

高等学校教材

数字电路与 系统

李亚伯 主编

孟贵胥 高希玉 马晓红 等编



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

URL: <http://www.phei.com.cn>

TN79

L38

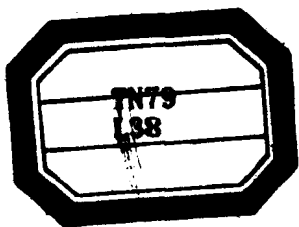
435113

高等学校教材

数字电路与系统

李亚伯 主编

孟贵胥、高希玉、马晓红等编



电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

10

EA14/20
内 容 简 介

本书是电子工程、自动化技术、计算机等电类专业，机电一体化等非电类的技术基础课教材。

该书系统地介绍了数字电路的基本理论，数字电路的分析与设计方法，集成数字电路的功能与应用。数字系统的构成，描述方法和设计方法。还介绍了 GAL、Lattice pLSI、ispLSI 等可编程器件的开发与应用，贯穿了计算机辅助设计过程。数字电路与系统的计算机辅助分析、VHDL 语言及其应用。

全书共分十一章，各章均配有相应的习题。

该书除作基础课教材也可以作为电子工程技术人员的学习与参考用书。

图书在版编目 (CIP) 数据

数字电路与系统/李亚伯主编. —北京: 电子工业出版社, 1998. 7

高等学校教材

ISBN 7-5053-4665-2

I. 数… II. 李… III. 数字电路-高等学校-教材 IV. T
N79

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 13526 号

丛 书 名: 高等学校教材

书 名: 数字电路与系统

主 编: 李亚伯

责任编辑: 张凤鹏

特约编辑: 高鸣

印 刷 者: 北京市大中印刷厂

出版发行: 电子工业出版社出版、发行

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036 发行部电话 68214070

URL: <http://www.phei.com.cn>

经 销: 各地新华书店经销

开 本: 787×1092 1/16 印张: 23.25 字数 595.2 千字

版 次: 1998 年 8 月第 1 版 1998 年 8 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-5053-4665-2
G·366

定 价: 27.00 元

凡购买电子工业出版社的图书，如有缺页、倒页、脱页者，本社发行部负责调换
版权所有·翻印必究

前 言

数字电路课程是电子工程、自动化技术、计算机等电类专业和机电一体化等非电类专业的主要技术基础课程。国家教委和电子工业部曾多次组织重点院校的专家教授们编写出版过多部统编教材，对该课程的发展起到了重要的推动作用。

随着电子科学技术的高速发展，近年来数字电路课程的教学内容有了很大变化，由于大规模和超大规模集成电路（LSI/VLSI）的出现，使数字电路课程内容的讲授由单元电路、逻辑部件过渡到数字系统。对电路和系统的分析与设计方法也由传统的方法过渡到计算机辅助分析与设计。面对科学技术飞速发展的现实与现代化教学的要求，我们编写的“数字电路与系统”应运而生。我们指望该书能成为面向 21 世纪的换代教材，被广大读者所接受。

“数字电路与系统”内容上保持了数字电路内容的完整性和理论的系统性。包括了数制与代码、逻辑代数、逻辑门、触发器、脉冲电路、组合电路与时序电路等基本内容。此外，我们新编入了三方面的内容，（1）可编程逻辑器件及其应用，重点介绍了 GAL 和 Lattice pLSI 和 ispLSI 的芯片及其应用，贯穿了计算机辅助设计方法。（2）数字系统设计基础，介绍了数字系统的构成，数字系统的描述方法，数字系统的设计方法。（3）数字电路与系统的计算机辅助分析与设计，介绍了 PSpice 软件包及其对数字电路与系统的分析与设计实例，VHDL 语言及其应用等。新内容绝非是蜻蜓点水作为一种陪衬，也不是照抄照搬原文资料，而是尽可能深入浅出地，以完整的体系和完备的分析设计实例进行再加工后奉献给读者，使读者容易接受，并付诸于实际应用。

