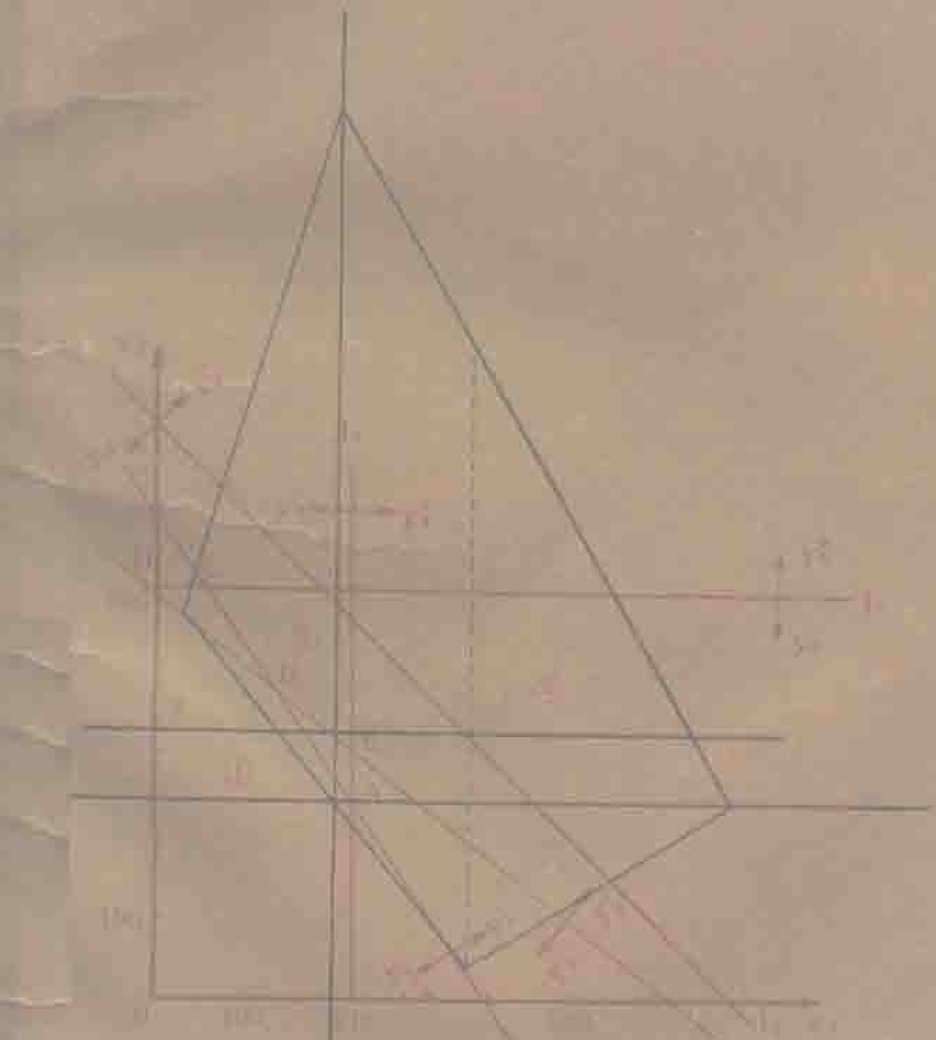
经济管理中的决策方法

高鸿桢著



经济管理中的决策方法

高鸿桢 著

上海人民出版社

责任编辑　黄明辉
封面装帧　孙宝堂

经济管理中的决策方法

高鸿桢　著

上海人民出版社出版、发行

（上海绍兴路54号）

新华书店上海发行所经销　常熟第四印刷厂印刷

开本 850×1156　1/32　印张 14.75　字数 340,000

1990年6月第1版　1990年6月第1次印刷

印数 1—2,000

ISBN7-208-00197-9/F·48

定价 7.40 元

前　言

目前，人们把科学、技术、管理视为现代社会的三大支柱。在管理活动中决策是极为重要的组成部分。随着社会的发展，组织规模的扩大，决策活动的影响也越来越大，因此科学地进行决策是管理者所面临的重要问题。现代管理与传统管理的主要区别之一是管理方法的定量化，现代管理要求管理者广泛地应用数学方法对问题进行精确的数量分析，以求得最好的解决方法。本书的目的在于向财经院校的学生和广大经济管理干部介绍几种用途较广的数量决策方法，同时提供一些可以直接应用的管理模型。

