

高等结构力学丛书之一

结构力学 基础

王勖等 李惠周 编著

人民交通出版社

0302
W 10

378501

高等结构力学丛书之一

结构力学基础

Jiegou Lixue Jichu

王朝伟 李廉锴 缪加玉



人民交通出版社

(京)新登字091号

内 容 提 要

《结构力学基础》主要介绍各种形式的静定和超静定结构的受力变形分析和内力计算方法,是学习各类专业结构力学的基础课。为便于读者学习和应用,书中列举了大量实用结构计算例题,并附有计算机计算程序。

DL6/07
高等结构力学丛书之一

结构力学基础

王朝伟 李廉锴 缪加玉

责任编辑:李文臣 封面设计:袁毅

插图设计:王惠茹 正文设计:刘晓方 责任校对:戴瑞萍

人民交通出版社出版发行

(100013 北京和平里东街10号)

各地新华书店经销

三河曙光印刷厂印刷

开本: $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ 印张: 10.875 字数: 280千

1994年7月 第1版

1994年7月 第1版 第1次印刷

印数: 0001—2600册 定价: 16.80元

ISBN7-114-01840-1

TU·00037

出版说明

我社组织编写的“高等结构力学丛书”，包括（暂定名）：结构力学基础、拱结构的稳定与振动、曲线梁、结构动力学、随机振动、杆系结构稳定、板结构、壳结构、薄壁杆件、弹性工程力学、结构塑性分析、非线性结构分析、高层建筑结构分析、复合材料结构力学和结构优化设计等共15卷，将于1987年开始陆续出版。

参加丛书编写的教授、专家，都有较深的理论造诣和较丰富的教学或工程实践经验。丛书内容丰富，论述系统，可作为某学科的专业基础课或其他学科的选修课教材，可供有关专业的科研和工程技术人员参考使用，也可作为培养大学本科高年级学生智能的自学读物。

“高等结构力学丛书”编审委员会

主任委员 王朝伟

副主任委员 何福照

委员 （按姓氏笔画为序）

万 虹	于希哲	王朝伟	甘幼琛
刘光栋	何福照	李君如	李炳威
李廉锴	陈英俊	吴德心	陆 楸
汤国栋	罗汉泉	杨蓓康	项海帆
姚玲森	秦 荣	徐后华	梅占磐
黄与宏	熊祝华	詹肖兰	缪加玉
蔡四维	樊勇坚	薛大为	

高等结构力学丛书

结构力学基础	王朝伟、李廉锟、缪加玉
拱结构的稳定与振动	项海帆、刘光栋
曲线梁	姚玲森
结构动力学	杨弗康
结构随机振动	陈英俊、甘幼琛、于希哲
杆系结构稳定	刘光栋、罗汉泉
板结构	黄与宏
壳结构	薛大为
薄壁杆件	陆椒、汤国栋
弹性工程力学	何福照
结构塑性分析	熊祝华
非线性结构分析	万虹、梅占馨
高层建筑结构分析	李君如、詹肖兰、欧阳英
复合材料结构力学	蔡四维
结构优化设计	李炳威

序

结构力学是固体力学的一个分支。任何工程结构物的设计和建造，都会遇到结构力学问题。进入20世纪后，随着生产的发展和科学技术的进步，结构物的形式更加多样，受力体系更加复杂，这就要求有相应的理论分析方法和实用而有效的计算手段，编写高等结构力学丛书的着眼点即在于此。丛书在介绍力学的基本理论方面，重点突出了弹性理论和塑性理论。20世纪中期以后，复合材料结构和高层结构以及非线性结构的分析研究，取得了可喜的成果，随着电子计算机的广泛应用，在结构分析中普遍采用矩阵法，并进一步建立了有限元法。有了有限元法的分析方法和电子计算机的计算工具，人们便可以对工程结构物的设计由先设定结构方案，后进行综合考虑多方面的因素，以求得最优结构方案的设计，即所谓的结构优化设计。如上所述的有限元法和结构优化设计使结构力学走向计算机化，通称计算结构力学，从而开拓了新的结构力学领域。

本丛书在《结构力学基础》一卷里对杆系结构的经典理论先作概括性的论述，而后重点讲述分析杆系结构的矩阵方法和在电子计算机上实现该法的程序设计问题；在《高层建筑结构分析》一卷里也是在论述经典理论之后，主要讲述程序设计问题。经典的杆系结构和拱结构各设专卷讲述其稳定与振动；板壳结构中也都包括稳定与振动的论述。关于振动加“随机振动”，另有专卷论述。当代工程中遇到的曲线梁和薄壁杆件问题，亦有专卷论述。当代的复合材料结构和非线性结构的分析，以及结构优化设计，也都各列专卷。至于“有限元法”则另编一书以资配合。

