 1.3.1 卷积的定义及存在条件	(17)
§ 1.3.2 卷积性质	(18)
§ 1.3.3 相关	(21)
§ 1.4 傅里叶变换	(23)
§ 1.4.1 傅里叶变换性质	(24)
§ 1.4.2 汉克尔(Hankel)变换	(34)
§ 1.5 信号抽样及复原	(37)
§ 1.5.1 抽样定理	(37)
§ 1.5.2 坐标点值和斜率抽样	(39)
§ 1.5.3 交叉抽样	(42)
§ 1.5.4 实际抽样函数	(43)
§ 1.5.5 二维抽样	(44)
§ 1.6 离散傅里叶变换及图像变换表达式	(45)
§ 1.6.1 离散傅里叶变换(DFT)	(45)
§ 1.6.2 快速傅里叶变换(FFT)	(47)
§ 1.6.3 图像变换的一般表达式	(49)
§ 1.7 Z 变换	(51)
§ 1.7.1 拉普拉斯变换	(51)

§ 1.7.2 Z 变换	(55)
§ 1.7.3 Z 反变换	(59)
§ 1.7.4 Z 变换的基本性质	(63)
§ 1.7.5 离散时间系统与 z 域分析	(66)
习题 1	(68)
第二章 数字滤波器	(74)
§ 2.1 概述	(74)
§ 2.2 数字滤波器(DF)的基本网络结构	(75)
§ 2.2.1 无限脉冲响应(IIR)及有限脉冲响应(FIR)数字滤波器	(75)
§ 2.2.2 DF 的基本网络结构	(76)
§ 2.3 IIR 数字滤波器的设计	(79)
§ 2.3.1 模拟滤波器设计简介	(80)
§ 2.3.2 从模拟滤波器到数字滤波器的变换方法	(82)
§ 2.4 IIR DF 频率间接设计举例	(86)
§ 2.5 FIR 数字滤波器的特性	(89)
§ 2.5.1 线性相位	(89)
§ 2.5.2 线性相位 FIR 滤波器的基本性质	(90)
§ 2.6 FIR 数字滤波器的设计	(93)
§ 2.6.1 傅里叶级数法(窗口法)	(93)
§ 2.6.2 窗口加权法	(96)
§ 2.7 IIR 数字滤波器与 FIR 数字滤波器的比较	(100)
习题 2	(101)
第三章 光电信号转换	(103)
§ 3.1 光电探测器	(103)
§ 3.1.1 光电探测器原理	(103)
§ 3.1.2 光电探测器的特性参数	(106)
§ 3.1.3 光电子发射器件	(109)
§ 3.1.4 PIN 光电二极管	(114)
§ 3.2 电荷耦合成像器件	(116)
§ 3.2.1 电荷耦合器件的基本原理	(117)
§ 3.2.2 电荷耦合器件基本结构	(120)
§ 3.2.3 电荷耦合成像器件(CCID)	(128)
§ 3.2.4 电荷耦合器件的性能	(132)
§ 3.3 空间光调制器(SLM)	(144)
§ 3.3.1 电光调制	(144)
§ 3.3.2 声光调制	(149)
§ 3.3.3 磁光调制	(151)
§ 3.3.4 液晶光阀(LCLV)	(151)

