

中小学数学教学论著译丛

中小學生數學能力心理學

[蘇] 克魯捷茨基 著

上海教育出版社

183367

中小學生數學能力心理學

(蘇) 克魯捷茨基 著

中小學數學教學論著譯叢

李伯黍 洪寶林 艾國英 等譯校
李紹煌 吳福元 孫名之

上海教育出版社

Крутецкий В. А.
**ПСИХОЛОГИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ
СПОСОБНОСТЕЙ ШКОЛЬНИКОВ**

«Просвещение»

Москва 1968

本书根据芝加哥大学 1976 年出版的英译本译出

中小學生數學能力心理學

(苏) 克鲁捷茨基 著

李伯黍 洪宝林 艾国英
李绍煌 吴福元 孙名之 等译校

上海教育出版社出版发行

(上海永福路123号)

各地新华书店经销 江苏宜兴印刷厂印刷

开本850×1156 1/32 印张16.75 字数413,000

1983年12月第1版 1987年4月第2次印刷

印数18,801—23,000本

统一书号: 7150·2959 定价: 3.00元

中译者序言

本书是苏联教育科学院普通心理与教育心理研究所副所长兼能力研究室主任克鲁捷茨基关于中小学生学习数学能力的一本心理学专著,1968年在莫斯科出版。我们根据由美国杰尔米·基尔帕特里克(Jeremy Kilpatrick)教授和艾扎克·维斯佐普(Izaak Wirszup)教授主编,琼恩·泰勒(Joan Teller)翻译的英文版把它译成中文,以供心理学工作者、数学教师、教育科学研究人员以及大专院校相应系科的学生参考。

参加本书翻译工作的同志有:李伯黍(序言和前言),王玲(1、3、4参考文献英译本编者注),柴崇茵(2),岑国桢(5、7、9、10),李维(6、15、16),艾国英、乐竞泓(8),李绍煌(11),冯忠武(12、14),冯忠武、林自钊、金惠堂(13),孔祥善、林明(17、18)。

参加初稿校对工作的同志有:洪宝林(1、3、4),李伯黍(2、5、6、7、9、10、13、15),吴福元(12、14),孙名之(16)。

参加全书统校工作的同志有:李伯黍、艾国英、李绍煌、孙名之。

本书在翻译过程中,得到上海师范学院教育科学教研室很多同志的鼓励和帮助。对此,我们表示衷心的感谢。

本书翻译中的错误和不当之处,谨希读者予以批评指正。

1982年12月

英译本编者序言

1963年,克鲁捷茨基向在华盛顿举行的第十七届国际心理学大会,递交了一篇关于数学能力的研究报告摘要(《心理学报》,23,1964:314~315),西方心理学家和数学教育工作者才第一次知道他的研究。同年又见到一本苏联教育心理学研究文集的英译本(B.西蒙和J.西蒙编《苏联教育心理学》,斯坦福大学出版社),其中有一篇克鲁捷茨基的论文:“数学能力低的学生思维的某些特点”。

我们对克鲁捷茨基的研究之所以感兴趣,不仅是因为看来他是苏联心理学家中唯一研究数学能力个别差异的人,而且是因为他在研究中所使用的数学题目是如此的多样和巧妙。六十年代末,中小学数学研究小组和近期东欧数学文献研究部联合译出了一批苏联的数学教育文献(《苏联数学教学心理学研究》),编选者对克鲁捷茨基的研究是如此感兴趣,以至把丛书的整个第二卷都用来刊登克鲁捷茨基的四篇论文了。

尽管克鲁捷茨基的这些短文和研究报告的译文都是有用的,但这些译文所反映的只不过是他的研究工作的部分观点。1968年,本书的俄文原版本出版了。它包括了克鲁捷茨基十二年来理论研究和实验研究的完整报告,这是苏联第一本关于中小学生学习数学能力的心理学专著。本书经苏联教育科学院心理研究所科学委员会批准在莫斯科出版,由国立莫斯科大学数学教授、教育科学院副院长A. I. 马库希维奇,物理学与数学科学博士V. I. 勒维因以及教育科学博士E. N. 卡班诺娃-梅勒审阅。全书有431页,初版印数