对结构力学专业和各类结构工程专业的研究生来说，上述广泛范围内的结构力学分支有些是必修的专业基础课程，如板、壳

结构（包括稳定与振动），和结构的塑性分析和张量分析在弹性力学中的应用等课程中的一至二门；有些是不同专业的专门课程，如曲线梁、复合、高层、优化、非线性和随机振动等课程中的一门（根据研究方向所需的非力学课程不在此列）；还有些是需要开列出来由学生选修的课程。当然，反映当代力学计算方法的有限元法，包括加权残数法及其计算机程序设计也应是必修的。若采用各个分支的专著作教材，学时是不够的，适当精简以适应研究生学习的需要是我们编写这套丛书的第一个目的。

结构力学按专业来划分可分为：房屋结构力学、桥梁结构力学、隧道结构力学、飞机结构力学、车辆结构力学、船舶结构力学和水工结构力学等等。而这些不同专业的结构力学都有共同的基本理论。为各个专业的结构力学奠定共同的理论基础是我们编写这套丛书的第二个目的。

随着时代的推移，新的结构形式将不断涌现。工程师们为创造新的结构形式。往往需要广泛的结构力学知识，熟悉新结构的受力图式和掌握分析方法。为工程技术人员提供参考资料是我们编写这套丛书的第三个目的。

当今大学本科的结构力学教材所涉及的范围仅仅局限于杆系结构，有些内容需要提炼和概括以便增加课外阅读学时数；同时也有些内容（如稳定与振动）则需要抽出来单独设课。这是当前结构力学内容改革的趋向。丛书对杆系结构中的基本内容作了提炼和概括的尝试，以供学生参考；对于专题的内容则抽出来单独编辑成册，虽内容较深，但可供教师因材施教，培养拔尖学生之用。

既要传授知识，也要培养智能，这是当今高等学校的教学工作中应该大力提倡的。培养学生自学能力是培养智能的一个重要方面。我们安排学生自学，除必须给学生有足够的课外学时数外，最根本的一条就是要调动学生自学的主动性和积极性。为了做到这一点，除教师的引导和启发外，还必须恰当地提供自学的内容。根据本人30年代学习结构力学时的经验，我认为最好是超

越本科教材的范围，提供广泛的结构力学分支学科，让学生去涉猎，使学生学后而知不足，这样学生就会在教师的诱导和鼓舞下，更加自觉地去挤时间钻研较高深理论，并写出有一定水平的论文来。因此，我们编写的这套丛书亦可供培养学生自学能力之用。

如上提出的三个目的和两个作用，是我们的主观愿望，目的是否能达到，作用是否能发挥，有待于今后的长期教学实践来检验。

本丛书中各个结构力学分支将单独成册，初步安排陆续出版15卷，将来再根据结构力学的新进展进行扩编。

由于工作需要，脱稿时间仓促，更重要的是限于水平，缺点和错误在所难免，望海内外同行专家不吝赐教，批评指正。

王 朝 伟

1986年1月

前 言

本书第一章静定结构由王朝伟、缪加玉执笔；第二章超静定结构由王朝伟、卢同立执笔。多年的教学实践得到的结论是学生对结构力学的学习，听课易懂，做题则困难。究其原因，一般认为是讲课如同引领学生登山观景，一一指点易于领会，做题则需要融会贯通且能结合题意正确运用理论。为此，在讲完一个段落、一章或几章之后，应该有一个如同站在山顶上鸟瞰全貌的环节。如果说讲课是分析，则鸟瞰是综合，既要有分析也要有综合。据此，本书前两章可作教学中进行综合、指导做题的习题课的教材之用。此外，由于内容举例广泛，且篇幅不多，工程技术人员应用结构力学以解决实际问题时，只需简单地翻阅查考，即可找到简捷的途径，从而收到事半功倍之效。