§ 3.4 光盘和光全息存储器	(160)
§ 3.4.1 追记型光盘(DRAW)	(160)
§ 3.4.2 可擦式光盘	(162)
§ 3.4.3 光全息存储器	(164)
习题 3	(168)
第四章 光学信息处理系统	(170)
§ 4.1 光波衍射	(170)
§ 4.1.1 瑞利—索末菲衍射	(170)
§ 4.1.2 二次位相函数	(171)
§ 4.1.3 菲涅耳衍射区域	(172)
§ 4.1.4 夫琅和费衍射	(173)
§ 4.1.5 透镜对衍射的影响	(175)
§ 4.2 相干光学成像系统	(181)
§ 4.2.1 光学成像系统的基本模型	(181)
§ 4.2.2 相干成像系统特性	(183)
§ 4.2.3 典型的相干成像装置	(189)
§ 4.3 非相干光成像系统	(191)
§ 4.3.1 非相干光成像系统的分析模型	(191)
§ 4.3.2 非相干光成像系统传递函数	(194)
§ 4.3.3 实际光学系统的传递函数	(199)
§ 4.4 光学滤波系统及其应用	(203)
§ 4.4.1 光学滤波系统的基本原理	(203)
§ 4.4.2 光学滤波函数对像的重大影响	(205)
§ 4.4.3 光学滤波系统的应用	(208)
§ 4.5 光学相关运算和图像识别系统	(211)
§ 4.5.1 光学相关运算	(211)
§ 4.5.2 图像识别	(213)
§ 4.6 光学数学运算系统	(214)
§ 4.6.1 加减运算	(214)
§ 4.6.2 乘除运算	(216)
§ 4.6.3 微积分运算	(217)
§ 4.6.4 多通道运算	(218)
§ 4.6.5 傅里叶变换运算——频谱分析系统	(219)
§ 4.6.6 混合运算处理系统	(220)
§ 4.7 非相干光处理系统	(220)
§ 4.7.1 非相干光学处理的基本方法	(221)
§ 4.7.2 非相干光学处理的主要应用	(222)
§ 4.8 光学控制系统理论基础	(223)
§ 4.8.1 光学线性空间不变系统理论	(223)

§ 4.8.2 光学控制系统理论	(227)
§ 4.8.3 光学控制系统实例	(229)
习题 4	(232)
第五章 小波分析基础	(235)
§ 5.1 引言	(235)
§ 5.2 小波变换(WT)	(236)
§ 5.2.1 小波变换的定义	(236)
§ 5.2.2 频域中的小波变换	(237)
§ 5.2.3 小波函数的存在条件	(238)
§ 5.2.4 离散的小波变换	(238)
§ 5.2.5 小波变换的基本性质	(238)
§ 5.2.6 小波函数	(239)
§ 5.3 小波分解与重构	(241)
§ 5.3.1 Hilbert 空间	(241)
§ 5.3.2 多分辨分析及其表示	(243)
§ 5.3.3 Mallat 算法	(245)
§ 5.4 小波变换在信号处理中的应用	(247)
§ 5.4.1 小波分析用于信号滤波	(248)
§ 5.4.2 基于小波变换的图像压缩	(248)
§ 5.5 光学小波变换及其应用	(252)
§ 5.5.1 一维信号的光学小波变换系统	(253)
§ 5.5.2 二维信号的光学小波变换系统	(255)
§ 5.5.3 光学小波变换的应用	(258)
§ 5.5.4 光学小波变换的特性讨论	(259)
参考文献	(261)

绪 言

现代科学技术的发展超过了传统学科的界限,形成了不同学科的交叉和结合。在现代光学系统发展中,电子信息技术发挥了越来越重要的影响。从物理学角度看,光学现象和电子学现象具有相近的属性,遵循类似的数学原理。光学仪器、机器人视觉、光纤通信、光纤传感、光纤陀螺等都需要与电子系统(包括电子计算机)相结合;而高速、大容量的信息传输与处理系统、巨型电子计算机等又需要用光学并行处理技术。这种光电混合系统(或装置)充分发挥了光学和电子学两种技术各自的优越性。电子学处理技术灵活、精确度高,但速度慢,而光学处理技术则恰好相反,具有高速的并行输入和输出,极高的处理速度,但精度差、不易控制。因此,目前在许多领域中光电混合处理系统被广泛应用,即使在学科前沿领域,如数字光学计算机、机器人视觉、神经网络等其可行性方案也是光电混合型的。

目前国内信息处理方面的教材侧重于一个方面,例如“数字信号处理”、“图形和图像处理”等着重于电子处理技术,而“信息光学”、“光学信息处理”着重于光学处理技术。因此,光电信息类等专业的学生要学习光电信息处理技术,需由两门课来完成,或需要好几本参考书来进行教学。这样不仅课时多、重复率高,而且加重了学生负担。

