

美国石油工程师学会重印丛书

压力不稳定 试井方法

美国石油工程师学会 编

学(北京)

33

石油工业出版社

美国石油工程师学会重印丛书

压力不稳定试井方法

美国石油工程师学会 编

武若霞	吴 湘	等译
漆文远	谢兴礼	
陈元千	王正鉴	校

石油工业出版社

内 容 提 要

《压力不稳定试井方法》是美国石油工程师学会 (SPE) 1980年重印丛书, 共有论文34篇, 本译文集选择翻译了其中的18篇, 内容包括有均质、非均质地层的不稳定试井, 低渗透地层、裂缝性地层和压裂井的试井以及干扰试井、脉冲试井等。

本书可作为现场试井人员及油气田开发和采油工程技术人员参考。

SPE Reprint Series No.14

Pressure Transient Method 1980 Edition

Published by the Society of Petroleum Engineers Dallas, Texas

美国石油工程师学会重印丛书

压力不稳定试井方法

美国石油工程师学会 编

武若震 吴 湘 等译

滕文远 谢兴礼

陈元千 王正鉴 校

石油工业出版社出版

(北京安定门外安华里二区一号楼)

北京门头沟妙峰山印刷厂排版

北京顺义燕华营印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

787×1092毫米 16开本 17¹/₄印张 422千字 印1—1,500

1990年6月北京第1版 1990年6月北京第1次印刷

ISBN 7-5021-0254-X/TE·250

定价: 4.80元

出版说明

矿场不稳定试井，是认识和评价油气藏的重要手段。它可以取得油气藏的原始地层压力、地层温度、油气井产能、油气层有效渗透率、完井效率、判断油气藏类型、边界位置以及油气井控制的地质储量等重要参数。迄今为止，国内外已发表有关矿场不稳定试井的理论与实践等方面的论文近500篇。这足以表明，人们对此学术领域的关注和所付出之努力。

随着我国石油天然气勘探与开发工作的进展，矿场不稳定试井得到了广泛的重视和应用。同时，也急切需要了解国外有关试井的理论和方法。美国石油工程师学会（SPE），1980年组织出版的《Pressure Transient Testing Method》（压力不稳定试井方法）丛书，收集了70年代以来国外著名专家、学者、教授撰写的重要论文34篇。这些论文多数未曾在我国正式翻译出版过。现将原书中的18篇翻译出版，相信会受到油藏工程师和从事试井工作同志的欢迎。

参加本书翻译工作的有武若霞、吴湘、漆文远、谢兴礼、翟云芳、贾振岐、赵东、余克让和杜震等同志。由陈元千和王正鉴二位同志担任本书翻译校订工作。由于我们的工作能力和外文水准所限，本书翻译不当之处在所难免，恳请读者指正。

1988年7月北京

目 录

1. 矩形油藏的压力分布	(1)
2. 在封闭泄油面积内一口井的一般压力恢复理论	(15)
3. 现代试井分析的实际应用	(34)
4. 存在表皮效应和井筒储集时短时试井资料的解释	(57)
5. 不稳定液体流动井筒储集和表皮效应的研究	(67)
6. 利用续流控制的压力恢复资料确定井底流动系数	(85)
7. 激动井的井筒储集和井底污染对干扰试井分析的影响	(98)
8. 脉冲试井对详细油藏描述的矿场应用	(110)
9. 裂缝井的实用压力分析	(122)
10. 低渗透气井大型水力压裂措施的效果评价及动态预测	(132)
11. 天然裂缝油藏的探边试井——使用典型曲线研究一个油田实例	(150)
12. 应用不稳定试井资料描述油藏的非均质性	(169)
13. 部分完成污染井表皮效应的估计	(184)
14. 定向钻井建立的不稳定压力分布	(191)
15. 油井的等时试井	(205)
16. 利用油藏探边测试确定泄油区形状	(238)
17. 裂缝碳酸盐岩气藏的气井试井	(242)
18. 无层间窜流有界多层油藏压力恢复曲线的某些特征	(255)
附录	(265)

矩形油藏的压力分布

ROBERT C. EARLOUGH JR.

H. J. RAMEY, JR.

F. G. MILLER

T. D. MUELLER

武若霞 译 陈元千 校

摘 要

有很多径向系统渗流的研究, 可用于解释油藏不稳定流的问题。虽然通过叠加原理能将无限大系统的解用来求得有限渗流系统的解, 但应用起来是很费时间的。本文向着有限渗流系统的简化求解方向前进了一步。在有界正方形中心有一口井, 用叠加原理求出此正方形中几个位置上的无因次压降函数表。这个正方形系统提供了一个有用的组合模块, 可用于求得边长为整数比值的任何矩形的生产动态。表中所列的无因次压降函数值是简单相加的, 以求得所研究矩形系统的无因次压降函数。该矩形系统可包括任意多的, 以任何产量进行开采的井。进而, 该矩形系统的外边界可以是封闭的(无渗流)或者是定压的。两者混合的条件也是可以研究的。本文提供了正方形系统的无因次压降函数表, 并对该方法的各种应用加以说明。

引 言

1949年, Van Everdingen和Hurst^[1]发表了水侵入圆柱形油藏这个问题的解法。由于从数学上看这个题与在原点有一口井的圆柱形油藏的消耗过程是相同的, 故Van Everdingen-Hurst的解法可用于研究消耗问题。在他们的分析中, 假定压缩系数小, 且为常数, 这样流动状况受扩散方程的支配

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1)$$

从时间零点开始以恒定产量生产, Van Everdingen Hurst指出: 有限及无限系统的不稳定压力分布可以用无因次压力表示

$$P_D(r_D, t_D) = \frac{2\pi k h (P_i - P)}{q \mu} \quad (2)$$

其中

$$r_D = r/r_w \quad (3)$$

$$t_D = \frac{k t}{\phi \mu c r_w^2} \quad (4)$$

式中 r_w ——井底半径(水侵的油藏半径);

P_D ——时间为 t_D 时, 在 r_D 处的无因次压力。

先是由Van Everdingen和Hurst, 后来又由Chats^[2]提供了单位 r_D 的无因次压降表。其他人也以图解或列表方式^[3,4]介绍了这些数值。如果井的半径逐渐趋于0, 即 $r_w \rightarrow 0$, 当所研究的为无限大系统时, 则方程式(2)可用线源解表示

$$P_D(r_D, t_D) = -\frac{1}{2} \text{Ei} \left(\frac{-\phi \mu c r^2}{4 k t} \right)$$

$$= -\frac{1}{2} \text{Ei}\left(\frac{-r_D^2}{4t_D}\right) \quad (5)$$

式中 $-\text{Ei}(-X)$ 为熟知的指数积分函数。如果该指数积分函数的自变量足够小, 则

$$P_D(r_D, t_D) = -\frac{1}{2} \left[\ln\left(\frac{\phi \mu c r^2}{4kt}\right) + 0.5772 \right] \quad (6)$$