本书是由同名课程的教学讲义修改、充实而成，其主要内容已在厦门大学经济学院83和84两届研究生中讲授过；其中第二、六章曾作为经济管理干部培训班的教材。本书注重于方法介绍和实际应用，不过分追求数学上的完整，删去艰深的数学证明，尽量用经济管理的实例引入概念，用数字和图表说明问题。为便于自学，各例题都作了较为详细的解答，各章都配有习题。

本书分七章。第一章至第六章研究确定性决策，第七章研究非确定性决策。第一章研究线性规划。鉴于目前有关线性规划的参考书较多，只作简要的说明。第二章研究目标规划，这是近年来蓬勃发展的多目标决策方法中比较成熟的一种方法，是实现“目标管理”的得力工具。第三章研究当各种情况发生变化

时如何决策，这就是所谓“优化后分析”。第四章研究如何用动态规划的方法解决多阶段决策问题。第五章研究对策论。在经济体制改革中，企业之间竞争是经常的现象，在竞争中如何充分估计到对手的作用，使自己立于不败之地是这一章研究的问题。第六章研究图和网络方法在经济管理中的应用。

本书写作过程中得到厦门大学经济学院余绪缨教授和厦门大学计算机科学系李文清教授的多方指导；中央财金学院李宝光教授审阅了本书的初稿，提出了许多宝贵意见。厦门大学计统系吴碧英同志为本书编写了部分习题并绘制了全部插图，在此一并致谢。

限于水平，书中错误缺点在所难免，恳请读者批评指正。

著 者

1985.6.于厦大北村

目　　录

第一章　规划决策的基础
——线性规划

线性规划是规划决策方法中起源较早，理论上比较成熟的方法。它应用很广，是许多规划方法的基础。本世纪30年代末苏联的康托洛维奇首先研究了线性规划问题并提出了解线性规划问题的"解乘数法"。随后希奇柯克、库普曼等人也对此问题作了许多研究，1947年丹茨格发明了"单纯形法"，使线性规划进入了一个新阶段。近来由于电子计算机的使用，线性规划得到了更加广泛的应用。

本章简述线性规划的图解法和单纯形法及其经济意义。

§1.1　线性规划的图解法

让我们利用一个简单的例子来说明线性规划的基本概念。

【例1】 红星制药厂生产A、B两种药品，生产1公斤的A药品需消耗电力2度，煤4吨，生产1公斤的B药品需消耗电力3度，煤2吨，但在一个生产周期内这个工厂只有100度的电力和120吨煤可供使用。如果每生产1公斤A药品可盈利600元，生产1公斤B药品可盈利400元，问应该如何安排生产才能使得盈利最多？

我们先把以上数据整理为下表：

资　源	活	动	
	生产药品 *A*(公斤)	生产药品 *B*(公斤)	各种资源限制
电力(度)	2	3	100
煤　(吨)	4	2	120
利润(百元)	6	4	

我们设生产A药品 x_1 公斤,B 药品 x_2 公斤，那么以上限制可表为

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2\leqslant 100 \\ 4x_1+2x_2\leqslant 120 \\ x_1\geqslant 0,\ x_2\geqslant 0 \end{cases} \tag{1}$$

$$\text{利润 } s(x_1,\ x_2)=6x_1+4x_2(\text{最大化}) \tag{2}$$

在这里,我们的目的是选择适当的 x_1 和 x_2 的值，使得利润最大。我们把 s 称为**目标函数**,在选择 x_1 和 x_2 的值时，必须使它们满足不等式 (1)、(2)，我们把它称为**约束条件**。这个问题中，目标函数和约束条件都是变量的一次式（数学上称为线性式)。一般地,我们把在线性约束条件下求线性目标函数最大值(或最小值)的问题称为线性规划问题。