基于上述指导思想,结合多年来从事“光学信息处理”、“数字信号处理”等课程的教学经验,编著了《光电信息处理系统》这一教材。本教材力求把现代光学信息处理数学基础、技术和电子学的数字、图像处理基础理论融合在一起,统一在线性系统基本框架中。光波的传输、衍射、相干都可以用线性系统来处理,由此非常自然地推进到光学系统滤波、抽样、复原、传递函数和点扩展函数等概念,它们与电子信息处理中的滤波、抽样、复原、传递函数、脉冲响应等概念几乎完全一致,数学表达式亦相似,只是处理对象不同而已。读者掌握了光电信息处理基础理论和基本技术后,亦能从事其它领域中类似的信息处理。

光学信息处理和电子学信息处理都在不断地发展。例如人工神经网络、模糊处理与控制技术、小波分析、混沌学等等。从处理技术角度看,光、电混合信息处理的关键是光电转换技术,其核心是转换器件。光电、电光转换器件种类很多,有气体的、固体的、半导体的、液晶态的。总之,光电信息处理内容极其丰富,交叉学科飞速发展,新的处理技术层出不穷,教材内容需要精心选取。在有限篇幅中力求使基础理论既要有系统性,又要简明扼要;基本处理技术既有典型性,又有普遍性;同时适度兼顾前沿学科的发展,为读者进一步深入研究打下基础。为此本书安排了如下五章内容。

第一章为“时空域信号、变换与系统”。光电信息处理的对象都是信号。电子学中的信号以时序信号为主,是一维函数;光学中的信号则以空间信号为主,是二维函数。二者在信息处理过程中都需要进行离散处理,或者都需要在频域中进行处理。线性系统是信号处理的基本系统,系统的基本特性及相关运算、傅里叶变换、信号抽样及复原、离散傅里叶变换、Z变换等都在本章中描述。

第二章为“数字滤波器”。数字滤波器是数字信号处理中应用最广的一个系统环节,是信号处理的基本技术。本章着重于数字滤波器的概念、特性及基本的设计方法。包括有限冲激响应

滤波器及无限冲激响应滤波器的设计,穿插介绍模拟滤波器的设计,力求内容简明扼要、完整清晰。

第三章为“光电信号转换”。光电混合信息处理系统中必需进行光、电信号的相互转换。没有光电转换技术,就没有光电混合处理技术。本章选取光电混合处理必需的几个代表性器件:探测器、电荷耦合器、空间光调制器、光存储器等。常见的光电转换器件(例如真空显示器件、摄像器件)及传感器件未被列入本章内容。

第四章为“光学成像与信息处理系统”。本章描述光波传输衍射理论,相干和非相干光学成像系统的基本特性,光学系统点扩展函数和传递函数的概念与计算,光学滤波器及其应用,光学数学运算,光学控制理论和典型的光电混合控制系统等。

第五章为“小波分析基础”。小波分析是近几年发展起来的一种新兴的理论,具有良好的局部化特性,可以对分析对象的任意细节进行处理。本章介绍从傅里叶变换、盖伯变换,到小波变换的发展过程,小波变换的基本内容和性质,小波分解与重构,小波变换在信号处理中的应用,光学小波变换实现原理及其应用等。

第一章 时空域信号、变换与系统

本章介绍各类定义域中的信号及其内在关系和数学形式,主要的数学变换技术以及信号处理的基本系统——线性系统的基本特性及相关运算。

§ 1.1 时、空域信号

§ 1.1.1 概述

当今是信息的时代。从自然科学角度看,信息是反馈一个物理系统的状态或特性的先兆。而一个物理系统的状态和特性是以各种物理量的性质、数量及其相互函数关系来表达的。一个能传递物理系统之状态或特性信息的函数称之为信号。信息的表现形式是多种多样的,例如电磁波是通信信息;一切大自然景象、照相、电视包含着大量的光信息;遗传密码是生物信息;人类语言是社会信息。