全书逻辑电路图尽可能的采用国标 GB4728.12-85（即国家标准 IEC617-12），为了读者习惯，还保留了过去的惯用符号。

本书由大连理工大学李亚伯教授主编，北京理工大学程震先教授主审。第一章由林秋华编写，第二、三章由周日强编写，第四、六章由马晓红编写，第五、九章由高希玉编写，第七章由孟贵胥编写，第八章由李亚伯编写，第十章由孟贵胥、马晓红编写，第十一章由林秋华、李亚伯编写，全书由李亚伯统稿、定稿。

本书编写过程中得到王承训教授的支持与帮助，并获得美国 Lattice 公司提供的许多有益的资料和软件。在我校创办的 CAD 实验室开展了充分的研究和实验，完成了 Lattice 器件的开发工作，在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免会有缺点和错误，恳请读者批评指正。

编者

1997.10.20

目 录

第一章 数制与代码	(1)
第一节 数制	(1)
一、十进制	(1)
二、二进制	(2)
三、八进制和十六进制	(3)
四、任意进制 (r 进制)	(3)
第二节 数制间的转换	(3)
一、各种进制转换成十进制	(3)
二、十进制转换为其它进制	(3)
三、二进制与八、十六进制之间的转换	(5)
第三节 二进制正负数的表示法	(6)
一、数的补码	(6)
二、二进制正负数的表示法	(7)
三、补码的算术运算	(8)
第四节 二进制代码	(9)
一、二十进制码 (BCD)	(9)
二、格雷码	(10)
三、误差检验码	(10)
四、字符、数字代码.....	(11)
习题	(12)
第二章 逻辑代数基础	(14)
第一节 基本概念	(14)
一、逻辑变量与逻辑函数	(14)
二、逻辑运算	(14)
三、逻辑函数的描述	(16)
第二节 逻辑代数的运算法则	(17)
一、逻辑代数的公理	(17)
二、逻辑代数的基本定律	(17)
三、逻辑代数的三个基本规则	(18)
四、逻辑代数的常用公式	(19)
第三节 逻辑函数的两种标准形式	(20)
一、最小项和标准与或表达式	(20)
二、最大项和标准或与表达式	(21)
第四节 逻辑函数的公式化简法	(22)
一、逻辑函数的最简形式	(22)
二、逻辑函数的公式化简法	(23)

第五节 逻辑函数的图形化简法	(24)
一、卡诺图	(24)
二、逻辑函数的卡诺图化简法	(26)
三、具有随意项逻辑函数的化简	(30)
四、使用引入变量卡诺图的化简	(30)
第六节 逻辑函数表达式的转换	(33)
一、从与或表达式转换成与非-与非表达式	(33)
二、从与或表达式转换成或非-或非表达式	(33)
三、从与或表达式转换成与或非表达式	(33)
习题	(33)
第三章 逻辑门电路	(37)
第一节 分立元件门电路	(37)
一、半导体二极管和三极管的开关特性	(37)
二、分立元件门电路	(38)
第二节 TTL 集成门电路	(42)
一、概述	(42)
二、TTL 与非门	(43)
三、其它逻辑功能的 TTL 门电路	(47)
第三节 ECL 门电路	(51)
一、ECL 门电路的基本单元	(51)
二、ECL 电路的基本门	(52)
三、ECL 门电路的主要特点	(53)
第四节 I ² L 门电路	(53)
一、I ² L 门电路的结构和工作原理	(53)
二、I ² L 门电路的主要特点	(54)
第五节 MOS 门电路	(54)
一、NMOS 电路	(54)
二、CMOS 电路	(56)
第六节 TTL 与 CMOS 电路的连接	(59)
一、两类集成门电路相互连接的条件	(59)
二、接口电路	(60)
习题	(60)
第四章 组合逻辑电路	(69)
第一节 组合逻辑电路的分析和设计	(69)
一、组合电路特点	(69)
二、组合电路分析	(69)
三、组合电路设计	(70)
第二节 常用组合逻辑电路	(71)
一、编码器和译码器	(85)
二、数据分配器和数据选择器	(85)
三、数码比较器	(90)
四、奇偶校验电路	(93)