本书第三章弯矩分配法由杨仕德执笔，主要论述结构有侧移的问题，也对无剪力分配法有所例释。第四章能量原理由李廉锟执笔，旨在为进一步学习《有限元法》奠定基础。

本书第五、六两章由缪加玉执笔。这两章的内容包括结构力学的矩阵分析和电算程序，是根据结构力学现代化的要求对传统内容的补充。

本书编写的体系是初次尝试，错误不当之处望不吝赐教。

作 者

目 录

第一章 静定结构	(1)
第一节 平面结构的机动分析	(1)
第二节 多跨静定梁	(10)
第三节 静定刚架	(12)
第四节 静定平面桁架	(28)
第五节 影响线	(39)
第六节 结构位移计算	(57)
第二章 超静定结构	(65)
第一节 超静定次数的确定	(65)
第二节 力法简例	(69)
第三节 基本结构的选择	(74)
第四节 基本结构的特殊形式	(76)
第五节 多种基本结构的运用	(80)
第六节 荷载弯矩图为零的问题	(81)
第七节 对称性的利用	(83)
第八节 力法举例	(88)
第九节 超静定结构的位移计算	(94)
第十节 温度变化时超静定结构的计算	(95)
第十一节 支座位移时超静定结构的计算	(99)
第十二节 转角位移法的原理	(102)
第十三节 转角位移法举例	(108)
第三章 弯矩分配法	(113)
第一节 引言	(113)
第二节 弯矩分配法的基本概念和一般应用	(113)
第三节 侧移弯矩分配法	(114)

第四节	迭代法分析复杂多层结构·····	(130)
第五节	迭代法收敛性的改进·····	(138)
第六节	无剪力分配法·····	(143)
第四章	能量原理·····	(153)
第一节	引言·····	(153)
第二节	结构分析的基本要求·····	(154)
第三节	实功、虚功、形变势能、形变余能·····	(160)
第四节	虚功原理·····	(164)
第五节	最小势能原理·····	(173)
第六节	虚力原理·····	(177)
第七节	最小余能原理·····	(185)
第八节	广义变分原理·····	(188)
第九节	能量原理在杆系结构分析中的应用·····	(192)
第十节	结构分析中的近似解法·····	(202)
第十一节	结构分析的有限单元法·····	(211)
第十二节	加权残数法·····	(220)
第五章	矩阵位移法·····	(226)
第一节	方法的要点·····	(226)
第二节	单元刚度矩阵·····	(227)
第三节	逆步变换与单刚的坐标转换·····	(232)
第四节	结构的原始刚度矩阵·····	(238)
第五节	单元定位向量与总刚带宽·····	(243)
第六节	支承条件的引入·····	(246)
第七节	非节点荷载的处理·····	(248)
第八节	计算步骤及示例·····	(251)
第九节	主从关系·····	(259)
第十节	弹性支座和斜向支座·····	(261)
第十一节	用虚功原理进行单元分析·····	(264)
第十二节	一些补充单元·····	(269)
第六章	平面刚架程序设计·····	(282)

第一节	编制程序的一般要求和方法·····	(282)
第二节	PAD方法简介 ·····	(284)
第三节	程序的功能算法和结构·····	(287)
第四节	数据的设置和传递·····	(290)
第五节	输入和输出·····	(297)
第六节	总刚的形成·····	(301)
第七节	方程组的求解·····	(308)
第八节	支承条件荷载列阵及杆端力·····	(313)
第九节	程序使用说明·····	(316)
第十节	源程序PF.FOR·····	(319)
参考文献	·····	(334)

第一章 静定结构

一结构在任何荷载作用下，所有的支座反力和任一截面上的内力都可依静力平衡条件来确定者称作静定结构。

第一节 平面结构的机动分析

静定结构的识别有赖于机动分析。

由若干构件组成的体系，在任意荷载作用下若不考虑材料的变形，其几何形状和位置都保持不变者，称作几何不变体系。工程中的结构必须是几何不变体系，才能承受荷载。为此，在设计结构和选定其计算简图时，必须首先分析它是否为几何不变，这便是机动分析或称几何构造分析。