在某些条件下^[5], 公式 (5)、(6) 是非常接近于公式 (2) 的。

1954年, Matthews、Brons和Hazebroek^[6]证明: 可以叠加公式 (5) 的解, 以求出有界几何形态中的特征; 即把无限大系统中无穷多生产井的适当排列组合所引起的压力分布叠加在一起, 能计算单井有界系统的动态。这些井称之为镜像井。Matthews、Brons和Hazebroek所研究的系统包含有以常数产量生产的一口单井。这种叠加能解析地表达为:

$$P_D(x_D, y_D, t_{DA}) = \sum_{i=1}^{\infty} P_D(a_{iD}^2, t_{DA}) \quad (7)$$

式中 $a_{iD} = a_i / \sqrt{A}$;

a_i ——从第*i*号井到 (x_D, y_D) 点的距离;

A ——有界系统的泄油面积 (可称之为单井泄油面积)。

$$t_{DA} = \frac{kt}{\phi \mu c A} = t_D \left(\frac{r_w^2}{A} \right) \quad (8)$$

这里 x_D, y_D 是任意无因次座标。公式 (13) 与 (14) 给出了有用的位置。 $i=1$ 表示所研究的有界区域内的井。

由于简单的物质平衡 (井筒体积忽略不计) 推导出下列表达式, 所以无因次时间 t_{DA} 是特别有用的

$$\frac{2\pi kh(P_i - \bar{P})}{q\mu} = 2\pi t_{DA} \quad (9)$$

这里 $\bar{P}$ 为泄油区的平均压力。基于泄油面积的无因次时间对于非圆形及圆形面积都是适用的。简言之, 任何情况下, 任何无因次时间就是特定常数乘以真实的时间, 因此将无因次时间换算到其它表示方法是一件很容易的事。然而, 一定要记住本文在应用叠加原理时是无因次时间制。今后, 将只采用无因次时间 t_{DA} 。

Matthews、Brons和Hazebroek评价了 P_{DMBH} 函数, 它对将外推的压力恢复数据校正为泄油区的平均压力是很有用的。

$$\begin{aligned} P_{DMBH}(r_w, t_{DA}) &= \frac{2\pi kh(P^* - \bar{P})}{q\mu} \\ &= 4\pi t_{DA} + \sum_{i=2}^{\infty} \text{Ei}\left(\frac{-a_{iD}^2}{4t_{DA}}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

式中 P^* 为将压力恢复曲线外推到无限大关井时间得到的压力。应当注意到 i 从2开始累加, 这意味着 a_i 不能等于 r_w 。Matthews、Brons和Hazebroek用图解法介绍了油藏形状变化很大 (正方形、矩形等) 时的结果。 P_{DMBH} 除了对于计算泄油区平均压力有用以外, 还可以用于计算该井压力动态的无因次降压函数。

本文的研究是要求得降压函数, 它不仅能用于确定不同油藏形态下单井的压力动态, 也可确定其它位置的压力动态。在使用这些降压函数时, 以最简单的方式采用这种有效的叠加技术。将适当选择出的数列加在一起。

正方形泄油面积中的压力分布

起初研究的问题,是具有不流动外部边界和在中心有一口井的正方形泄油区的不稳定消耗。所研究的为一薄层、各向同性、均质、水平、理想的储层含有具恒定粘度及压缩系数的单相流体。假定压力梯度很小,以致二阶梯度项可忽略不计。对于重力也忽略不计。应用Matthews、Brons和Hazebroek^[6]所采用的叠加方法形成正方形泄油区,这样可采用公式(7)。

如果公式(7)中的 $(t_{DA}/a_{ID}^2) = 20$,则公式(5)给定的线源解非常接近于各种 a_i/r_w 值下的 $P_D(a_{ID}, t_{DA})$ 。在 a_i/r_w 值为250时,如果 (t_{DA}/a_{ID}^2) 大于0.1(见文献5图3及图4),则线源解小于有限圆柱形源解的0.1%。于是,在各种实际情况下,可将公式(7)写为

$$P_D(x_D, y_D, t_{DA}) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} Ei\left(\frac{-a_{iD}^2}{4t_{DA}}\right) \quad (11)$$

在计算生产井无因次压降时,该生产井的 a_{iD} 项变成 $r_w/\sqrt{A}$ 。由于这一项与其它 a_{iD} 项相比是很小的,故公式(6)可用于生产井项。在此情况下,公式(11)变为

$$P_D(r_w, t_{DA}) = -\frac{1}{2} \left\{ \ln\left[\frac{r_w^2}{4At_{DA}}\right] + 0.5772 + \sum_{i=2}^{\infty} Ei\left(\frac{-a_{iD}^2}{4t_{DA}}\right) \right\} \quad (12)$$

式中 $i=1$ 项已由累计中扣除了,由于它代表的生产井,而生产井已表现为公式(12)中的对数项了。

第(11)与(12)式指数积分的总和可由数字计算出来,Matthews、Brons和Hazebroek对其细节进行了讨论。表1提供了在正方形泄油区中心有一口井的情况下,用公式(11)计算该生产井及该正方形中其它16个点的无因次压力降的结果。图1表示用以求出表1的方形格网。由于正方形泄油区的对称性,故压力计算仅需在图1所表示的八分体之内进行。这时该井压力计算是在 $\sqrt{A}/r_w = 2000$ 的情况下进行的。可用公式(11)或(12)将这些结果换算为其它的 $\sqrt{A}/r_w$ 值。为了做这种换算,要从表1所列的数值中减去 $\frac{1}{2} \left[\ln(r_w^2/[4At_{DA}]) + 0.5772 \right]$,并替换成合适的 $P_D(r_w, t_{DA})$ 值。在本问题所选择的条件下,除井点以外其它点的计算结果与 r_w 值无关。而在 $\sqrt{A}/r_w$ 值很小,且在 t_{DA} 很小的情况下,格点压力对 $\sqrt{A}/r_w$ 值是敏感的。在 $(t_{DA}A/r_w^2)$ 值大于20时,格点压力基本上与 $\sqrt{A}/r_w$ 值无关。在这里所用 $\sqrt{A}/r_w$ 值相当于 $t_{DA} > 5 \times 10^{-8}$ 。通过扣除最近的镜像井对压力的影响,并利用更为准确的圆柱形源的压力影响来代替它们,则可把结果扩展到较小的 $\sqrt{A}/r_w$ 值。