为 25000 本。

该书的现译本是由芝加哥大学近期东欧中小学和大学数学文献研究部提供的。我们向精心翻译并协助编辑工作的琼恩·泰勒女士深致谢忱。向帮助核对参考文献的剑桥大学、英国博物馆、芝加哥大学和哥伦比亚大学师范学院图书馆的馆员们致谢。我们还向芝加哥大学的查尔曼·乌习斯金致谢，他对稿本提出了不少建议。向阅读并打印稿本的卡伦·基尔帕特里克以及给予行政和编辑上支持的哈维·爱德伯格致谢。最后，我们得向斯坦福大学原中小学数学研究小组主任 E. G. 贝格尔致谢，感谢他发起这个协作计划。

杰尔米·基尔帕特里克
艾扎克·维斯佐普

俄文原版序言

本书反映了我们从 1955 年以来,在理论上和实验上对中小学生学习数学能力研究的主要成果。我们必须强调,我们的研究是严格的心理学的研究,因此不论现在或将来,我们都不想剖析当前的数学教学方法或是创造一种新的教学方法。我们深信这不是心理学家的事,而是从事研究工作的数学家、教育工作者或教学法专家的事,也就是说,在相应领域里的那些有资格的学者的事。心理学家可以而且也应当在某些特定的问题上和他们协作,提供必要的材料并进行心理学的研究。

我们打算今后在以下一些方面继续我们的研究:

1. 在同数学家的密切合作中,研究发展到最高程度的数学创造力(一个从事研究工作的数学家的能力)的结构。
2. 试图协同生理学家共同探索数学能力的生理实质。
3. 同教师和教学法专家一道,在先弄清现行的数学教学系统在实际形成学生的数学思维或数学能力上能达到什么程度的情况下,研究在学龄期形成和发展数学能力的最佳途径。

在写作本书时,我们面临着很大的困难,其中主要是,在苏联的文献中缺乏有关能力的心理学、教育学的科学研究。但是前几年(大约是 1959 年以来),人们对这个问题的兴趣显著增长,而且已经出版了几本有价值的理论和实验的著作。不过,多方面发展正在学习和成长中的青少年的能力在当前是非常重要的,如果考虑到这一点,那么这些著作还是非常不够的。

我们希望本书会对心理学家、数学教师、数学教学法专家、研究生以及大专院校相应系科的学生有所帮助。我们决不认为本书是没有缺点的。我们将愉快地接受并悉心研究读者们的一切评论、建议和意见。

心理学家 A. A. 斯米尔诺夫、B. M. 捷普洛夫和 P. A. 舍瓦列夫等教授，教育科学(心理学)博士 E. N. 卡班诺娃-梅勒和数学家 A. I. 马库希维奇、V. I. 勒维因等教授，以及 I. K. 安德罗诺夫、E. B. 邓金等教授，由于他们对本书的关心，并提出了许多宝贵的建议，作者谨向他们表示衷心的感谢。

英译本编者前言

近几十年间,美国和其他西方国家的教育心理学家,在他们的研究工作中取得了很大的进展。这些进展,至少部分地可归因于他们采用了在心理学和其他科学中已被证明为有用的技术。当前西方为进行和报告研究项目而形成的一些标准是一种显著的成就,其价值不容轻视。但是,研究技术的进展并不是无价之宝。有些从事教育研究的学者已在怀疑,在尊崇实验室实验的情况下,他们是不是不会忽略一些重要的教育问题^①。

试看数学能力的研究。新近几乎每一个关于这一课题的研究项目,大体上都使用同样的方式。研究者拼凑一套假定与数学能力有某种关系的测验题,以中小学生对样本进行一些测试,获得每一个儿童对各种测验的分数。然后用因素分析的统计技术,从那些测验分数之间的相关情况中去决定这些测验是怎样联系着的。那些在分数上高度相关的测验可推定是测量同样的潜在能力;那些在分数上不相关的测验则是测量不同的能力。这种方法的目的是用较少的因素去说明测验的分数,其中每种因素各代表一种不同的能力。不同的因素分析方法会得出不同的能力结构。但是在各种情况下,研究者必然会碰到这个任务,就是要从凑拢起来产生因素的那些测验中,去推测共同的东西,以辨识各种能力。