满足约束条件的一组变量的值称为线性规划问题的**可行解**,使目标函数取到最大值(或最小值)的可行解称为**最优解**。

象[例 1] 这样只包含两个变量的线性规划问题，可以很方便地用图解法求出其最优解。

现在我们先看看二元线性不等式所确定的平面区域。

众所周知,二元线性方程

$$ax_1+bx_2+c=0 \tag{3}$$

在$(x_1,\ x_2)$平面上确定一条直线 l。我们可以证明，二元线性不等式

$$ax_1+bx_2+c>0 \tag{4}$$

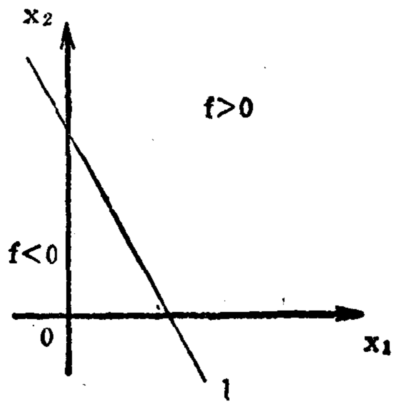


图 1.1

或

$$ax_1+bx_2+c<0 \tag{5}$$

在(x_1, x_2)平面上各自确定一个“半平面”，具体地说，我们有下面的结论：

在直线l上的点(x_1, x_2)均满足(3)式，l把平面分为两个部分，在l一侧的点(x_1, x_2)满足不等式(4)，在l另一侧的点(x_1, x_2)满足不等式(5)。