为方便起见,将表1中所用的无因次空间变量 (x_D, y_D) 定义为该正方形边长的一半。并取在(图1),即

$$x_D = x/L = 2x/\sqrt{A} \quad (13)$$

$$y_D = y/L = 2y/\sqrt{A} \quad (14)$$

表 1 中心有一口井的封闭正方形之内,不同点的无因次压力与无因次时间的关系

无因次时间 t_{Da}	无因次压差							
	$xD=0.000$	$xD=0.750$	$xD=0.750$	$xD=0.750$	$xD=0.500$	$xD=0.500$	$xD=0.750$	$xD=0.750$
	$yD=0.000$	$yD=0.000$	$yD=0.250$	$yD=0.500$	$yD=0.250$	$yD=0.500$	$yD=0.000$	$yD=0.250$
0.0010	4.5514	0.0021	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0015	4.7543	0.0109	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0020	4.8981	0.0261	0.0021	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0025	5.0097	0.0456	0.0056	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0030	5.1009	0.0675	0.0139	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
0.0040	5.2447	0.1141	0.0291	0.0021	0.0007	0.0001	0.0001	0.0000
0.0050	5.3543	0.1607	0.0456	0.0056	0.0021	0.0004	0.0000	0.0000
0.0060	5.4474	0.2053	0.0675	0.0109	0.0047	0.0004	0.0002	0.0001
0.0070	5.5245	0.2475	0.0906	0.0178	0.0085	0.0011	0.0006	0.0003
0.0080	5.5913	0.2871	0.1141	0.0261	0.0135	0.0021	0.0012	0.0007
0.0090	5.6502	0.3243	0.1374	0.0354	0.0194	0.0036	0.0021	0.0013
0.0100	5.7029	0.3592	0.1607	0.0456	0.0261	0.0056	0.0034	0.0021
0.0150	5.9054	0.5043	0.2676	0.1023	0.0675	0.0216	0.0154	0.0109
0.0200	6.0494	0.6211	0.3592	0.1607	0.1142	0.0456	0.0350	0.0266
0.0250	6.1610	0.7147	0.4379	0.2164	0.1409	0.0735	0.0597	0.0474
0.0300	6.2522	0.7939	0.5085	0.2685	0.2041	0.1032	0.0876	0.0716
0.0400	6.3965	0.9227	0.6224	0.3620	0.2900	0.1650	0.1485	0.1263
0.0500	6.5099	1.0279	0.7192	0.4470	0.3685	0.2274	0.2175	0.1854
0.0600	6.6050	1.1170	0.8041	0.5242	0.4415	0.2904	0.2772	0.2446
0.0700	6.6868	1.1983	0.8815	0.5960	0.5112	0.3532	0.3410	0.3086
0.0800	6.7654	1.2728	0.9539	0.6661	0.5784	0.4160	0.4061	0.3711
0.0900	6.8374	1.3414	1.0211	0.7334	0.6446	0.4788	0.4700	0.4336
0.1000	6.9043	1.4114	1.0802	0.7992	0.7095	0.5417	0.5336	0.4965
0.1500	7.2311	1.7347	1.4119	1.1106	1.0274	0.8556	0.8497	0.8106
0.2000	7.5468	2.0501	1.7271	1.4335	1.3421	1.1700	1.1636	1.1248
0.2500	7.8611	2.3644	2.0414	1.7478	1.6563	1.4841	1.4774	1.4390
0.3000	8.1753	2.6786	2.3556	2.0620	1.9705	1.7983	1.7919	1.7531
0.4000	8.7054	3.3069	2.9839	2.6903	2.5988	2.4266	2.4202	2.3814
0.5000	9.1320	3.9322	3.6122	3.3164	3.2271	3.0549	3.0486	3.0098
0.6000	10.0403	4.5616	4.2406	3.9449	3.8555	3.6833	3.6769	3.6381
0.7000	10.4885	5.1919	4.8689	4.5752	4.4858	4.3134	4.3052	4.2664
0.8000	11.3169	5.8202	5.4972	5.2036	5.1371	4.9399	4.9335	4.8947
0.9000	11.9452	6.4485	6.1255	5.8319	5.7604	5.5482	5.5418	5.5030
1.0000	12.5735	7.0768	6.7538	6.4602	6.3887	6.1945	6.1882	6.1513
2.0000	18.8587	13.3600	13.0370	12.7433	12.6516	12.4797	12.4733	12.4365
4.0000	31.4230	25.9243	25.6013	25.3097	25.2182	25.0460	25.0397	25.0009
6.0000	36.5557	31.0590	30.7360	30.4443	30.3528	30.1807	30.1743	30.1355
10.0000	49.1220	43.6753	43.3023	43.0087	42.9172	42.7450	42.7386	42.6999

无因次时间 t_{Da}	无因次压差							
	$xD=0.750$	$xD=0.750$	$xD=0.875$	$xD=0.875$	$xD=1.000$	$xD=1.000$	$xD=1.000$	$xD=1.000$
	$yD=0.500$	$yD=0.750$	$yD=0.000$	$yD=0.500$	$yD=0.400$	$yD=0.250$	$yD=0.500$	$yD=1.000$
0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0015	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0020	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0025	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0030	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0040	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0050	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0060	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0070	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0080	0.0001	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0090	0.0003	0.0000	0.0004	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
0.0100	0.0005	0.0001	0.0006	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
0.0150	0.0010	0.0008	0.0015	0.0014	0.0011	0.0007	0.0004	0.0000
0.0200	0.0021	0.0036	0.0044	0.0040	0.0031	0.0021	0.0014	0.0001
0.0250	0.0045	0.0091	0.0129	0.0143	0.0149	0.0123	0.0085	0.0005
0.0300	0.0080	0.0177	0.0239	0.0264	0.0336	0.0365	0.0219	0.0062
0.0400	0.0805	0.0437	0.1050	0.0600	0.0913	0.0793	0.0532	0.0293
0.0500	0.1281	0.0800	0.1628	0.1030	0.1449	0.1308	0.0947	0.0499
0.0600	0.1807	0.1241	0.2237	0.1525	0.2065	0.1871	0.1431	0.0872
0.0700	0.2360	0.1740	0.2859	0.2064	0.2678	0.2468	0.1942	0.1321
0.0800	0.2948	0.2279	0.3486	0.2632	0.3299	0.3044	0.2525	0.1826
0.0900	0.3546	0.2866	0.4114	0.3219	0.3925	0.3677	0.3157	0.2309
0.1000	0.4153	0.3433	0.4744	0.3820	0.4551	0.4296	0.3708	0.2939
0.1500	0.7257	0.6500	0.7988	0.6913	0.7692	0.7421	0.6797	0.5976
0.2000	1.0393	0.9632	1.1030	1.0047	1.0834	1.0541	0.9931	0.9103
0.2500	1.3534	1.2772	1.4172	1.3186	1.3975	1.3702	1.3071	1.2243
0.3000	1.6674	1.5913	1.7313	1.6330	1.7117	1.6843	1.6213	1.5386
0.4000	2.2959	2.2196	2.3597	2.2613	2.3400	2.3127	2.2496	2.1667
0.5000	2.9242	2.8479	2.9900	2.8916	2.9703	2.9430	2.8799	2.7950
0.6000	3.5525	3.4763	3.6163	3.5179	3.5966	3.5693	3.5062	3.4213
0.7000	4.1808	4.1046	4.2486	4.1402	4.2189	4.1916	4.1286	4.0437
0.8000	4.8092	4.7329	4.8729	4.7745	4.8533	4.8260	4.7629	4.6780
0.9000	5.4375	5.3612	5.5012	5.4029	5.4816	5.4542	5.3912	5.3063
1.0000	6.0658	5.9895	6.1296	6.0312	6.1099	6.0826	6.0195	5.9346
2.0000	12.3490	12.2727	12.4127	12.3144	12.3930	12.3657	12.3027	12.2178
4.0000	24.8153	24.6391	24.9791	24.8807	24.9594	24.9321	24.8690	24.7841
6.0000	36.0460	35.8717	36.1117	36.0134	36.0921	36.0648	36.0017	35.9168
10.0000	49.6143	49.4381	49.6781	49.5797	49.6584	49.6311	49.5680	49.4831