^① 比如,参见L. S. 休尔曼,“教育研究的重建”(“Reconstruction of Educational Research”),《教育研究评论》(Review of Educational Research), 40, 1970: 371~396。

因素分析在西方国家的能力研究中是一种爱用的方法。尽管在“应该如何使用它”的问题上有不少争论,但因素分析能从一组测验分数中抽出有价值的信息,这一作用是没有否认的^①。不过那正是问题之所在:测验为什么记分数?为什么要假定测验分数是数学能力的唯一的(甚至是最好的)信息来源?因素分析的有效性(更不必说在几秒钟里完成所规定的计算任务的计算器了)不会使研究者看不到别的研究方法吗?人们可能是需要通过仔细阅读不同学派的研究者的著作,来对自己的研究倾向获得某些新的看法。

1936年苏联在党中央委员会禁止使用心理测验后,对能力个别差异的研究就停止了。尽管一些成绩测验继续被用来衡量学校工作的进展情况,但其他各种测验,教育工作者和科研人员就不准使用了。苏联的观点认为,测验只能提供反映当前学习状况的一种指标,它对学生的潜在的成就水平,或是学生在回答测验项目时的那些过程,并没有给出什么信息。测验会助长学生贴标签的倾向,并会对学生在学校里应学些什么、怎样学习设立框框。它妨碍对有效的教学程序的研究。

苏联教育心理学家为了响应禁用智力测验的号召,便采用别的研究方法。为了弄清某个学生的心理过程,教育心理学家就向他提出问题,要他在解题时说出他的想法。如果学生不能解答这道题,他们就给他暗示,或是换一道题目。为了防止学生在谈话中神经紧张,他们就反复和他谈话,以至谈上几个月,直到他习惯起来。有时候也让这个学生的老师充当谈话者。在研究概念学习时,他们会整学期同教师一起工作,设计一系列的课,应用个别进行的成绩测验、并辅以谈话法去探索学习过程。在出了一大批有

^① 作为因素分析及其在能力研究中的作用的导论,可参阅 P. E. 阜农《人的能力的结构》(The Structure of Human Abilities), 第二版, 伦敦: 梅逊, 1961 年。

关各科学习的研究成果后^①，这些方法在几年内得到了发展与提炼。但是，儿童是怎样想的，怎样学的，其中的差异却很少用这些方法去加以探索。

能力上的个别差异的研究，在苏联是近二十年间才逐渐重新兴起的。虽然同这一运动有关的人有好几位，但苏联教育科学院心理研究所教育心理学部能力研究室主任克鲁捷茨基显然是一位带头人。克鲁捷茨基研究的主要兴趣是数学能力的结构及其形成，而且他还倡导对天才儿童作个案研究。他在设计给学生做的各种各样的数学作业上是特别具有独创性的。

本书是克鲁捷茨基从1955年起至1966年止的研究情况的报告。这个计划的目的是探究数学能力的性质和结构；他后来研究的课题是能力在教学中增长和发展的一些问题。

研究数学能力就是假定有些学生必然比另一些学生更有能力，这是违犯苏联的准则的；为了减轻来自这方面的批评，克鲁捷茨基的这本专著开宗明义，就令人信服地指出，每个学生在他所致力某些方面，会具有潜在的能力，但是没有理由假定，这种潜在的能力在各个方面是相等的，也没有理由说，教学不能改变人的各种能力的一些侧面。他责备非共产主义（资产阶级）的心理学家假定各种能力都是遗传的、相对地固定的、并且是能用各种测验来测量的。由于美国和英国的教育工作者信赖客观的测验，克鲁捷茨基对他们特别粗暴苛刻，指出那些测验并不是学生潜在能力的准确的指示器，因而不能用它们来决定学生该受何种教育。克鲁捷茨基谴责那些依赖测验的研究者“盲目相信测验结果的数学处理，对过程本身的研究完全缺乏兴趣”。他说明，一道数学题目如何可从不同的途径获得同样的解法，从而断言，人们通过分析测验的结

^① N. A. 梅钦斯卡娅，“苏联教学心理学五十年”，载《苏联数学教学心理学研究》，第一卷，《数学概念的学习》，J. 基尔帕特里克和I. 维斯佐普编，第5~27页（斯坦福福，加州：中小学教学研究小组，1969）。