人们要获取信息,通常首先要获取信号,再通过对信号的分析与处理,才能取得需要的信息。例如某人怀疑自己是否有心脏病,须先到医院去做一个心电图,心电图实质上是一种与人的心脏跳动有关的生物电位信号;如果检查某一电视机故障发生在哪里,你首先测量电路各个点工作电压值是否正常,工作点电压就是信号,哪一点上电压值不符合规定值,电视机故障就可能发生在该处;再如飞行员要获得飞机的飞行状态与发动机的工作是否正常这一信息,就首先要获得飞机飞行状态的多种物理量(如飞行高度、速度、航向)随时间变化的函数关系,以及表征发动机工作状态的各种物理量(如温度、压力、转速、振动等)随时间变化的函数关系,这种物理量通常由各种传感器转变为电压或电流。飞行员获得这些信号后,根据一定的专业知识对这些信号进行分析与处理,最后判断是否正常飞行这一未知信息。

由此可见,信号中包含着人们未知的信息,能取得信号并不等于就获得了信息,必须对信息进行分析与处理,才能从信号中提取所需信息,所以说信号是承载信息的物理形式。信号既然是一个函数,在数学上就可以表示为一个或几个独立变量的函数,亦可以用图表形式来表示。信号可以是一个时间函数,亦可以是一个空间函数。通信系统的信号通常是电压、相位的时间函数,一幅静止的图像通常是亮度的空间函数,动态图像既是空间函数,又是时间函数。

按变量(时间或空间)取值的方式不同,可将信号分为连续信号和离散信号,按信号性质分,则可分为确定信号和随机信号。在给定的某一时刻(或空间某一点)即可确定一相位的函数值,称为确定性信号;若不能确定其函数值,只能知道它某一函数值的概率,称为随机信号。系统噪声是随机信号。当然确定信号和随机信号亦是相对而言的。本教材着重于研究确定信号。

§ 1.1.2 时域、空域信号分类

随时间变化的信号称为时域信号,用数学符号表示为 $V(t)$,它又称为波形。如图 1.1.1(a)所示。须注意的是:图 1.1.1(a)所示的是物理信号,它总是 t 的单值函数,而在数学上的 $V(t)$

可以是 t 的多值函数,两者既有一定的联系,又有一定的区别。

如果在所讨论的时间域中,对于任意时间值,都可以给出对应的函数值,则称为连续信号。对于连续信号,其函数值(或信号幅值)可以是连续的,也可以是离散的,如图 1.1.1(b)所示。时间和幅值都是连续的信号称为模拟信号。如果信号只在某些离散的瞬时给出函数值,而在其它时间没有定义,则称为离散时间信号(简称离散信号),如图 1.1.1(c)所示。它亦可分为幅度连续和幅度离散的,前者为模拟信号的抽样函数。在时间和幅值上经过量化的信号称数字信号。数字信号总是可以用一序列的数来表示,而每一个数又是由有限位数码来表示的。

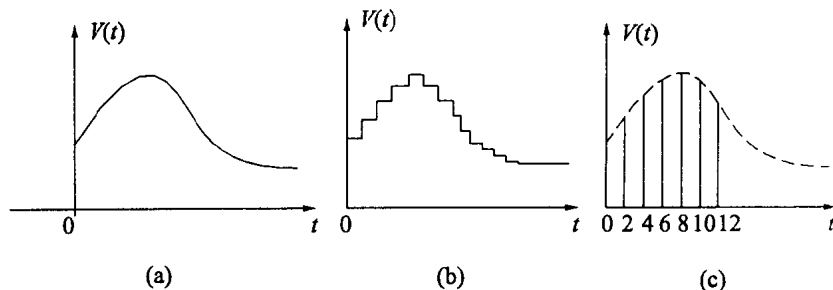


图 1.1.1 时域信号

时域信号还可以分为周期性信号、非周期性信号及准周期性信号。前两种大家都很熟悉,所谓准周期信号就是有限个周期而不成为公倍数的函数混合作用产生的信号。例如一个开关电源,不满足稳态工作条件下的初始振荡信号,这种信号特点是具有平均功率,但不满足整个振荡周期性,只具有近似周期性的性质,即准周期性的特性。