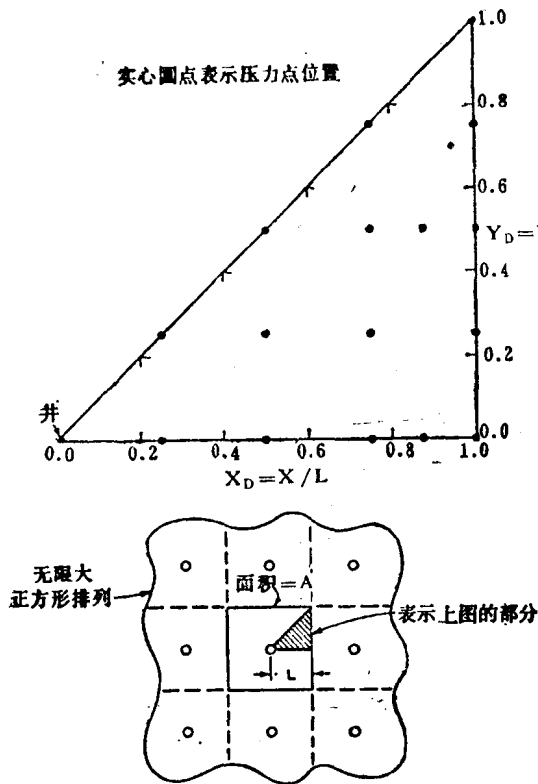


图 1 表明井及压力点位置的
正方形泄油系统的八分体

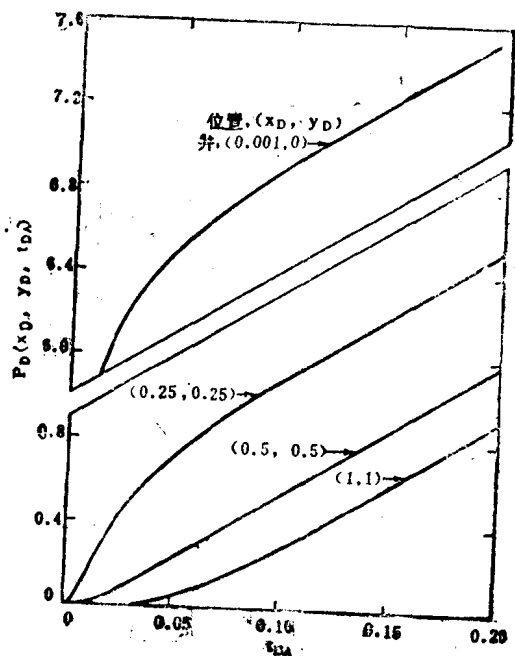


图 2 在封闭正方形中心有一口井时，无因次压力 $P_D(x_D, y_D, t_{DA})$ 随无因次时间变化曲线（常数产量， $\sqrt{A}/r_w = 2000$ ）

式中 $L = \frac{1}{2}\sqrt{A}$ ，这样 $r_w/L = 0.001$ 。

图 2 为表 1 中所包括的某些点的无因次压力与无因次时间的关系图。该图表明：在相当长的时间中，该系统呈拟稳态状态，即无因次压力为无因次时间的线性函数。这样，在时间大于表中时间的情况下，可通过线性外推求出相应压力值。

不同格点达到拟稳态条件的的时间随网格位置而变化。奇怪的是，在该井点达到拟稳态前很长时间，与之相距甚远的某些结点就达到了拟稳态。例如，将格点 $(0.5, 0.5)$ ， $(0.25, 0.25)$ 及井点 $(0.001, 0)$ 加以对比，表 1 中的资料也可用双对数坐标表示，这样更为有益(图 3)。这种扩展图对于早期过渡段的内插是很便利的。

有关图 2 中讨论的拟稳态条件，可用其它方式加以说明。由于完全达到拟稳态流动时，正方形中各点压力以同样速度发生变化，所以有可能画一幅这阶段综合性的等压图(图 4)。图 4 的等压线是以所示部位与 $(1, 1)$ 点处的压力差来表示的。这种图有利于消除 $\sqrt{A}/r_w$ 的影响。通过表 1 记录相应的无因次压力，可以把图 4 的等压线换算成任何给定时间的无因次压力。