一、刚片、铰、链杆及其转化

在机动分析中，须首先弄清刚片、铰和链杆的概念。现分述如下：

由于不考虑材料的变形，一根梁或一根杆（无论是直的或曲的）以及已知是几何不变的部分都可看作是一个刚体。平面内的刚体便称作刚片。地基也可看成刚片。

若干刚片联结于一点，若各刚片都可无摩阻地绕点自由转动，则该点便是铰点，简称铰。只联结两个刚片的铰称为单铰，联结两个以上刚片的铰称为复铰。

一个杆件只用两个铰点与其他构件相联结时，该杆件便是链杆。

运用一定的规律对平面体系进行机动分析时，链杆、铰和刚片是可以相互转化的。

(1) 链杆可以看成是刚片。

(2) 只有两个铰点与其他构件(包括地基)相联结的刚片(简称两铰刚片),可以看成是通过该两个铰的链杆。

(3) 联结两个刚片的两根链杆,可以看作在其交点处的一个单铰,称作虚铰。两根链杆平行时可看作在无限远处的虚铰。

(4) 两刚片间的一个单铰可以看作相交于该铰的联结该两刚片的两根链杆。

(5) 联结 n 个刚片的复铰相当于 $(n-1)$ 个单铰。

二、构成几何不变体系的必要条件和充分条件

一个平面体系通常总是由若干刚片用铰相联,并用支座链杆与地基相联所组成。可依下列公式计算其自由度:

$$W = 3m - 2h - r \quad (1-1)$$

式中: m ——全体系的刚片数;

h ——单铰总数;

r ——支座链杆数。

例1-1 计算图1-1a所示平面体系的自由度。

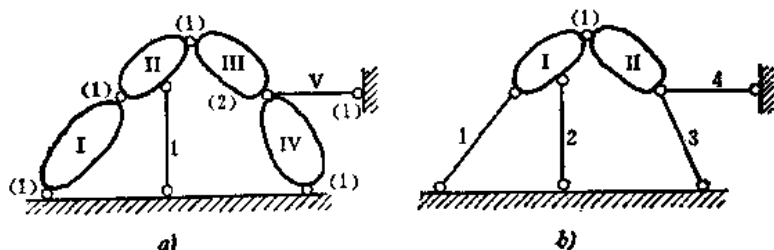


图 1-1

解: 图1-1a中的刚片V可以看作刚片,也可看作支座链杆,现将其当作刚片。另有刚片I、II、III、IV、故刚片总数 $m=5$ 。各铰点的单铰数用带括号的数字写在图中各铰点旁,把它们加起来得总单铰数为 $h=7$ 。支座链杆用不带括号的数字编号,现在只有一根,故 $r=1$ 。把以上 m 、 h 和 r 之值代入式(1-1),得体系的自由度为

$$W = 3 \times 5 - 2 \times 7 - 1 = 0$$

其次，将图1-1a中的 I、IV、V 都用支座链杆来代换，如图1-1b所示，则有 $m=2$ ， $h=1$ ， $r=4$ ，得

$$W = 3 \times 2 - 2 \times 1 - 4 = 0$$

由此例可见，把两铰刚片代换为链杆所得体系的自由度不变。在计算单铰数目 h 时，只应计算刚片与刚片之间的铰，链杆两端的铰不应计入。还需注意，地基可看成刚片，但通常认为它是不动的，自由度为零，故计算刚片总数 m 时不应包括地基。

对于全由链杆组成的体系（桁架），除式（1-1）外，还可下列较为简单的公式来计算其自由度。

$$W = 2j - b - r \quad (1-2)$$

式中： j ——结点数； b ——杆件数； r ——支座链杆数。

如果一个体系的自由度 $W > 0$ ，则表明没有构成几何不变所需的足够联系，称作几何可变体系。

若 $W = 0$ ，则具有构成几何不变所需的最少联系数目。

若 $W < 0$ ，则从联系数目上说还有多余。

因此一个几何不变体系必须是

$$W \leq 0 \quad (1-3)$$

有时我们不考虑支座和地基，而只检查结构本身是否几何不变。此时结构本身为几何不变必须满足的条件是

$$W \leq 3 \quad (1-4)$$

式（1-3）或式（1-4）只是体系几何不变的必要条件，还不是充分条件。当符合下列简单组成规则时，才具备了几何不变的充分条件：

（1）二元体规则 “从一刚片，联二刚片，三个铰点，不共一线”。这个歌诀中的“联”字是用铰把三个刚片联起来之意。

（2）两刚片规则 “两刚片间，三根链杆，不全平行，不交一点”。这里“间”字是指两刚片之间用三根链杆相联之意。

（3）三刚片规则 “三个刚片，两两铰联，三个铰点，不共一线”。这里的“铰”，包括虚铰。

凡符合以上简单组成规则的体系都是几何不变且无多余联系的。只有几何不变且无多余联系的体系才是静定结构。若在符合上述组成规则的基础上还有多余联系者，便是超静定结构。

三、机动分析的步骤和技巧

对体系进行机动分析，不仅要依据规则和遵循一定的步骤，而且需要一定的经验和技巧。兹归纳如下：

(1) 计算自由度 若体系的自由度 $W > 0$ (或不考虑支座只检查结构本身时 > 3)，则可立即下结论为几何可变。若 $W \leq 0$ (或只就结构本身 ≤ 3)，则再进一步作几何组成分析。但通常也可略去自由度计算这一步，而直接进行几何组成分析。