随空间变化的信号称为空间域信号(简称空域信号)。空域信号可以是一维的,亦可以是多维的,它的数学表达式为 $V(x, y, z)$ 。对一个平面静止图像的的信号,它变为 $V(x, y, z_0)$,即在 $z = z_0$ 平面的图像信号,它是一个二维信号,例如一张照片和 X 光平面片。如果分别在 $z = z_1, z_2, \dots, z_n$ 处拍摄出一系列照片,它们可重建三维图形,医学上的断层摄影技术就是一例。空域信号与时域信号一样,亦可以分为连续空域信号和离散空域信号,亦有周期、非周期之分,只不过对于多维信号,图形表示较为困难。

实际的图像信号往往既是空间函数,又是时间函数,例如动态的电视图像。通常数学表示为 $V(x, y, z_0, t)$ 。当然电视已规定了行扫描时间和场扫描时间,亦就是确定了行和场扫描速度 v_x 和 v_y ,因此它可改写为 $V(v_x t, v_y t, z_0, t)$, v_x, v_y, z_0 已经确定,因此它仅仅是 t 的函数。由此可见,函数变量是可转换的。需要注意的是:有些场合,时间变量只有在 $0 \rightarrow \infty$ 区间才有物理意义,而空间变量一般在 $-\infty \sim \infty$ 区域都有意义。一般在分析和讨论时域和空域函数普遍性质时,我们往往不加区别,敬请读者注意。

§ 1.1.3 信号处理中常用的函数

信号种类很多,亦有规则信号和不规则信号,还有连续信号和离散信号,有周期信号和非周期信号等。例如:常遇到的典型连续信号、正弦信号、指数衰减信号、复指数信号、高斯信号;还有一些奇特信号,如斜变信号、三角信号等等。本节描述这些特殊的信号函数,它们在信号处理中会被经常应用。

1. 矩形函数

矩形函数(图 1.1.2)是在信号处理中最常用的函数,也是最有用的函数之一。其定义如下:

$$\text{rect}\left(\frac{x-x_0}{b}\right) = \begin{cases} 0 & |(x-x_0)/b| > \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & |(x-x_0)/b| = \frac{1}{2} \\ 1 & |(x-x_0)/b| < \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1.1.1)$$

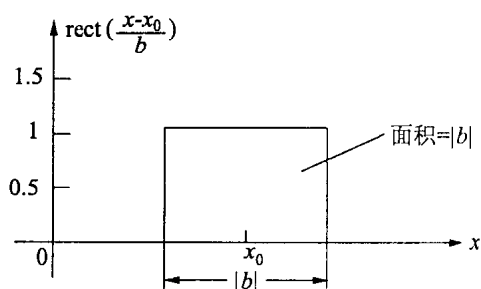


图 1.1.2 一维矩形函数

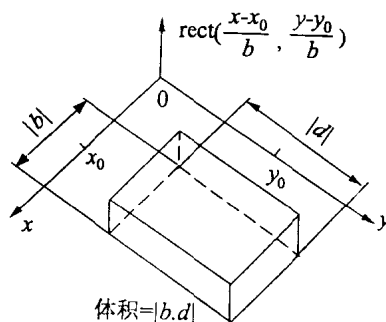


图 1.1.3 二维矩形函数

二维矩形函数(图 1.1.3)定义为

$$\text{rect}\left(\frac{x-x_0}{b}, \frac{y-y_0}{d}\right) = \text{rect}\left(\frac{x-x_0}{b}\right)\text{rect}\left(\frac{y-y_0}{d}\right) \quad (1.1.2)$$