矩形面积内的压力分布

虽然用于求正方形压力分布的计算方法也能用来得到其它矩形面积的压力数据表，但

表 2 Matthews, Brons, Hazebroek (M.B.H) 的不同矩形系统的无因次压力

无因次时间	无因次压差							
t_{DA}								
0.0010	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126
0.0015	0.0108	0.0108	0.0108	0.0108	0.0108	0.0108	0.0108	0.0108
0.0020	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251
0.0025	0.0314	0.0314	0.0314	0.0311	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314
0.0030	0.0377	0.0377	0.0377	0.0368	0.0377	0.0377	0.0377	0.0377
0.0040	0.0503	0.0503	0.0503	0.0460	0.0503	0.0502	0.0503	0.0502
0.0050	0.0628	0.0628	0.0628	0.0517	0.0628	0.0626	0.0628	0.0626
0.0060	0.0754	0.0754	0.0754	0.0537	0.0754	0.0745	0.0754	0.0745
0.0070	0.0880	0.0880	0.0879	0.0524	0.0880	0.0868	0.0880	0.0868
0.0080	0.1005	0.1005	0.1004	0.0483	0.1005	0.0963	0.1005	0.0963
0.0090	0.1131	0.1131	0.1128	0.0422	0.1131	0.1059	0.1131	0.1059
0.0100	0.1257	0.1254	0.1251	0.0345	0.1257	0.1145	0.1257	0.1145
0.0150	0.1885	0.1854	0.1823	-0.0162	0.1884	0.1449	0.1884	0.1449
0.0200	0.2513	0.2402	0.2287	-0.0700	0.2508	0.1601	0.2505	0.1590
0.0250	0.3141	0.2892	0.2630	-0.1181	0.3119	0.1678	0.3107	0.1663
0.0300	0.3769	0.3333	0.2864	-0.1584	0.3708	0.1723	0.3676	0.1683
0.0400	0.5016	0.4108	0.3087	-0.2166	0.4804	0.1812	0.4666	0.1657
0.0500	0.6237	0.4791	0.3099	-0.2512	0.5745	0.1955	0.5511	0.1593
0.0600	0.7415	0.5413	0.3002	-0.2694	0.6667	0.2149	0.6167	0.1513
0.0700	0.8537	0.5991	0.2856	-0.2766	0.7471	0.2450	0.6683	0.1428
0.0800	0.9597	0.6531	0.2700	-0.2765	0.8217	0.2747	0.7085	0.1346
0.0900	1.0592	0.7038	0.2553	-0.2716	0.8917	0.3167	0.7394	0.1268
0.1000	1.1524	0.7516	0.2427	-0.2633	0.9581	0.3581	0.7647	0.1198
0.1500	1.5364	0.9583	0.2226	-0.1951	1.2524	0.5864	0.8261	0.0954
0.2000	1.8212	1.1314	0.2637	-0.1027	1.4987	0.8106	0.8476	0.0873
0.2500	2.0439	1.2854	0.3412	0.0025	1.7064	1.0104	0.8629	0.0823
0.3000	2.2262	1.4257	0.4365	0.1129	1.8830	1.1841	0.8829	0.1047
0.4000	2.5139	1.6720	0.6400	0.3300	2.1678	1.4674	0.9447	0.1687
0.5000	2.7370	1.8797	0.8321	0.5268	2.3905	1.6899	1.0299	0.2537
0.6000	2.9193	2.0563	1.0028	0.6994	2.5728	1.8722	1.1280	0.3518
0.7000	3.0735	2.2043	1.1527	0.8499	2.7269	2.0243	1.2307	0.4545
0.8000	3.2070	2.3411	1.2847	0.9821	2.8605	2.1599	1.3329	0.5567
0.9000	3.3249	2.4586	1.4019	1.0994	2.9742	2.2776	1.4315	0.6552
1.0000	3.4302	2.5638	1.5070	1.2045	3.0836	2.3830	1.5252	0.7489
2.0000	4.1234	3.2569	2.2000	1.8976	3.7768	3.0762	2.2002	1.4239
4.0000	4.8166	3.9501	2.8933	2.5908	4.4701	3.7695	2.8932	2.1170
6.0000	5.5099	4.6435	3.5867	3.2842	5.1633	4.4627	3.5866	2.8103
10.0000	5.7331	4.8667	3.8098	3.5073	5.3865	4.6859	3.8098	3.0335

无因次时间	无因次压差							
t_{DA}								
0.0010	0.0125	0.0126	0.0125	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126
0.0015	0.0119	0.0118	0.0119	0.0118	0.0118	0.0118	0.0118	0.0118
0.0020	0.0209	0.0251	0.0206	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251
0.0025	0.0203	0.0314	0.0200	0.0311	0.0311	0.0311	0.0311	0.0311
0.0030	0.0160	0.0377	0.0155	0.0377	0.0368	0.0377	0.0368	0.0377
0.0040	-0.0019	0.0502	-0.0027	0.0503	0.0460	0.0503	0.0460	0.0503
0.0050	-0.0284	0.0628	-0.0295	0.0628	0.0517	0.0628	0.0517	0.0628
0.0060	-0.0598	0.0754	-0.0612	0.0754	0.0537	0.0754	0.0537	0.0753
0.0070	-0.0932	0.0880	-0.0951	0.0879	0.0524	0.0879	0.0524	0.0878
0.0080	-0.1277	0.0962	-0.1298	0.1004	0.0483	0.1004	0.0483	0.1000
0.0090	-0.1620	0.105	-0.1644	0.1129	0.0422	0.1129	0.0422	0.1119
0.0100	-0.1957	0.1144	-0.1983	0.1251	0.0345	0.1251	0.0345	0.1234
0.0150	-0.3468	0.1445	-0.3502	0.1823	-0.0162	0.1823	-0.0162	0.1713
0.0200	-0.4670	0.1589	-0.4718	0.2291	-0.0701	0.2291	-0.0701	0.2015
0.0250	-0.5615	0.1641	-0.5695	0.2643	-0.1186	0.2643	-0.1187	0.2163
0.0300	-0.6357	0.1633	-0.6507	0.2897	-0.1600	0.2897	-0.1600	0.2200
0.0400	-0.7395	0.1492	-0.7839	0.3197	-0.2231	0.3194	-0.2235	0.2075
0.0500	-0.8012	0.1224	-0.8965	0.3332	-0.2662	0.3315	-0.2662	0.1820
0.0600	-0.8339	0.0862	-0.9969	0.3385	-0.2957	0.3335	-0.3013	0.1516
0.0700	-0.8457	0.0437	-1.0949	0.3399	-0.3156	0.3290	-0.3274	0.1203
0.0800	-0.8422	-0.0028	-1.1859	0.3401	-0.3291	0.3199	-0.3510	0.0899
0.0900	-0.8272	-0.0512	-1.2723	0.3403	-0.3375	0.3072	-0.3727	0.0613
0.1000	-0.8038	-0.1004	-1.3542	0.3412	-0.3421	0.2915	-0.3942	0.0351
0.1500	-0.6223	-0.3322	-1.7021	0.3663	-0.3257	0.1826	-0.5124	-0.0540
0.2000	-0.4136	-0.5189	-1.9613	0.4269	-0.2661	0.0468	-0.6499	-0.0935
0.2500	-0.2196	-0.6580	-2.1508	0.5120	-0.1811	-0.0959	-0.7924	-0.0855
0.3000	-0.0479	-0.7555	-2.2854	0.6102	-0.0829	-0.2344	-0.9312	-0.0477
0.4000	0.2343	-0.8547	-2.4344	0.8152	0.1220	-0.4749	-1.1758	0.0773
0.5000	0.4557	-0.8671	-2.4768	1.0075	0.3143	-0.6712	-1.3681	0.2264
0.6000	0.6389	-0.8284	-2.4564	1.1783	0.4852	-0.8134	-1.5103	0.3753
0.7000	0.7931	-0.7620	-2.4041	1.3282	0.6351	-0.9129	-1.6094	0.5143
0.8000	0.9257	-0.6820	-2.3278	1.4602	0.7670	-0.9775	-1.6744	0.6409
0.9000	1.0444	-0.5969	-2.2469	1.5774	0.8843	-1.0145	-1.7114	0.7555
1.0000	1.1497	-0.5115	-2.1640	1.6825	0.9894	-1.0301	-1.7270	0.8595
2.0000	1.8430	-0.1507	-1.5058	2.3755	1.6824	-0.7325	-1.3294	1.5516
4.0000	2.5363	0.8436	-0.8124	3.0684	2.3757	-0.0756	-0.7725	2.2488
6.0000	3.2295	1.5370	-0.1195	3.7623	3.0691	0.6171	-0.0794	2.9381
10.0000	3.4527	1.7601	0.1038	3.9854	3.2922	0.8406	0.1438	3.1615