五、算术运算电路	(96)
第三节 组合逻辑电路的竞争冒险	(100)
一、竞争与冒险	(100)
二、冒险现象的判别	(101)
三、消除冒险现象的方法	(102)
习题	(103)
第五章 触发器及其应用	(107)
第一节 基本 RS 触发器	(107)
一、与非门构成的基本 RS 触发器	(107)
二、或非门构成的基本 RS 触发器	(108)
第二节 同步触发器	(109)
一、同步 RS 触发器	(110)
二、同步 D 触发器	(111)
三、同步 JK 触发器	(112)
四、同步 T 触发器和 T' 触发器	(113)
五、同步触发器的空翻	(113)
第三节 主从触发器	(114)
一、主从触发器的结构和工作原理	(114)
二、主从 JK 触发器	(115)
第四节 边沿触发器	(118)
一、维持阻塞结构正边沿触发器	(118)
二、利用传输延迟时间的负边沿触发器	(119)
第五节 CMOS 触发器	(121)
一、CMOS 主从 D 触发器	(121)
二、CMOS 主从 JK 触发器	(122)
第六节 触发器的动态参数	(123)
一、建立时间 t_{set}	(123)
二、保持时间 t_h	(123)
三、最高时钟频率 f_{max}	(123)
四、传输延迟时间	(124)
第七节 触发器的状态图和激励表	(124)
一、RS 触发器的状态图和激励表	(124)
二、JK 触发器的状态图和激励表	(125)
三、D 触发器的状态图和激励表	(125)
四、T 触发器的状态图和激励表	(125)
第八节 不同类型触发器之间的转换	(126)
一、D 型触发器转换成 JK 型触发器	(126)
二、JK 型触发器转换成 D 型触发器	(127)
第九节 触发器应用举例	(127)
一、数据锁存器	(127)
二、单脉冲发生器	(127)
习题	(128)
第六章 脉冲电路	(132)

第一节 555 定时器	(132)
一、芯片的电路结构	(133)
二、芯片的功能	(133)
第二节 施密特触发器	(134)
一、施密特触发器特点	(134)
二、由 TTL 与非门组成的施密特触发器	(135)
三、555 定时器构成的施密特触发器	(137)
四、集成施密特触发器	(138)
五、施密特触发器的应用	(139)
第三节 多谐振荡器	(141)
一、TTL “与非”门组成的多谐振荡器	(141)
二、施密特触发非门构成的多谐振荡器	(143)
三、石英晶体多谐振荡器	(143)
四、555 定时器构成的多谐振荡器	(144)
五、时钟电路	(146)
六、多谐振荡器的应用	(147)
第四节 单稳态触发器	(148)
一、单稳态触发器特性	(148)
二、TTL 与非门组成的微分型单稳态触发器	(148)
三、555 定时器构成的单稳态触发器	(150)
四、集成单稳态触发器	(151)
五、单稳态触发器应用	(153)
习题	(155)
第七章 时序逻辑电路	(158)
第一节 概述	(158)
第二节 同步时序电路的分析	(159)
第三节 同步时序电路的设计	(161)
第四节 计数器及其应用	(165)
一、由触发器和门构成的同步模 N 计数器	(165)
二、集成计数器及其应用	(167)
第五节 异步时序电路的分析	(174)
第六节 寄存器及其应用	(176)
一、寄存器输入输出信息的方式	(176)
二、多功能集成寄存器	(177)
第七节 顺序存取存储器 (SAM)	(183)
一、动态 MOS 存储单元	(183)
二、动态 CMOS 移存单元	(184)
三、顺序存取存储器 SAM 的结构及工作原理	(185)
第八节 随机存取存储器 (RAM)	(186)
一、RAM 的存储单元	(186)
二、RAM 的结构	(189)
三、静态 RAM6116 简介	(190)