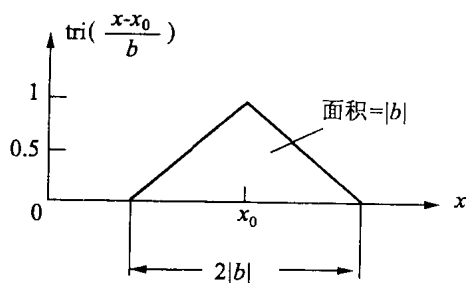


图 1.1.4 三角状函数

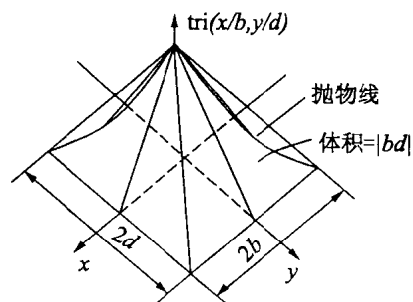


图 1.1.5 二维三角状函数

2. 三角状函数

三角状函数(图 1.1.4)也是一种很重要的函数,定义为

$$\text{tri}\left(\frac{x-x_0}{b}\right) = \begin{cases} 0 & \left|\frac{x-x_0}{b}\right| > 1 \\ 1 - \left|\frac{x-x_0}{b}\right| & \left|\frac{x-x_0}{b}\right| < 1 \end{cases} \quad (1.1.3)$$

二维三角状函数(图 1.1.5)定义为

$$\text{tri}\left(\frac{x-x_0}{b}, \frac{y-y_0}{d}\right) = \text{tri}\left(\frac{x-x_0}{b}\right)\text{tri}\left(\frac{y-y_0}{d}\right) \quad (1.1.4)$$

3. 阶跃函数

阶跃函数(图 1.1.6)亦称阶梯函数,定义为

$$\text{step}\left(\frac{x-x_0}{b}\right) = \begin{cases} 0 & \frac{x}{b} < \frac{x_0}{b} \\ 1/2 & \frac{x}{b} = \frac{x_0}{b} \\ 1 & \frac{x}{b} > \frac{x_0}{b} \end{cases} \quad (1.1.5)$$

4. 斜变函数(ramp 函数)

斜变函数(图 1.1.7)定义为

$$\text{ramp}\left(\frac{x-x_0}{b}\right) = \begin{cases} 0 & \frac{x}{b} \leq \frac{x_0}{b} \\ \frac{x-x_0}{b} & \frac{x}{b} > \frac{x_0}{b} \end{cases} \quad (1.1.6)$$

5. 符号函数

符号函数(图 1.1.8)定义为

$$\text{sgn}\left(\frac{x-x_0}{b}\right) = \begin{cases} -1 & \frac{x}{b} < \frac{x_0}{b} \\ 0 & \frac{x}{b} = \frac{x_0}{b} \\ 1 & \frac{x}{b} > \frac{x_0}{b} \end{cases} \quad (1.1.7)$$