对于一个具体的问题，我们如何判定到底哪一侧满足(4)？哪一侧满足(5)呢？这只要选一个不在直线上的点，把它的坐标代入计算即可。

例如，要绘出不等式

$$3x_1+2x_2-6\leqslant 0 \tag{6}$$

所确定的区域，我们先作出直线l：

$$3x_1+2x_2-6=0$$

为检验在直线的哪一侧的点满足不等式(6)，我们只要选取原点的坐标$x_1=x_2=0$，代入不等式的左边得：

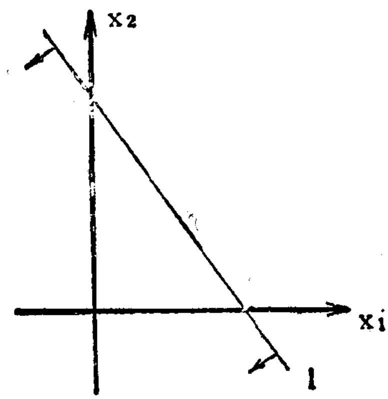


图 1.2

$$3\times0+2\times0-6=-6<0$$

可见 (0, 0) 这一点满足不等式(6)，因此原点所在一侧的点(包括 l 上的点)都满足这个不等式。这个不等式所确定的区域如[图1.2]箭头部分所示。

又如，不等式

$$2x_1-5x_2<0 \tag{7}$$

所确定的区域如[图 1.3] 斜线上侧部分所示。为绘出它，我们先作直线 l：

$$2x_1-5x_2=0$$

然后任意选取一个不在直线上的点，例如 $A(5, 1)$，把这一点的坐标代入不等式左边：

$$2\times5-5\times1=5>0$$

可见 A 点的坐标并不满足不等式 (7)，因此与 A 点不同侧的点(不包括 l 上的点)就是不等式(7)所确定的区域。

二元线性不等式组所确定的平面区域是组成这个不等式组的各不等式分别确定的区域的公共部分。

以下举例说明。

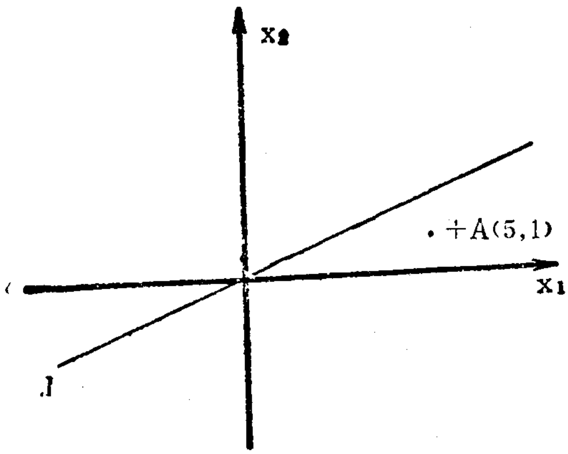


图 1.3

【例 2】 试绘出如下不等式组所确定的区域：

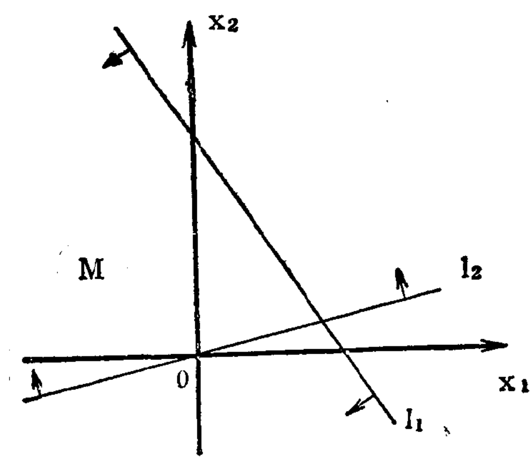


图 1.4

$$\begin{cases} 3x_1+2x_2-6\leqslant 0 \\ 2x_1-5x_2\leqslant 0 \end{cases}$$

解： 在同一坐标系上绘出组成这个不等式组的两个不等式

所确定的区域，它们的公共部分就是不等式组所确定的区域，如[图 1.4] M 部分所示(包括边界)。

图中，小箭头表示各不等式所确定的区域所在的一侧，例如 l_2 的箭头指向上方，表示第二个不等式所确定的区域在 l_2 上方。

【例 3】 试绘出如下不等式组所确定的区域：

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2\leqslant 100 \\ 4x_1+2x_2\leqslant 120 \\ x_1\geqslant 0 \\ x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

解：按上面的方法可以绘出[图 1.5]，其中四边形 $ODCB$ 就是不等式组所确定的区域。

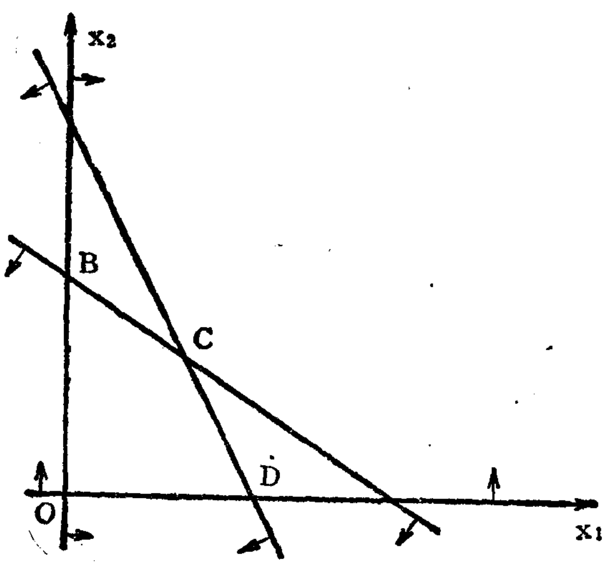


图 1.5

有了这些预备知识，我们可以研究线性规划的图解法了。我们回过头来看[例 1]，如果在(x_1、x_2)平面上，用 x_1 代表 A 药

品的产量，x_2 代表B药品的产量，那么约束条件（即不等式组(1)）就在(x_1，x_2)平面上确定一个平面区域，在这个区域上的任意一点的坐标都满足约束条件，因而是可行解。我们把这个区域上点的全体称为这个线性规划问题的**可行解集**。

现在要在可行解集中找出能使目标函数取到最大值的点。为此，我们先给目标函数一个固定的值，例如 $s=60$，于是有：

$$6x_1+4x_2=60$$

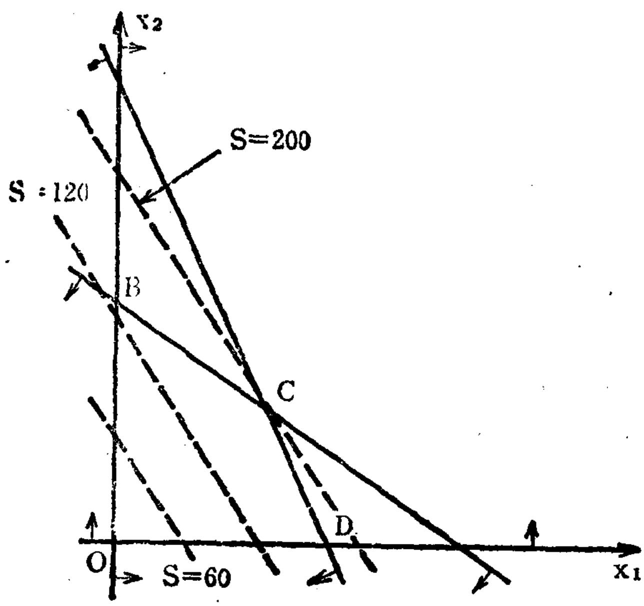


图 1.6

它在(x_1，x_2)平面上表示一条直线，这条直线上任意一点的坐标代入目标函数所得的值都是一样的，因此称它为目标函数的**等值线**。再令 $s=100$，120 等绘出等值线，可以看出这些等值线互相平行，s 的值越大，离原点越远。