果,对于思维发现不了多少东西。再则,照克鲁捷茨基看来,在教室里强调结果,不重视过程,就会使学生对数学形成一个错误的观念。

由于克鲁捷茨基谴责外国心理学家(除一些例外)关于能力的决定论观点和对测验的依赖,赞扬俄国心理学家(也有一些例外)关于这个论题的明智的(尽管是不完备的)处理方法,因而他对研究文献的评论,非常偏向他力图证明的东西。不过,第二、三章对苏联、欧洲和美国的关于数学能力的文献的评述,比起以往所作的评述来毫无疑义是最广博的,而且它本身对数学教育是一个巨大的贡献。

第四章中,克鲁捷茨基提出了他的关于能力性质的看法。他认为先天的、生物学的素质对以后的能力发展是必需的,但并不是充分的,他还认为能力只有通过活动才能形成和发展。他把能力定义为使一个人迅速、成功地完成某一任务的一种个人特性,而不是一种习惯或技能,后面这些是一个人活动的特征。

克鲁捷茨基在第五章中叙述了他在研究中所用的各种方法。本书的大部分资料,都是他和他的助手们在给大约两百名学生解各种各样的题目系列时进行个别谈话而获得的。他们要求学生在解题时把所想的说出来,遇有必要就给予暗示。学生的年龄不同,从6岁至17岁。这些学生是根据他们的教师的初步分类选出来的,他们被分成数学上很有能力、较有能力、能力中等或能力较低这几种情况。克鲁捷茨基主要是通过比较不同年龄、不同学生的能力,来研究能力的发展的,但是对有些学生组,则是通过几年来对他们进行的各种纵向比较来研究的。这些补充性的研究包括上一些特殊课,进行一些课堂观察和家庭访问。

克鲁捷茨基编制了一些有关数学能力性质的问卷,询问数学教师和数学家。他分析了著名数学家和物理学家的传记,弄清他们数学才能的发生和特征。他分析了中小学的数学课程,研究其中

包含着的能力。他收集了莫斯科一些中学上千名学生的大量资料,比较他们在数学上和其他学科上的进展情况。同时他对九名有特殊数学天赋的儿童进行了个案研究,不过这些儿童并不是他主要研究的方面,他对这些儿童进行了好几年的观察和谈话,研究他们在数学上发展的特点。他还仔细查阅了以往文献中记载的有关数学天才儿童的一些个案研究。

克鲁捷茨基的研究不仅以所用方法的多样化而著名,而且也因他所设计的用来与学生谈话的作业题目的丰富多彩而著名。第八章列举了他所使用的全套二十六个系列的题目。每一系列都是一组类型相同而难度不同的题目,都是设计出来测查他在第六章中所假设的一种或几种数学能力的。类型包括证明题目,不切实际的题目,缺少信息的题目,数学诡辩,以及关于视觉化的题目。这套题目对教师和研究者来说是一个令人难忘的资源。这些题目可以直接应用,也可以用来再拟一些同一类型的题目。

在克鲁捷茨基看来,解一道数学题有三个基本的心理活动阶段:收集解题所需的信息,对信息进行加工从而得出解法,以及保持这个解法的信息。其中每一阶段都有一种或几种能力与之相应。数学上有特殊能力的学生要比能力较低的学生更能立刻掌握题目的实质。有能力的学生能迅速、容易地概括数学材料;他们趋向跳过逻辑论证的中间步骤,容易转到另外一种解题方法上去,并且在可能的情况下力求一种“优美”的解法;他们能够在必要时顺利地把自己的思路逆推回去。最后,有能力的学生趋向于记得题目中的各种关系和解法的本质,而能力较低的学生甚至只能回忆起题目的一些特殊细节。

克鲁捷茨基坚决主张有一种象“数学气质”的东西,这是一种用数学语言来解释世界的倾向,这种倾向在有特殊数学天赋的学生身上可以明显地看到,他认为这类素质可能是在出生时就具有的。克鲁捷茨基分辨出三种基本的数学气质类型:分析型(这一类