四、RAM 的扩展	(192)
第九节 只读存储器 (ROM)	(194)
一、固定 ROM	(194)
二、可编程 ROM (PROM)	(196)
三、可改写 ROM (EPROM)	(197)
四、用 ROM 实现组合逻辑函数	(197)
五、EPROM 集成芯片简介及应用举例	(197)
习题	(200)
第八章 数字系统设计基础	(203)
第一节 概述	(203)
一、数字系统的逻辑划分	(203)
二、数字系统的定时	(203)
三、数字系统设计步骤	(204)
第二节 寄存器传输语言 (RTL)	(206)
一、寄存器间的信息传输	(207)
二、算术操作	(208)
三、逻辑操作	(208)
四、移位操作	(209)
五、条件控制语句	(209)
第三节 算法状态机 (ASM)	(210)
一、ASM 图符号	(210)
二、ASM 块	(211)
三、各种逻辑框之间的时间关系	(212)
四、ASM 图的建立	(213)
五、ASM 举例	(214)
第四节 数字系统的实现	(216)
一、数据处理器的实现	(217)
二、控制器的实现	(218)
第五节 数字系统设计举例	(223)
习题	(231)
第九章 数模和模数转换电路	(234)
第一节 概述	(234)
一、转换关系及数字编码	(234)
二、转换器的主要参数	(235)
第二节 数模转换电路	(238)
一、数模转换的基本原理	(238)
二、权电阻 DAC	(239)
三、R-2R 梯形及倒梯形 DAC	(240)
四、电流激励 DAC	(241)
第三节 集成单元 DAC 及其应用	(242)
一、10 位 CMOS DAC—AD7533	(242)
二、DAC0830 系列	(245)
三、电流开关和电压开关的换接	(246)

第四节	模数转换电路	(248)
一、	模数转换的基本原理	(248)
二、	模拟-数字转换的实现过程	(248)
三、	直接式 ADC	(250)
四、	间接式 ADC	(253)
第五节	集成 ADC 及其应用	(256)
一、	ADC0809	(256)
二、	$3\frac{1}{2}$ 位双积分 ADC-MC14433	(260)
第六节	转换器的外围电路	(264)
一、	参考电压源	(264)
二、	转换器所用运算放大器的作用	(265)
习题	(266)
第十章	可编程逻辑器件及其应用	(268)
第一节	概述	(268)
第二节	可编程器件的基本结构	(269)
一、	PLD 结构中的逻辑约定	(269)
二、	PLD 的基本结构	(270)
第三节	PAL 器件结构	(272)
一、	专用输出结构	(272)
二、	异步 I/O 输出结构	(272)
三、	寄存器输出结构	(273)
四、	异或结构	(273)
五、	算术选通反馈结构	(273)
第四节	GAL 器件结构及特点	(275)
一、	GAL 芯片特点	(275)
二、	GAL 芯片结构	(276)
三、	行地址分布图说明	(279)
四、	输出寄存器预置及其它	(280)
第五节	输出逻辑宏单元 (OLMC)	(281)
一、	OLMC 的结构	(281)
二、	结构控制字	(283)
三、	输出逻辑宏单元 (OLMC) 的五种工作方式	(281)
第六节	GAL 器件的软硬件开发工具	(292)
一、	软件	(292)
二、	硬件	(293)
第七节	使用 GAL 器件设计数字系统	(294)
一、	使用 GAL 器件设计数字系统的过程	(294)
二、	用 GAL 芯片设计数字系统举例	(300)
第八节	Lattice pLSI 和 ispLSI 系列介绍	(303)
一、	Lattice pLSI 和 ispLSI 系列特点	(303)
二、	Lattice pLSI 和 ispLSI 系列结构描述	(304)
三、	在系统编程	(312)

四、pLSI 和 ispLSI1016 器件介绍	(313)
第九节 ABEL-HDL 语言	(315)
一、布尔逻辑算子	(315)
二、点扩展	(315)
三、关键词描述:	(316)
第十节 pLSI 和 ispLSI 器件应用	(318)
一、Lattice 器件的设计流程	(318)
二、ISP Synario 原理图录入法	(318)
三、ABEL 语言和原理图混合录入法	(320)
四、设计举例	(322)
习题	(325)
第十一章 计算机辅助分析与设计介绍	(331)
第一节 概述	(331)
第二节 通用电路模拟程序 PSpice	(331)
一、PSpice 与数字系统仿真	(332)
二、应用 PSpice 分析数字电路	(339)
三、应用 PSpice 分析数字系统	(341)
第三节 硬件描述语言-VHDL	(344)
一、VHDL 特点	(345)
二、VHDL 综合	(349)
三、应用 VHDL 设计数字系统实例	(351)
第四节 其他 CAD 软件介绍	(357)
一、OrCAD	(358)
二、Protel For Windows	(358)
习题	(359)
主要参考资料	(360)