(2) 去掉二元体 因为任意增、减二元体并不改变体系的机动性质，因此当体系上有二元体构造时，可将其去掉，而只分析剩下部分的几何构造性质，这样常常可使问题得到简化。但需注意，每次只能去掉暴露在最外面的二元体，而不得从中间任意抽取。

(3) 支杆三根，只看本身 这是说若支座链杆只有三根，且不全平行又不交于一点时，地基与结构的联结已符合两刚片规则，因此只需检查结构本身是否为一个几何不变的刚片即可。

(4) 尽量扩大刚片 从一个刚片或一个铰结三角形开始，依照二元体规则尽量扩大刚片的范围，这样可将结构中的刚片数目尽量减少，使其组成简化，便于分析。

(5) 用两刚片规则分析。

(6) 若用两刚片规则分析不通，最后一个法宝便是三刚片规则。用三刚片规则分析时，关键在于刚片的选择和符合“两两铰联”的法则。当选定一个刚片后，根据“两两铰联”的方式顺藤摸瓜，往往可以找出另外两刚片，以减少选刚片时的盲目性。

当然，除上述各点外，读者还可以自行总结一些经验。

例1-2 对图1-2a所示平面体系进行机动分析。

解：此体系自由度 $W = 0$ (计算略)。分析几何组成时，首先去掉刚片Ⅶ和链杆4组成的二元体和刚片Ⅲ、Ⅳ组成的二元体，

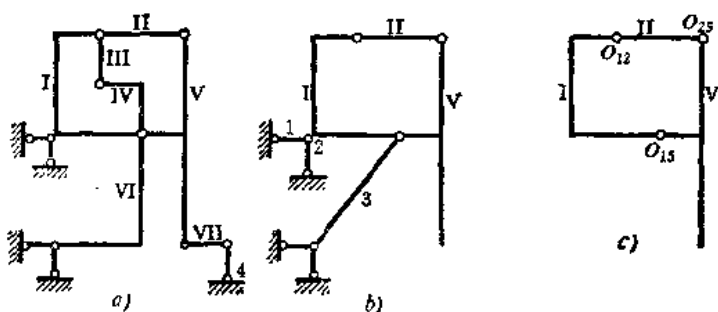


图 1-2

同时将两铰刚片Ⅶ用链杆3代换,体系便简化为图1-2b。此时左下方两支座链杆可看作是由地基上增加的二元体,因而可包括于地基这一刚片中。于是由地基便只联出1、2和3三根支座链杆,三杆不全平行又不交于一点,因而可撤开支座链杆和地基而只分析体系本身,如图1-2c所示。所剩部分是由刚片Ⅰ,Ⅱ和Ⅶ由单铰 O_{12} 、 O_{25} 和 O_{15} 两两铰联组成,三铰不共一线。故知原体系是几何不变且无多余联系的。

例1-3 试分析图1-3a所示结构的几何构造性质。

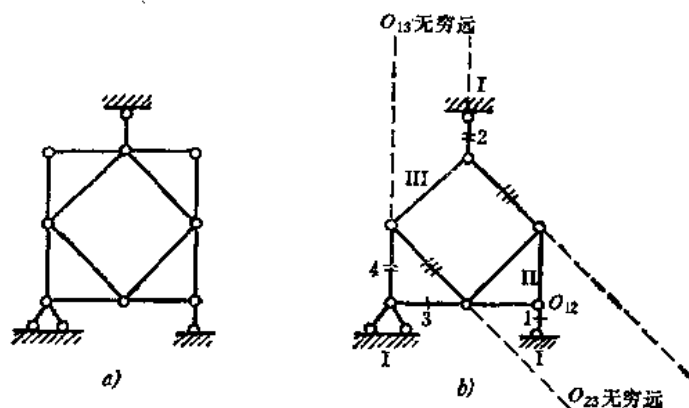


图 1-3

解: 首先去掉左上方和右上方两个二元体得图1-3b。此时再无二元体可去, 支座链杆又不止三根, 因而不能撤开地基只分析结