因此，问题可化为：在上列平行线中，找出一条与四边形$OBCD$有共同点而又离原点最远的直线，该直线与四边形$OBCD$

的公共点即为所求的点，由[图 1.6] 可见 C 点符合要求。从图上读出 C 的坐标为(20, 20)。

$$\therefore \quad \text{最优解为：} x_1 = 20,\ x_2 = 20$$

此时，

$$\text{目标函数的最大值} \quad s = 6x_1 + 4x_2 = 200。$$

即在题设的限制下，应生产 A 药品 20 公斤，B 药品 20 公斤才能使利润最大(此时利润为 200 元)。

用图解法解线性规划的**一般步骤**是：

1．选择适当的比例，绘出由约束条件所确定的可行解集。

2．绘出目标函数的等值线(平行线簇)。

3．在各等值线中选取一条与原点距离最大(如果求目标函数的最小值，则选与原点距离最小的)而与可行解集有公共点的直线。这公共点(一个或多个)的坐标就是最优解，这等值线所代表的值就是目标函数在约束条件下能取到的最大值（或最小值)。

从理论上说，最优解的坐标可以从图中直接读出，但由于作图精度的限制，从图中直接读出的坐标往往不精确，因此，有时还要进行一些辅助的计算。

【例 4】 利用图解法解下面线性规划问题：在约束条件下，

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geqslant 5 \\ 4x_1 + x_2 \geqslant 8 \\ x_1 + 2x_2 \geqslant 6 \\ x_1 \geqslant 0,\ x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

求

$$s = 2x_1 + 3x_2 \text{ 的最小值。}$$

解：1．按约束条件作出可行解集，如[图 1.7] 中的区域 $ABCD$，它是一个无界集。

2．令 $s=6$, 12, 18 等绘出 s 的等值线，离原点越近 s 就越

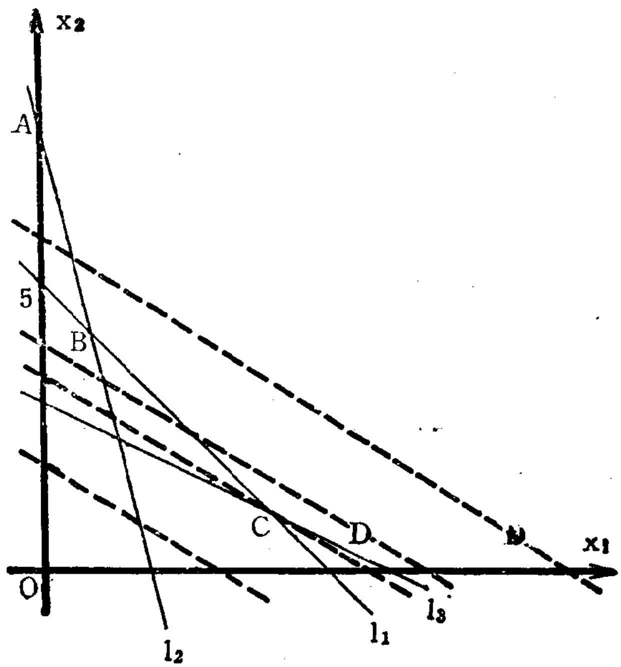


图 1.7

小，可以看出：在 $s=6$ 和 $s=12$ 之间有一等值线过 C 点，这条等值线是离原点最近、且与可行解集有公共点的一条。

3．C 点是直线 l_1：$x_1+x_2=5$ 和直线 l_3：$x_1+2x_2=6$ 的交点。解方程组

$$\begin{cases} x_1+x_2=5 \\ x_1+2x_2=6 \end{cases}$$

得：

$$\begin{cases} x_1=4 \\ x_2=1, \end{cases}$$

这就是最优解。

此时，$s=2x_1+3x_2=2\times4+3\times1=11$。