第一章 数制与代码

本章介绍各种进位计数制。首先从十进制计数制开始,然后把基本概念扩展到二进制、八进制、十六进制,并进一步导出任意(r)进制的计数规则。在了解各种数制的计数规则的基础上,进一步学习各种数制之间的转换方法。

数字电路中,机器数是用二进制表示的。因此,本章将着重介绍二进制、二进制正负数的表示方法及其补码运算,最后介绍数字电路中常用的二进制代码。

第一节 数制

一、十进制

十进制是人们熟悉而常用的数制。组成十进制数的符号有 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9,我们称这些符号为数码。

一种数制的基本特征是它的基数。基数是数制中表示数值的数码的个数。十进制有 0 ~ 9 十个数码,十进制数的计数规则是“逢十进一”,所以它的基数为 10。

数的表示法一般采用位置计数法。在一个数中,每个数码的大小和它所在的位置决定了该数的大小。每个数码的位置载有该数大小的一个特定值,这个数值称为“权”。每个位置的权用基数的乘方来表示。对十进制数来说,个位的权是 10^0 ,十位的权是 10^1 ,百位的权是 10^2 ……。例如十进制数 7392 用位置计数法可以表示为:

$$N_{10} = 7 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

一般简写为 $(7392)_{10}$,下标 10 可以省略。任意一个 n 位整数位的十进制数可以表示为:

$$N_{10} = a_{n-1}10^{n-1} + a_{n-2}10^{n-2} + \dots + a_110^1 + a_010^0 \quad (1-1)$$

它的简写形式是将每一位的系数按顺序排列起来,式(1-1)可写为 $N_{10} = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0$

注意: n 位整数的位置从 0 开始计,第 n 位的系数是 a_{n-1} ,该位的权是 10^{n-1} 。

十进制小数的位权是用基数 10 的负次方幂表示的。如 $10^{-1} = 0.1$ 表示十分位的权, $10^{-2} = 0.01$ 表示百分位的权,依此类推,小数部分的权为 10^{-1} 、 10^{-2} 、 10^{-3} ... 10^{-m} 等等。

例如,十进制数 278.94 用位置计数法可以表示为:

$$N_{10} = 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0 + 9 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$$

对于具有 n 位整数和 m 位小数的十进制数,可用位置计数法表示为:

$N_{10} = a_{n-1}10^{n-1} + a_{n-2}10^{n-2} + \dots + a_110^1 + a_010^0 + a_{-1}10^{-1} + \dots + a_{-m}10^{-m}$,即:

$$N_{10} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 10^i \quad (1-2)$$

它的简写形式为:

$$N_{10} = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0.a_{-1}\dots a_{-m}$$

这里系数 a_i 的取值范围是 0 ~ 9,下标 i 给出该系数所在的位置, 10^i 表示该位的权。

综上所述,一个十进制数的大小,可以由它的每个系数乘以该系数所在位置的权,然后再

将这些乘积加起来得到。

二、二进制

数字电路中,机器数是用二进制表示的。二进制数有两个数码 0、1,基数是 2。二进制数的每一位也具有特定的“权”值,它的位权是由基数 2 的乘方决定的,其中,整数部分的权是 $2^{n-1} \dots 2^2, 2^1, 2^0$, 小数部分的权是 $2^{-1}, 2^{-2} \dots 2^{-m}$, 部分二进制数的位权示于表 1-1 中。二进制数的计数规则是“逢二进一”。

同十进制数表示法一样,二进制数也用位置计数法表示。

例如:可将二进制数 101 表示成:

$$N_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

可将二进制数 0.1101 表示成:

$$N_2 = 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4}$$

可将二进制数 11010.11 表示成:

$$N_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

综合上述三个例子,把任意一个具有 n 位整数和 m 位小数的二进制数表示为:

$$N_2 = b_{n-1}2^{n-1} + b_{n-2}2^{n-2} + \dots + b_12^1 + b_02^0 + b_{-1}2^{-1} + \dots + b_{-m}2^{-m}$$