如此做似乎不那么完善。正方形的计算结果可以很容易地叠加起来产生同样的结果。然而，已计算出一些矩形(表2)的Matthews-Brons-Hazebrook压力恢复修正函数 P_{DMBH} ，此函数先前在(10)式中引用过。虽然该资料在文献[6]中已用图解形式加以应用，但将这些数据制成表格常常也是很有用的。通过叠加方法(列数简单相加)，可根据正方形的解求出这种表。

Matthews-Brons-Hazebroek压力函数可用于确定拟稳态流动条件下的形状系数。Brons和Miller[8]指出，在拟稳态流动条件下，有可能选定不同泄流形状

下的形状系数 C_A 。后来，Dietz[9]根据Matthews-Brons-Hazebroek图解资料所确定的形状列出了它们的形状系数。表2可用于得到更准确的形状系数值。在拟稳定条件下公式可写成

$$P_{DMBH} = \ln(C_A t_{DA}) \dots\dots (15)$$

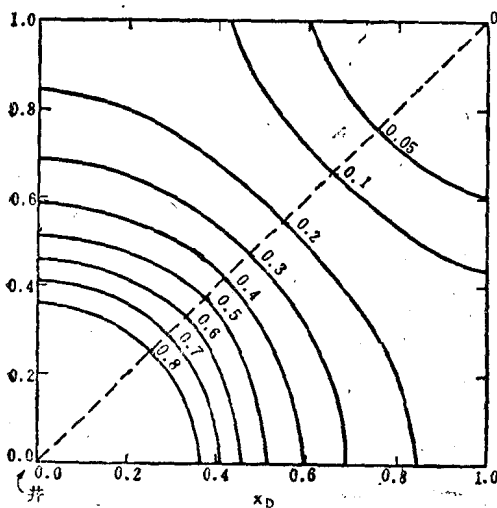


图4 在封闭正方形中心有一口井时的拟稳定消耗等势图，等势为 $t_{DA} \geq 0.1$ 时 $[P_D(x_D, y_D, t_{DA}) - P_D(1, 1, t_{DA})]$

2:1的矩形中心那口井的压力动态，可用公式(11)来计算，该系统(见图1)有无穷多排井，但在y方向用的井距应等于x方向井间距的二分之一。如果把图1所示的第二排井覆盖在图1的网格上，使得第二排的原点井位于 $x_D = 0, y_D = 1.0$ 时，就会产生这种特

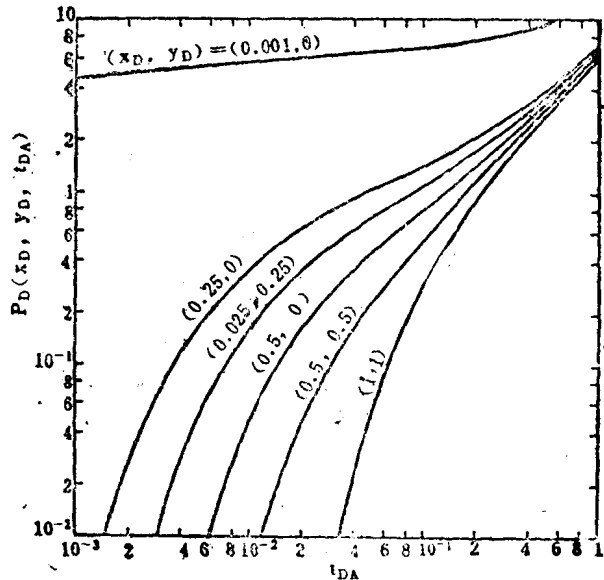


图3 在封闭正方形中心有一口井时，无因次压力与无因次时间曲线

这样，如果已达到拟稳态，则根据表中所列的单位无因次时间的 P_{DMBH} 值，可确定形状系数的自然对数。另外，必须外推到 $t_{DA} = 1.0$ 。表3介绍了以这种方式确定的一些形状系数，并与Dietz的结果加以对比。其它系统的形状系数可通过叠加表1中介绍的正方形的解求得。

由公式(10)和(11)可以看出，表2所给的 P_{DMBH} 值可用于求得表2中所列的每种形状[6, 11]下井的无因次压降。使用表1的资料及叠加原理也可得到同样的结果。例如，假定要求边长比为

[illegible]

定的井位排列。这等于用另一个在 $(0, 1.0)$ 点有第二口井的正方形去覆盖中心有一口井的正方形系统, A' 所形成的 $2:1$ 矩形的面积为原先正方形面积 A 的一半。边长 $2:1$ 的矩形内任一点的压降为两个正方形在公有位置上这一点引起的压降的总和。

图 5 说明了上述两个正方形井位排列的叠加情况。空心圈表示原来正方形排列的井位, 而实心圈代表向上覆盖的正方形排列的井位。显然, 新的对称单元为一个中心有一口井的 $2:1$ 的矩形。假定我们希望求得图 5 所示 (x, y) 点上的无因次压力。这点位于原来正方形网格 $(0.5, 0)$ 的位置上, 而在上复网格中是处于 $(1, 0.5)$ 的位置, 由于对称性, 它与 $(0.5, 1.0)$ 是相同的。将表 1 中 $(0.5, 0)$ 及 $(1.0, 0.5)$ 两列的无因次压降相加, 可得到边长 $2:1$ 矩形所示位置上的无因次压降。然而, 要注意到: 由于矩形泄油面积 A' 为每个原始正方形排泄面积 A 的一半, 因而造成无因次时间 t_{DA} 的改变。这样, 相应的无因次时间为表 1 中无因次时间的 2 倍。计算步骤如表 4 所示。

如果要求出矩形中该井的地层压力, 那么要把表 1 中该井位的压力加上 $(1, 0)$ 点的压力, 由于对称性, 这点的压力与 $(0, 1)$ 点相同。再者, 由于叠加所引起的泄油面积减少, 将使该矩形的无因次时间为正方形的两倍。 $\sqrt{A'}/r_w$ 比现应为 $\sqrt{1/2A}/r_w$, 或者为 $1000\sqrt{2}$ 。如果想求出该井在 $\sqrt{A'}/r_w = 2000$ 的 $2:1$ 矩形中的无因次压力, 则表 4 中每到第六列时须加上 $\ln(2000/[1000\sqrt{2}])$ 这一项, 由公式 (12) 看, 这一点是显而易见的。要注意以井底半径为分母的常规无因次时间 t_D , 由于井的半径是不可改变的, 因而对正方形或矩形来说, 它都是相同的。