型的人倾向于用语言-逻辑的词语去思考),几何型(这一类型的人惯于用视觉-形象的词语去思考),和混合型(这一类型的人综合了上述两类特征)。

克鲁捷茨基在分析了前面提到的全部资料后作出这样的表述,就是那些已被识别出来的特殊能力与第六章中所假设的没有多大不同。但是,主要的资料是从谈话中取得的,包括学生完成数学作业的质上与量上的分数。因为苏联的教育研究宁愿沿用原始的资料分析方法,因而克鲁捷茨基应用因素分析是出乎意外的。不过他是在一种人为的、有选择的情况下使用因素分析的。克鲁捷茨基分析了假定为测量同一种能力的一组测验的相关性,然后利用一个单一的共同因素的存在,来论证一种能力已被分离出来了。他于是继续分析另一组测验,并且重复这一论证。问题是,他是用不同的方法来描述每组测验中所共有的普遍因素的。他从来没有通过把所有测验都包括在同一种分析里的办法来证明,他所设计的那些组是和不同的因素相联系的。这就有可能是,比如说,这些测验如此高度地相关着,以致于同一种因素(同一种普遍的心理能力)构成了全部测验的基础。这种可能性似乎是很少的,但克鲁捷茨基的分析却并没有排除这种情况。

读者会觉察到,苏联的研究报告并不符合西方的彻底性和客观性。对克鲁捷茨基应用因素分析,应当同他对文献的评述以及他的关于研究程序和结果的零星报告一样看待,就是说,他并不是使那些假设去经受经验性测验的严格检验,而是用他的研究和分析的结果去维护他正要证明的东西——一种建立在他的先入之见、他的直觉、以及在某种程度上是经验材料的基础上的东西。

那么,克鲁捷茨基的研究报告价值何在呢?我们说,这一著作在数学教育上的影响,可以与皮亚杰的著作所已经产生的影响相媲美,这是并不夸大的。正象皮亚杰的研究已为教师和研究者所适应和采用一样,克鲁捷茨基的这些研究(它们与中小学数学课程

的联系更为紧密),会被同样地适应和采用。皮亚杰的智力发展的思想,已使数学教育工作者认识到不同年龄的儿童在思维上的差异。同样,克鲁捷茨基的关于数学能力结构的思想,会使他们认识到能力的不同成分以及它们可以怎样在一起发生作用。而且,正象皮亚杰已经在什么是恰当的研究方法这个问题上扩大了我们的观念一样,克鲁捷茨基将会更进一步地扩大这种观念。

过去二十年中,美国中小学数学课程的改革,没有伴随着在数学测验上进行相应的改革。今天正在应用的大多数标准化了的数学测验,充其量只是作过少量的修改,教师们还在徒劳地寻找测量新课程所要求发展的“高级认知能力”的方法。我们没有努力改进测验,没有长远的研究规划,也没有可以使数学教育工作者理解这些高级能力可能是什么的基础理论,对怎样才能发展这些能力放任不管。本书中的研究报告可以使教育工作者和研究人员不再把测验分数信奉为一种能力的指示器,同时还能促使探索测量数学思维过程的更有创造性的方法。

杰尔米·基尔帕特里克
艾扎克·维斯佐普

目 录

中译者序言	i
英译本编者序言	ii
俄文原版序言	iv
英译本编者前言	vi

1 研究的问题和目的

1 现代苏联科学和教育中数学能力问题在理论和实践上的重要性	3
2 关于数学能力方面的外国心理学文献	9
3 苏联革命前后关于数学能力方面的心理学文献	59
4 研究的问题和目的	75

2 研究的方法和组织

5 一般方法和组织	103
6 关于数学能力成分的假设	107
7 实验研究的方法	113
8 研究中小学生的数学能力的实验题目系统	124
9 实验研究的组织	211

3 中小学生的数学能力结构的分析

引言	219
10 关于中小学生的数学能力成分的非实验性资料的分析	221

11	儿童中具有数学天赋的个案分析	231
12	有数学能力的学生信息收集(对题目的最初定向)的特点	273
13	有数学能力的学生在解题过程中信息加工的特点	289
14	有数学能力的学生信息保持(数学材料)的特点	362
15	中小學生数学能力结构中的一些特殊问题	370
16	数学能力各成分上类型、年龄和性别的差异	384
17	数学能力和个性	423
18	关于数学能力结构的一般问题	431
参考文献		448
主题索引		493