即:

$$N_2 = \sum_{i=-m}^{n-1} b_i 2^i \quad (1-3)$$

这是二进制数的位置计数法表达式,或称为“权”展开式。系数 b_i 的取值是 0 或 1,下标 i 表示该系数的位置, 2^i 表示该位的权。二进制数的简写形式为:

$$N_{10} = b_{n-1}b_{n-2} \dots b_1b_0.b_{-1} \dots b_{-m}$$

如 110101、0.1101、1101.11 等等。

表 1-1 二进制的“权”

2^n	n	2^{-n}
1	0	1.0
2	1	0.5
4	2	0.25
8	3	0.125
16	4	0.0625
32	5	0.03125
64	6	0.015625
128	7	0.0078125
256	8	0.00390625
512	9	0.001953125
1024	10	0.0009765625
2048	11	0.00048828125
4096	12	0.000244140625
8192	13	0.0001220703125
16384	14	0.00006103515625
32768	15	0.000030517578125
65536	16	0.0000152587890625
131072	17	0.0000076293945125
262144	18	0.000003814697265625
524288	19	0.0000019073486328125
1048576	20	0.00000095367431640625

三、八进制和十六进制

(一) 八进制

八进制有 0~7 个数码, 基数为 8, 它的计数规则是“逢八进一”。可以用位置计数法表示八进制数, “权”是 8 的乘方幂, 如 $8^0, 8^1, \dots$ 以及 $8^{-1}, 8^{-2}, \dots$ 等等。

例如: $(372.01)_8 = 3 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 2 \times 8^0 + 0 \times 8^{-1} + 1 \times 8^{-2}$

八进制数的一般表达式为:

$$N_8 = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 8^i \quad (1-4)$$

a_i 是系数, 取值范围是 0~7, 下标 i 表示该系数的位置。

(二) 十六进制

组成十六进制数的符号有 0, 1, 2, ..., 9, A, B, C, D, E 和 F。其中, 数码 0~9 与十进制数的数码相同, 字母 A~F 表示 10~15。十六进制的计数规则是“逢十六进一”, 每个数位也有决定该数大小的“权”, 它的位权是基数 16 的乘方。十六进制的一般形式为:

$$N_{16} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 16^i \quad (1-5)$$

a_i 是系数, 取值范围是 0~9 及 A~F, 下标 i 表示该系数的位置。例如:

$$(E5D7.A3)_{16} = 14 \times 16^3 + 5 \times 16^2 + 13 \times 16^1 + 7 \times 16^0 + 10 \times 16^{-1} + 3 \times 16^{-2}$$

四、任意进制(r 进制)

r 进制的基数为 r , 它有 0~($r-1$) 个数码, 其“权”是 r 的乘方幂, 计数规则是“逢 r 进一”。用位置计数法将 r 进制数表示成:

$$N_r = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i r^i \quad (1-6)$$

a_i 是系数, 取值范围是 0~($r-1$), 下标 i 表示该系数的位置。

第二节 数制间的转换

一、各种进制转换成十进制

将二进制、八进制、十六进制以及 r 进制转换为十进制的方法很简单, 只要按照位置计数法表达式, 求出系数与位权之积, 然后把诸项乘积求和, 即可得到转换结果。

例如: $(1010.011)_2 = 2^3 + 2^1 + 2^{-2} + 2^{-3} = (10.375)_{10}$

其它进制数转换为十进制数的方法是类似的, 不再赘述。

二、十进制转换为其它进制

(一) 十进制数转换为二进制数

十进制数可分为整数和小数两部分。对整数和小数分别转换, 再将结果排列在一起就得到完整的转换结果。

1. 整数部分转换

用基数除法可以实现整数部分转换。现在举例说明转换过程。例如,把十进制数 41 转换为二进制数,其除法算式如下:

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 41} \quad \dots\dots \text{余 } 1 \dots\dots \text{最低位 } b_0 \\
 \underline{20} \\
 2 \overline{) 20} \quad \dots\dots \quad 0 \dots\dots \quad b_1 \\
 \underline{10} \\
 2 \overline{) 10} \quad \dots\dots \quad 0 \dots\dots \quad b_2 \\
 \underline{5} \\
 2 \overline{) 5} \quad \dots\dots \quad 1 \dots\dots \quad b_3 \\
 \underline{2} \\
 2 \overline{) 2} \quad \dots\dots \quad 0 \dots\dots \quad b_4 \\
 \underline{1} \\
 2 \overline{) 1} \quad \dots\dots \quad 1 \dots\dots \text{最高位 } b_5 \\
 \underline{0}
 \end{array}$$