显然, 根据表 1 中已知正方形的结果, 有可能求出一份边长 $2:1$ 矩形的压力-时间-位置数据的全表。叠加原理的一个有趣的特性在这里变得明显。请再考虑一下图 5。如果将边长 $2:1$ 矩形的另一种无限多的排列叠加于这个网格之上, 以致使原点井落于现有 $2:1$ 矩形的 $x_D = 1.0$, $y = 0$ 这一点上, 则井的排列会回到原来的正方形排列上, 但泄油面积为原来的四分之一; 无因次时间 t_{DA} 现在为表 1 中正方形排列

下原始数值的 4 倍。另外, 正方

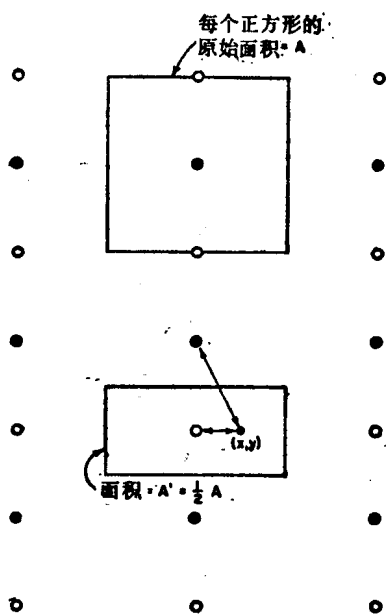
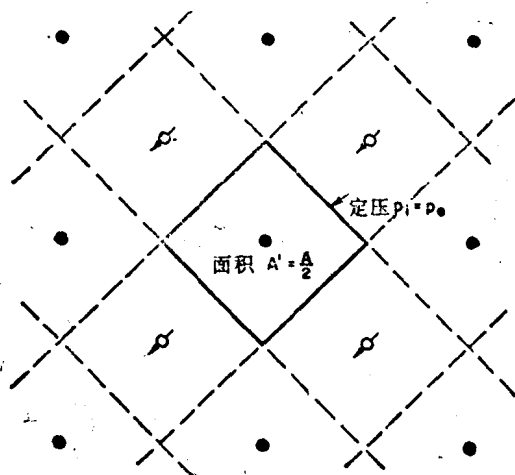


图 5 两个正方形排列叠加而形成一个 $2:1$ 边长的矩形

形边长与井半径之比会变为 $\sqrt{1/4A}/r_w$ 或 1000 。这是一种交替外推时间或改变 $\sqrt{A}/r_w$ 比的方法。

通过刚才所述的改变叠加井数及井位的方法, 能得到各种不同的井网形式。例如, 将另一组 $2:1$ 的矩形排列加到图 5 的排列上, 使这些垂直地落于现有井中间, 这会产生一

个中心有井的4:1矩形。通过将4个正方形排列加在一起的方法,也能达到同样的结果。



注水井

生产井

图6 定压边界条件下的叠加井网(正方形)

正方形排列的叠加也能用于使井偏离正方形或矩形的中心,或得到包含有一口井以上的图形。这些井可置于任何矩形之内的任何位置上。表1给出了正方形排列的压力分布的最合适的基础资料。做这些叠加最方便的方法就是用一些透明纸,在每张纸上均为中心有井的正方形井网。可把这些透明纸一张张覆盖起来,直到得到所需井网为止(本文原版附录中介绍了不用透明井网做叠加的简易方法)。

也可用正方形井网叠加来求得外部定压边界条件。图6解释

了求得这种条件所需的正方形井网排列。第二排正方形网格的注水井落于原网格井的中

表4 2:1矩形的 $P_D(x_D, y_D, t_{DA})$ 计算表

2:1矩形的 $P_D(x_D, y_D, t_{DA})$ 计算表					$P_D(x_D, y_D, t_{DA})$ 矩形下列位置的		
$P_D(x_D, y_D, t_{DA})$ 正方形下列位置的							
(1) t_{DA}	(2) r_w	(3) (0.5, 0)	(4) (1, 0)	(5) (1, 0.5)	(6) r_w (2)+(4)	(7) (0.5, 0) (3)+(5)	(8) t_{DA} 2(1)
.0010	4.5516	.0000	.0000	.0000	4.5516	.0000	.0020
.0015	4.7543	.0000	.0000	.0000	4.7543	.0000	.0030
.0020	4.8981	.0000	.0000	.0000	4.8981	.0000	.0040
.0025	5.0097	.0001	.0000	.0000	5.0097	.0001	.0050
.0030	5.1009	.0004	.0000	.0000	5.1009	.0004	.0060
.0040	5.2447	.0021	.0000	.0000	5.2447	.0021	.0080
.0050	5.3563	.0056	.0000	.0000	5.3563	.0056	.0100
.0060	5.4474	.0109	.0000	.0000	5.4474	.0109	.0120
.0070	5.5245	.0178	.0000	.0000	5.5245	.0178	.0140
.0080	5.5913	.0261	.0000	.0000	5.5913	.0261	.0160
.0090	5.6502	.0354	.0001	.0000	5.6503	.0354	.0180
.0100	5.7029	.0456	.0003	.0000	5.7032	.0456	.0200
.0150	5.9056	.1023	.0031	.0009	5.9087	.1032	.0300
.0200	6.0494	.1607	.0111	.0042	6.0605	.1649	.0400
.0250	6.1610	.2164	.0249	.0112	6.1859	.2276	.0500
.0300	6.2522	.2685	.0436	.0219	6.2958	.2904	.0600
.0400	6.3965	.3628	.0913	.0532	6.4878	.4160	.0800
.0500	6.5099	.4470	.1469	.0947	6.6568	.5417	.1000
.0600	6.6050	.5242	.2065	.1431	6.8115	.6673	.1200
.0700	6.6888	.5968	.2678	.1962	6.9566	.7930	.1400
.0800	6.7654	.6661	.3299	.2525	7.0953	.9186	.1600
.0900	6.8374	.7334	.3925	.3109	7.2299	1.0443	.1800
.1000	6.9063	.7992	.4551	.3708	7.3614	1.1700	.2000

① $\sqrt{A}/r_w = 2,000$;

② $\sqrt{A}/r_w = \sqrt{\frac{1}{2} A/r_w} = 1,000 \sqrt{2}$;

③无因次座标为2:1矩形长与宽的一半, 原点在中心井处。

间。这就产生了一个定压边界, 如图6实线所示。图6所示的注采井网则是Muskat[10]与很多作者详细讨论过的著名的发展了的五点法。流度比为1的例子。Muskat指出这些注采系统的结果可解释为定压边界条件的情况。然而, 本人所介绍的方法是实用的, 甚至象