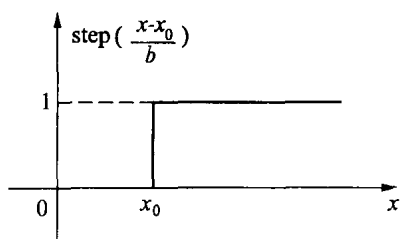


图 1.1.6 阶跃函数

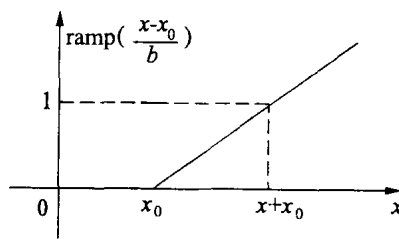


图 1.1.7 斜变函数

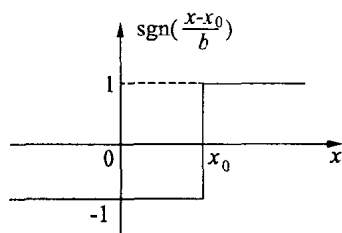


图 1.1.8 符号函数

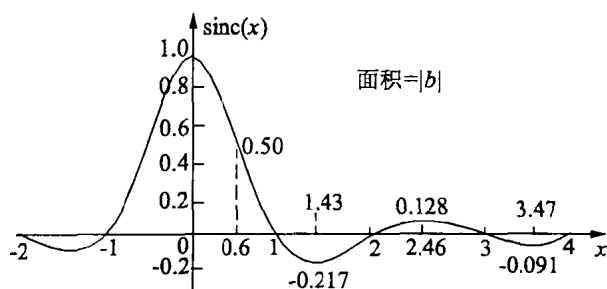


图 1.1.9 sinc 函数

6. sinc 函数

sinc 函数(图 1.1.9)也是信号处理中最重要的函数之一,它与矩形函数关系非常紧密,除了适当的比例变换和位移外,彼此互为傅里叶变换对。它的定义为

$$\text{sinc}\left(\frac{x-x_0}{b}\right) = \frac{\sin\pi\left(\frac{x-x_0}{b}\right)}{\pi\left(\frac{x-x_0}{b}\right)} \quad (1.1.8)$$

7. sinc^2 函数

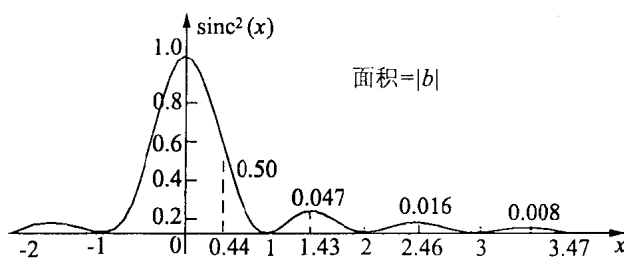


图 1.1.10 sinc^2 函数

这个函数在光电混合信号处理中是经常遇到的。 sinc^2 函数可以用来描述单狭缝夫琅和费衍射图样的一维强度剖面图,也用来描述非相干照明时点扩展函数(亦称脉冲响应)。它与三角状函数互为傅里叶变换,当然除了适当的比例变换和位移之外,它的函数曲线如图 1.1.10 所示。

对于二维而言, sinc 和 sinc^2 函数定义为

$$\text{sinc}\left(\frac{x-x_0}{b}, \frac{y-y_0}{d}\right) = \text{sinc}\left(\frac{x-x_0}{b}\right) \text{sinc}\left(\frac{y-y_0}{d}\right) \quad (1.1.9)$$

$$\text{sinc}^2\left(\frac{x-x_0}{b}, \frac{y-y_0}{d}\right) = \text{sinc}^2\left(\frac{x-x_0}{b}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{y-y_0}{d}\right) \quad (1.1.10)$$

8. 高斯函数

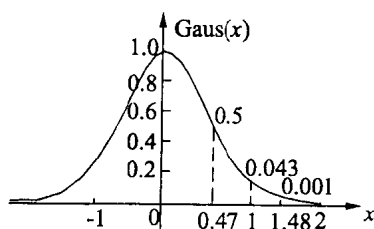


图 1.1.11 高斯函数

一维高斯函数(图 1.1.11)定义为

$$\text{Gaus}\left(\frac{x-x_0}{b}\right) = \exp\left[-\pi\left(\frac{x-x_0}{b}\right)^2\right] \quad (1.1.11)$$

二维高斯函数定义为

$$\begin{aligned} \text{Gaus}\left(\frac{x-x_0}{b}, \frac{y-y_0}{d}\right) \\ = \text{Gaus}\left(\frac{x-x_0}{b}\right) \text{Gaus}\left(\frac{y-y_0}{d}\right) \end{aligned} \quad (1.1.12)$$

或

$$\text{Gaus}\left(\frac{r}{d}\right) = e^{-\pi(r/d)^2} \quad (1.1.13)$$

9. 柱状函数

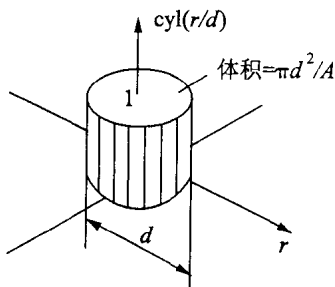


图 1.1.12 圆柱形函数

圆柱状函数(图 1.1.12)常用来描述圆孔的透射率,它的定义为

$$\text{cyl}\left(\frac{r}{d}\right) = \begin{cases} 1 & 0 < r = \sqrt{x^2 + y^2} < d/2 \\ \frac{1}{2} & r = \sqrt{x^2 + y^2} = d/2 \\ 0 & r = \sqrt{x^2 + y^2} > d/2 \end{cases} \quad (1.1.14)$$