所以, $(41)_{10} = (101001)_2$ 。第一次除法的余数是二进制数最低位的系数,最后一次相除的余数是二进制数最高位的系数,将余数按顺序排列起来就是所得的二进制数。基数除法道理简单。设有一个十进制数 N_{10} ,将它表示成二进制的形式:

$$N_{10} = b_{n-1}2^{n-1} + b_{n-2}2^{n-2} + \dots + b_12^1 + b_02^0 \quad (1-7)$$

将 N_{10} 除以 2 相当于从等式右边前 $n-1$ 项提出一个 2,除以 2 后得到的商为 A_1 ,余数就是 b_0 ,即为二进制数最低位。

$$N_{10} = 2(b_{n-1}2^{n-2} + b_{n-2}2^{n-3} + \dots + b_1) + b_0 = 2A_1 + b_0$$

再将 A_1 除以 2,商 A_2 余 b_1 ,即:

$$A_1 = 2A_2 + b_1$$

连续地除以 2 就可得到:

$$A_2 = 2A_3 + b_2$$

……等等。一直进行到商为 0 时止,得到 b_{n-1} 。

2. 小数部分转换

把十进制小数转换为二进制数采用基数乘法。现在举例说明转换过程。将十进制小数 $(0.39)_{10}$ 转换为二进制数:

$$\begin{array}{ll}
 0.39 \times 2 = 0.78 & b_{-1} = 0 \\
 0.78 \times 2 = 1.56 & b_{-2} = 1 \\
 0.56 \times 2 = 1.12 & b_{-3} = 1 \\
 0.12 \times 2 = 0.24 & b_{-4} = 0 \\
 0.24 \times 2 = 0.48 & b_{-5} = 0 \\
 0.48 \times 2 = 0.96 & b_{-6} = 0 \\
 0.96 \times 2 = 1.92 & b_{-7} = 1 \\
 0.92 \times 2 = 1.84 & b_{-8} = 1 \\
 0.84 \times 2 = 1.68 & b_{-9} = 1 \\
 0.68 \times 2 = 1.36 & b_{-10} = 1
 \end{array}$$

换算到此为止, $(0.39)_{10} = (0.0110001111)_2 + e$, e 为剩余误差, $e < 2^{-10}$ 。对十进制小数进行转换时,可以进行到所得乘积小数部分为 0 或者达到所需精度为止。

基数乘法的道理也很简单,先将十进制小数写成二进制表示式:

$$N_{10} = b_{-1}2^{-1} + \dots + b_{-m}2^{-m}$$

将上式乘 2 得:

$$N_{10} \times 2 = b_{-1} + (b_{-2}2^{-1} + b_{-3}2^{-2} + \dots + b_{-m}2^{-m+1})$$

b_{-1} 为 0 或 1 溢出, 括号中的数值仍小于 1, 再乘以 2 溢出 b_{-2} , 接着作下去可得到 b_{-3}, b_{-4}, \dots , 直到小数部分为 0 或者是达到要求的精度为止。

在被转换的十进制数既有整数部分又有小数部分的情况下, 可先将整数和小数两部分分别转换, 然后再将两部分的转换结果并列, 就可得到该十进制数的转换结果, 即:

$$(41.39)_{10} = (101001.0110001111)_2 + e$$

(二) 十进制数转换为任意进制数

把十进制数转换为 r 进制数的方法类同于十进制数转换为二进制数, 即整数部分采用基数除法, 小数部分采用基数乘法, 不同点在于基数不是 2 而是 r 。现以十进制数转换为八进制数为例, 具体说明转换过程。

例如: 将 $(153)_{10}$ 转换为八进制数, 其除法算式如下:

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 153} \dots\dots \text{余 } 1 \dots\dots a_0 = 1 \\ 8 \overline{) 19} \dots\dots 3 \dots\dots a_1 = 3 \\ 8 \overline{) 2} \dots\dots 2 \dots\dots a_2 = 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