图6所研究的情况,也是有价值的,可用本人的资料找出压力史的不稳定部分及拟稳定或真稳定态部分。象这样的资料先前是没有的。

无因次压力函数的一个有效的应用就是求得当前还没有的特殊情况下的压力函数及

压力恢复曲线。例如,可将一口邻近油水边界、其它三个方向被生产井包围着的井看作是位于三个边封闭、第四边保持定压的几何图形中的井。叠加注采井网排列能产生这种混合的外边界条件。例如,在边长2:1的矩形中,将在其中一个正方形中心设置生产井的排列与在其对面的那个正方形中心设置注水井的另一种排列相叠加,将求得位于三个边封闭、一个边保持定压的正方形中心那口井的压力动态。图7介绍了几个矩形的Miller-Dyes-Hutchinson

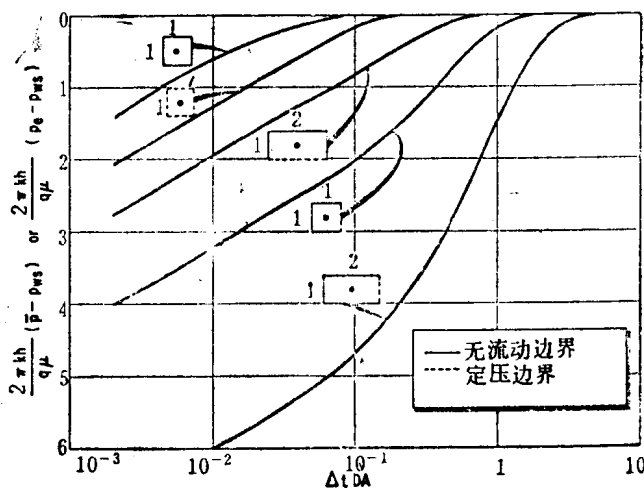
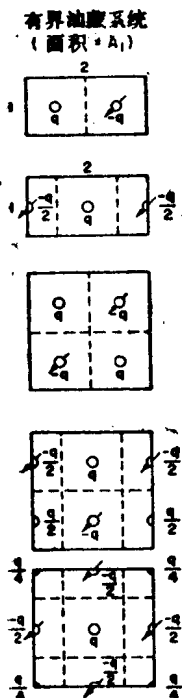


图7 Miller-Dyes-Hutchinson的矩形的压力恢复曲线

es-Hutchinson压力恢复函数 P_{DMDH} 。请注意外部边界的任何部分具有定压边界条件的任何

—— 无流动边界
 - - - 定压边界
 ○ 生产井 ($q > 0$)
 ● 注水井 ($q < 0$)



产生的单井系统

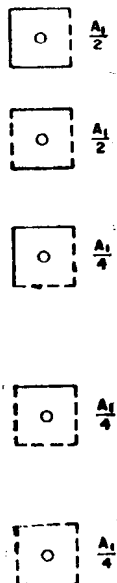


图8 具有定压边界泄油面积的形成

图形总是要达到稳态的,且将恢复到定压 P_0 。另一方面,外部边界完全封闭的任何形状都将恢复到平均压力 $\bar{P}$ 。这会导致混乱。在一部分外部边界上具有定压条件的情况下,应用图7将能外推求得原始压力 $P_i = P_0$ 的估算值。这与Miller-Dyes-Hutchinson (12)所用的方法相同。另一方面,Dyes也讨论了整个外边界为定压条件的圆形面积恢复压力的外推问题。Dyes的方法求得的是圆形面积内的平均压力 $\bar{P}$,而不是 $P_i = P_0$ 。对于任何形状,拟稳态时 $\bar{P}$ 与 P_i 间的差别都将是个常数。在圆形油藏时

$$P_i - \bar{P} = -\frac{q\mu}{4\pi kh} \quad (16)$$

这样,对于圆形油藏这两个压力间的差别等于压力恢复曲线直线段的斜率。其它几何形状的

油藏没有类似的常数。特殊形状油藏的这个常数，可通过计算体积权衡的平均压力 $\bar{P}$ 很容易地求出来。

图7有几个有趣的特性，从顶部对比第二及第四条曲线，表明混合的外界条件能在压力恢复曲线上引起类似于断层或非均质性的弯曲，甚至对于象中心有一口井的非常规则的正方形也是如此。第五条曲线显示的是这类边长为2:1矩形的相当极端的情况。显然，在这种情况下识别出合适的直线段可能是极其困难的。还要注意：当外部边界条件改变时，任何已知形状油藏的压力恢复曲线都会出现时间位移及曲线形状的变化。

图8表示的是中心有一口井，且为封闭、定压混合边界的正方形所产生的几种注、采井网。使用表1的资料就能求得所有这些井网。要注意位于直线边界上的井的产量为原来的二分之一，而位于角上的井的产量为原来的四分之一。然而，叠加后，将具有一部分产量的井的无因次压降加起来，其总数即为一口具有完整产量的井的压降，例如，图8所示的上一个例子中， $P_D(r_w, t_{DA}) = P_D(0, 0, 1/4 t_{DA}) + P_D(1, 1, 1/4 t_{DA}) - 2 P_D(1, 0, 1/4 t_{DA})$ ， $\sqrt{A}/r_w = 1000$ 。图8所给的图形并不一定是能得出所期望结果的唯一的图形。例如，所有4个边均为定压边界的正方形的压力动态，可由 $P_D(r_w, t_{DA}) = P_D(0, 0, 1/2 t_{DA}) - P_D(1, 1, 1/2 t_{DA})$ 及由上述表达式计算出来。这种情况下， $\sqrt{A}/r_w = 1000\sqrt{2}$ 。也有可能求出与图8所示图形不同的井位与形状。

叠加的方式可与上述情况大不相同。例如，注水与采油量不必一定是常数，也不必相同，甚至注水、采油开始的时间也不必相同。因为叠加时已将这两种井的效应加在一起了，显然，每种井所引起的压降与另一种井的动态无关。进而，可概括地说：两个或两个以上正方形组合成的泄油面积不必相同。

结 论

原则上，通过叠加能将无穷大介质中圆柱形定产源（或汇）的非定常解用于求得几乎是任何几何形态油藏的解。然而，应用将中心有一口井的正方形作为叠加组装模块的解法更容易求得这些解。可以计算出中心有一口井的正方形、有界泄油区中这口中心井及其余各点的不稳定压力动态。这个计算结果为上述叠加提供了基础。

在各种可能的实际应用中，仅介绍了几种。这些包括求得Matthews-Brons-Hazebroek压力恢复修正值（于是求得拟稳态形状系数），并求得具有封闭和定压两种外部边界条件、定产开采的无因次压力分布。对于不同几何形态下这种实际应用的扩展已作了叙述。

其它可能的实际应用包括求得以不同产量开采的多井、不同几何形状油藏的压力动态以及除圆形及线性水体外，其它形状水体下水侵油藏的压力动态。

本人的主要成就之一，是应用了正方形排泄面积下有关的压力动态知识。

符号注释

a_i ——从 x_D 、 y_D 点到第 i 口镜像井的距离（公式7）；

a_{iD} —— $a_i/\sqrt{A}$ ；

A ——泄油区面积；

c ——压缩系数；