10. 礼帽函数(Sombrero 函数)

图 1.1.13 所示的礼帽函数定义为

$$\text{somb}\left(\frac{r}{d}\right) = \frac{2J_1(\pi r/d)}{\pi r/d} \quad (1.1.15)$$

式中 $J_1(\cdot)$ 是一阶贝耳函数。礼帽函数用来描述圆孔的光学系统的点扩展函数,它与圆柱状函数互为傅里叶变换对。

$$\text{somb}^2\left(\frac{r}{b}\right) = \left[\frac{2J_1(\pi r/d)}{\pi r/d}\right]^2 \quad (1.1.16)$$

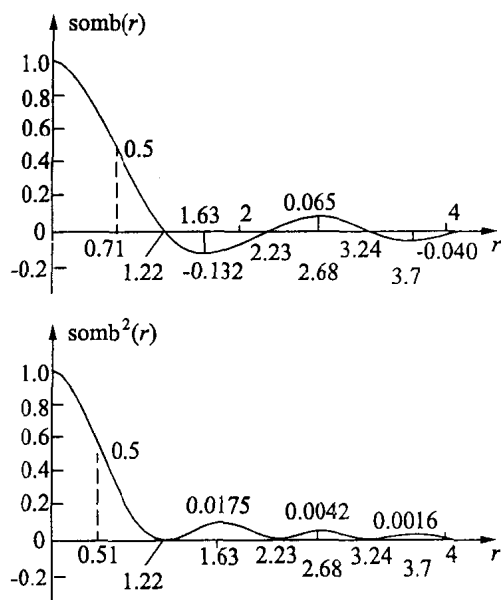


图 1.1.13 礼帽函数

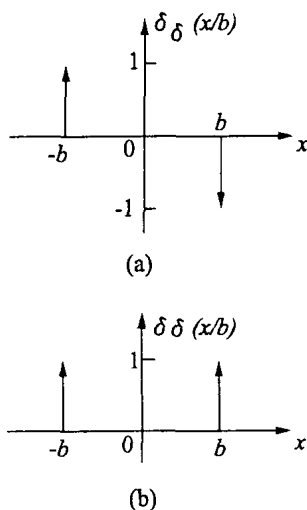


图 1.1.14 奇、偶 δ 函数对

11. Delta 函数(δ)

δ 函数常常用来代表物理现象中的基本质点,例如点光源、点脉冲、点电荷等。通常定义为

$$\left. \begin{aligned} \delta(x - x_0) &= 0 & x &\neq x_0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0) dx &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (1.1.17)$$

它具有筛选性质和比例变换性质

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0) \quad (1.1.18)$$

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x) \quad (1.1.19)$$

它的乘积性质是

$$\delta(x - x_0) h(x) = \delta(x - x_0) h(x_0) \quad (1.1.20)$$

其卷积性质为

$$\delta(x - x_0) * h(x) = h(x - x_0) \quad (1.1.21)$$

$$f(x) * \delta^{(n)}(x) = f^{(n)}(x) \quad (1.1.22)$$

$$\delta^{(n)}\left(\frac{x}{b}\right) = b^n |b| \delta^{(n)}(x) \quad (1.2.23)$$

奇、偶 δ 函数对的定义为

$$\delta_\delta\left(\frac{x}{b}\right) = |b| [\delta(x + b) - \delta(x - b)] \quad (1.1.24)$$

$$\delta\delta\left(\frac{x}{b}\right) = |b| [\delta(x + b) + \delta(x - b)] \quad (1.1.25)$$

它们如图 1.1.14 所示

12. 梳形函数(comb 函数)

它的形状如梳子(图 1.1.15),定义为