所以有 $(153)_{10} = (231)_8$ 。

将 $(0.513)_{10}$ 转换为八进制数, 其乘法算式如下:

$$\begin{array}{ll} 0.513 \times 8 = 4.104 & a_{-1} = 4 \\ 0.104 \times 8 = 0.832 & a_{-2} = 0 \\ 0.832 \times 8 = 6.656 & a_{-3} = 6 \\ 0.656 \times 8 = 5.248 & a_{-4} = 5 \\ 0.248 \times 8 = 1.984 & a_{-5} = 1 \\ 0.984 \times 8 = 7.872 & a_{-6} = 7 \end{array}$$

如转换到此已满足精度要求, 将得到 $(0.513)_{10} = (0.406517)_8 + e$, 剩余误差 $e < 8^{-6}$ 。

如果被转换的十进制数既有整数部分又有小数部分, 先将两部分分别转换, 再把转换结果并列在一起。例如:

$$(153.513)_{10} = (231.406517)_8 + e$$

三、二进制与八、十六进制之间的转换

八进制和十六进制是计算机中常用的数制。由于用二进制表示一个数时位数太长, 因此采用八进制和十六进制作为二进制的缩写形式。

(一) 二进制与八进制之间的转换

八进制的基数 8 是 2 的幂 ($8 = 2^3$), 一位八进制数对应三位二进制数, 因此二进制和八进制的互换是非常容易的。

1. 二进制转换成八进制

把二进制数从小数点开始分别向右和向左划分成三位一组, 每组便是一位八进制数, 例

如:

$$(\underline{110\ 011\ 100. 101})_2 = (634.5)_8$$

如果不能正好构成三位一组,则在二进制数整数部分高位添零或在小数部分低位添零来补足三位一组。例如:

$$(10011101.01)_2 = (\underline{010\ 011\ 101. 010}) = (235.2)_8$$

2. 八进制转换成二进制

同样的道理,由八进制转换成二进制的方法与上述过程相反。

例如: $(753.4)_8 = (\underline{111\ 101\ 011. 100})_2 = (111101011.1)_2$

(二) 二进制与十六进制之间的转换

十六进制的基数 $16 = 2^4$,因此一位十六进制数对应四位二进制数,它们之间的互换也是非常容易的。

1. 二进制转换成十六进制

把二进制数从小数点开始分别向右和向左划分成四位一组,每组便是一位十六进制数。如果不足四位时,在整数部分高位添零或在小数部分低位添零来补足四位。例如:

$$(1011101000.011)_2 = (\underline{0010\ 1110\ 1000. 0110})_2 = (2E8.6)_{16}$$

2. 十六进制转换成二进制

十六进制转换成二进制的方法与上述过程正好相反。

例如: $(3FD.B)_{16} = (\underline{0011\ 1111\ 1101. 1011})_2 = (1111111101.1011)_2$

在计算机中八进制下标用英文字母“O”表示,十六进制下标用“H”表示。

第三节 二进制正负数的表示法

二进制正负数的表示法有三种:原码表示法、补码表示法和反码表示法。首先介绍一下数的补码概念。

一、数的补码

各种数制都有两种补码,一种称为基数的补码,另一种称为降基数的补码。基数为 r 的数制有 r 的补码和 $r-1$ 的补码,例如,对十进制而言,有 10 的补码和 9 的补码,对二进制而言,有 2 的补码和 1 的补码。

对于任意一个 r 进制数 N ,它的基数的补码定义为:

$$(N)_{r,r} = r^n - N$$

这里, r 是数 N 的基数, n 是数 N 整数部分的位数。也就是说, r 进制数 N 的基数的补码等于参考数 r^n 减去数 N 。

对于任意一个 r 进制数 N ,它的降基数补码定义为:

$$(N)_{r-1,r} = (r^n - r^{-m}) - N$$

这里, r 是数 N 的基数, n 是数 N 整数部分的位数, m 是数 N 小数部分的位数。也就是说, r 进制数 N 的降基数的补码等于参考数 $(r^n - r^{-m})$ 减去数 N 。

(一) 二进制数的补码

二进制数 N 的基数的补码又称为 2 的补码,习惯上称它为补码,其定义是: